

COMMENT L'ÉCOLE AMPLIFIE LES INÉGALITÉS SOCIALES ET MIGRATOIRES ?

Apprentissage et inégalités au primaire : le cas de l'enseignement des mathématiques en éducation prioritaire

DENIS BUTLEN

MONIQUE CHARLES-PÉZARD

PASCALE MASSELOT

Laboratoire de didactique André Revuz, Université Cergy-Pontoise

denis.butlen@u-cergy.fr



 **cnesco**
 conseil national
 d'évaluation
 du système scolaire

Ce document s'inscrit dans une série de contributions publiées par le Conseil national d'évaluation du système scolaire (Cnesco) dans le cadre de son rapport scientifique : **comment l'école amplifie les inégalités sociales et migratoires ?**

Les opinions et arguments exprimés n'engagent que les auteurs de la contribution.

Disponible sur le site du Cnesco : <http://www.cnesco.fr>

Publié en Octobre 2015
Conseil national d'évaluation du système scolaire
Carré Suffren - 31-35 rue de la Fédération
75015 Paris

Table des matières

Résumé	4
Introduction	8
I Des difficultés des élèves aux élèves en difficulté, quelques résultats de recherche	10
1 Enjeu et limites d'un enseignement visant à combler des lacunes et des pré-requis non installés	11
2 Ménager des cheminements cognitifs spécifiques aux élèves en difficulté, une nécessité peu prise en compte dans les pratiques, un domaine encore peu exploré par les recherches en didactique des mathématiques	13
3 Aides procédurales et aides constructives	14
II Pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques en ZEP	15
1 Les recherches sur les professeurs des écoles enseignant les mathématiques dans des écoles scolarisant un public très défavorisé (Butlen, Pézard, Masselot, Ngonu, Peltier)	15
2 Des contradictions et des catégories de pratiques	16
3 Trois problèmes du métier : installer une paix scolaire, exercer une vigilance didactique, gérer la tension entre dévolution et institutionnalisation	18
4 L'installation d'une paix scolaire	18
5 L'exercice de la vigilance didactique	18
6 La gestion du couple dévolution/institutionnalisation	19
7 Convergence avec d'autres travaux en didactique des mathématiques et en sociologie	21
Conclusion	24
Bibliographie	27

Résumé

Ce rapport présente des résultats de recherche sur les difficultés d'apprentissage des élèves en mathématiques et sur des pratiques de professeurs (notamment du premier degré) enseignant les mathématiques à des élèves relevant de l'éducation prioritaire. Les travaux évoqués sont pour la plupart des recherches qualitatives.

Il semble que la prise en compte des difficultés rencontrées par les élèves dès l'école primaire, notamment ceux issus de milieux socialement défavorisés, exige une transformation de la façon de concevoir l'enseignement des mathématiques à l'école, et donc, de certains contenus de la formation des professeurs des écoles qui assureront cet enseignement. Il s'agit ici de montrer comment, les difficultés rencontrées par les élèves pour atteindre un niveau de conceptualisation nécessaire aux apprentissages de notions mathématiques, sont susceptibles d'être conjuguées, voire d'être renforcées par certaines pratiques enseignantes. Dans ce rapport est mis en évidence un processus dialectique de construction des difficultés d'apprentissage des mathématiques pouvant conduire certains élèves, notamment issus de milieux socialement défavorisés, à fragiliser leurs connaissances, voire à ne pouvoir bénéficier des acquis accompagnant la maîtrise du socle commun. Il est difficile, à ce jour, d'affirmer que ce phénomène de cumul est révélateur d'une mutation de l'école ; néanmoins, dépasser ces difficultés, élaborer d'autres pratiques d'enseignement constituent des défis pour le système éducatif, la recherche, la formation et, plus généralement, la société.

Ce rapport comporte deux parties.

Dans un premier temps, nous revenons sur des recherches, concernant l'identification des difficultés d'apprentissage relatives à un contenu donné, qui, de plus en plus centrées sur les élèves en difficulté, ont débouché sur des diagnostics plus larges éclairant certains phénomènes de contrat didactique (Brousseau, 1987), ou liés aux pratiques enseignantes (Perrin-Glorian, 1992). Les recherches menées dans des classes faibles du primaire et du début du collège (Perrin-Glorian, 1993 ; Butlen et Pézard, 1992 ; Butlen et Le Poche, 1997) permettent d'énoncer un certain nombre de caractéristiques susceptibles d'être présentées par un élève en difficulté en mathématiques. Si ce dernier ne les présente pas forcément toutes, il existe des phénomènes de convergence, de seuil et de cumul qui concourent souvent à l'accumulation de difficultés ; notamment, une difficulté à capitaliser les connaissances et un manque de confiance dans les connaissances anciennes, une certaine carence dans les représentations mentales et une absence fréquente de projet implicite de réinvestissement se traduisant souvent par une grande difficulté à identifier les enjeux d'apprentissage des situations qui leur sont proposées, une difficulté à changer de point de vue et un manque de flexibilité cognitive s'accompagnant souvent d'une recherche d'algorithmes et de règles, une difficulté à gérer les tâches complexes et une demande de relation privilégiée à l'adulte.

Ces recherches (Perrin-Glorian, 1992 ; Butlen et al., 2004) mettent notamment en évidence des cercles vicieux dans lesquels pourraient être entraînés professeur et élèves, conduisant à un renforcement des

difficultés d'apprentissage des seconds. Devant répondre aux demandes d'aides des élèves ne pouvant réaliser les tâches qui leur sont prescrites, les professeurs sont souvent amenés à réduire leurs exigences, à apporter des aides aux élèves, aides qui souvent transforment les tâches initiales en les simplifiant. Les élèves les plus en difficulté ne sont alors pas confrontés aux mêmes activités que leurs pairs. De ce fait, les apprentissages potentiels, susceptibles d'être induits, ne sont plus les mêmes. Ces aides et réponses ont ainsi pour résultat, à moyen terme, de maintenir certains de ces élèves dans leur difficulté.

Dans les années suivantes, d'autres recherches ont développé, affiné, enrichi ce diagnostic et permis de mieux comprendre les difficultés des élèves ainsi que les relations entre difficultés d'apprentissage et pratiques enseignantes.

Les résultats de recherches menées sur les pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques en éducation prioritaire mettent en évidence trois éléments susceptibles d'expliquer certaines des difficultés rencontrées par les élèves. Le premier a trait aux effets sur les apprentissages potentiels des élèves au quotidien d'une absence d'identification des enjeux d'enseignement, et aux limites des interventions des enseignants pour les aider à dépasser ce manque. Le deuxième concerne une pratique enseignante, fréquente et confortée par des injonctions institutionnelles, consistant à privilégier une stratégie de remédiation (c'est-à-dire à mettre en place des dispositifs visant à combler des manques et lacunes) plutôt qu'à favoriser des cheminements cognitifs mieux adaptés aux difficultés des élèves. Le troisième élément possible d'explication est la nature des aides susceptibles d'être apportées par les enseignants qui cherchent à dépasser la tension entre le recours à des aides procédurales tournées vers la résolution de la tâche et la proposition d'aides "à visée *constructive*", tournées vers les apprentissages des élèves (aides conceptuelles).

Dans une seconde partie, nous revenons sur des résultats établis (Butlen et al., 2002, 2010) à partir d'une analyse qualitative des pratiques de deux groupes comportant chacun une dizaine de professeurs des écoles, observés pendant deux années consécutives, qui permettent de caractériser les pratiques observées, de dégager un modèle permettant de décrire leur organisation et d'identifier ce que les auteurs ont qualifié de "*grandes questions de la profession*". Les réponses à apporter à ces questions concernent la formation initiale et la formation continue des professeurs des écoles.

Ces recherches sur l'enseignement des mathématiques en ZEP montrent une certaine diversité dans les pratiques, mais aussi des manières d'enseigner, le plus souvent partagées, qui se transmettent facilement aux débutants parce qu'elles se révèlent suffisamment cohérentes et stables pour agir au quotidien sans tout "*réinventer*". Ces pratiques se caractérisent par des scénarios d'enseignement proposant des tâches réduites, algorithmisées, des anticipations très rapides sur les difficultés potentielles des élèves se traduisant par une baisse des exigences du professeur, une absence fréquente, voire systématique de phases de synthèse et d'institutionnalisation, une individualisation non contrôlée des enseignements comme du traitement des comportements. Elles révèlent ainsi que certaines manières d'enseigner les mathématiques en éducation prioritaire (majoritaires à l'école élémentaire selon les observations effectuées) peuvent, souvent à l'insu des enseignants et contre leur volonté, hypothéquer les chances d'apprentissage pour certains ou du moins accentuer les différences initiales. D'autres manières d'enseigner qui ont été observées en ZEP, toutefois très minoritaires, permettent potentiellement aux élèves de construire des connaissances solides.

Butlen et al. (2010) identifient trois grandes questions pour les professeurs qui déterminent, selon eux, l'organisation des pratiques observées : l'installation de la paix scolaire (couple composé de la paix sociale et de l'adhésion des élèves au projet de l'enseignement du professeur), l'exercice d'une vigilance didactique

(conditionnant la qualité des mathématiques proposées à la fréquentation des élèves et leur accessibilité pour tous) et la gestion du couple processus de dévolution/d'institutionnalisation¹.

Les résultats des recherches évoquées pose la question de l'enrichissement des pratiques enseignantes et interroge donc la formation initiale et continue.

1. Le processus de dévolution décrit l'ensemble de l'activité du professeur qui consiste à amener l'élève à s'approprier le problème à résoudre, à mobiliser les connaissances nécessaires et à assumer la responsabilité de la résolution. La dévolution est un élément important du contrat didactique. Il ne suffit pas de "communiquer" un problème à un élève pour que ce problème devienne son problème et qu'il se sente seul responsable de le résoudre. Il ne suffit pas, non plus, que l'élève accepte cette responsabilité pour que le problème qu'il résout soit un problème "universel" dégagé de présupposés subjectifs. La dévolution ne porte pas sur l'objet de l'enseignement mais sur les situations qui le caractérisent. C'est un processus qui porte sur toutes les situations. Le processus d'institutionnalisation a pour but de donner aux connaissances éventuellement mobilisées par les élèves un statut de savoir culturel et social. G. Brousseau précise que l'institutionnalisation porte aussi bien sur une situation d'action que sur une situation de formulation ou de preuve. Les maîtres doivent prendre acte de ce que les élèves ont fait, décrire ce qui s'est passé et qui a un rapport avec la connaissance visée, donner un statut aux événements de la classe comme résultat des élèves et comme résultat de l'enseignant, assumer un objet d'enseignement, l'identifier, rapprocher ces productions des connaissances des autres (culturelles ou du programme), indiquer qu'elles peuvent resservir.

Apprentissage et inégalités au primaire : le cas de l'enseignement des mathématiques en éducation prioritaire

Introduction

Ce rapport présente des résultats de recherches sur les difficultés d'apprentissage des élèves en mathématiques et sur des pratiques de professeurs (notamment du premier degré) enseignant les mathématiques à des élèves relevant de l'éducation prioritaire. Il s'agit notamment de recherches menées collectivement par des chercheurs du laboratoire de didactique André Revuz² mais aussi d'autres recherches en didactique des mathématiques menées par des membres du réseau RESEIDA³. Les résultats de ces travaux rejoignent ceux menés par d'autres chercheurs situés dans d'autres champs disciplinaires⁴.

Les recherches évoquées dans ce rapport concernent essentiellement l'école élémentaire et le début du collège (du cours préparatoire -première année de l'école élémentaire - à la classe de 5^e du collège). Ce sont pour la plupart des recherches qualitatives. Si elles concernent un nombre limité d'élèves ou d'enseignants, les types d'évaluation interne (évaluation des résultats au regard des objectifs attendus) et d'évaluation externe (comparaison avec des groupes témoins, par exemple) mises en œuvre, le croisement d'analyses de différents corpus de données (productions d'élèves, scénarios d'enseignement, entretiens, observations effectives de séances s'appuyant sur des documents audio ou vidéo) garantissent la fiabilité des résultats obtenus. L'inscription de ces recherches dans plusieurs cadres théoriques permet aussi de conforter les résultats obtenus. Ainsi, plusieurs constats et résultats d'analyses se recoupent et convergent alors que les méthodologies et cadres théoriques retenus diffèrent parfois, et convoquent des champs disciplinaires différents (didactiques de disciplines différentes, sociologie, psychologie, par exemple) et que les recherches sont menées dans plusieurs pays (Belgique, Suisse, Canada/Québec ou France).

Plusieurs de ces recherches concernent un nombre de classes, certes limité, mais cependant non négligeable (de 2 à 5 classes, soit entre 50 et 120 élèves, de chaque niveau de l'école élémentaire par exemple). Les observations de pratiques enseignantes portent dans certaines recherches sur une dizaine d'enseignants chaque fois et se déroulent sur un temps long (de une à trois années). Enfin, une des recherches signalées dans les pistes de réflexion et les propositions pour la formation relève de recherches quantitatives.

Il semble que la prise en compte des difficultés rencontrées dès l'école primaire par les élèves, notamment ceux issus de milieux socialement défavorisés, exige une véritable transformation de la façon d'enseigner les mathématiques à l'école, donc de la formation d'enseignants polyvalents qui assureront ces enseignements.

2. Butlen D., Charles-Pézard M., Masselot P., Peltier M-L., Ngono B., Perrin M-J., Robert A., Vandebrouck F.

3. Margolinas C., Laparra M., Coulange L.

4. Il s'agit notamment de chercheurs de l'équipe ESCOL : Bautier E., Rochex J-Y., Bonnery S., Crinon J. mais aussi de chercheurs d'autres laboratoires Cèbe S. ou Goigoux R.

Trente ans de recherches en didactique des mathématiques ont montré les effets limités des dispositifs de remédiation et la résistance des enseignants à une formation s'appuyant sur des résultats de recherche, mais qui serait trop éloignée des pratiques les plus courantes du terrain. Nous décrivons dans ce rapport des phénomènes - certains d'entre eux semblent s'être manifestés dans les dernières décennies - qui se cumulent et concourent à l'apparition de difficultés d'apprentissages. Il s'agit ici de montrer comment les difficultés rencontrées par les élèves pour atteindre un niveau de conceptualisation nécessaire aux apprentissages de notions mathématiques peuvent se conjuguer, voire se renforcer en raison de certaines pratiques enseignantes.

Ce rapport se propose de mettre en évidence un processus dialectique de construction des difficultés d'apprentissage des mathématiques pouvant conduire des élèves, notamment issus de milieux socialement défavorisés, à manifester des connaissances de plus en plus fragiles, voire à ne pouvoir bénéficier des apprentissages nécessaires à la maîtrise du socle commun.

S'il est difficile, à ce jour, d'affirmer que ce phénomène de cumul est révélateur d'une mutation de l'école, dépasser ces difficultés, élaborer des alternatives en termes d'enseignement constituent un défi posé au système éducatif, à la recherche, à la formation et plus généralement, à la société.

I Des difficultés des élèves aux élèves en difficulté, quelques résultats de recherche

Plusieurs chercheurs se sont intéressés à l'enseignement des mathématiques à des élèves en difficulté. Ces recherches ont porté dans un premier temps sur l'identification de difficultés d'apprentissage des élèves relatives à un contenu donné ; elles se sont ensuite progressivement centrées sur les élèves en difficulté et ont débouché sur des diagnostics plus larges éclairant certains phénomènes de contrat didactique⁵ (Brousseau, 1987) ou liés aux pratiques enseignantes (Perrin-Glorian, 1992).

Les recherches menées dans des classes faibles du primaire et du début du collège (Perrin-Glorian, 1993 ; Butlen et Pézard, 1992 ; Butlen et Le Poche, 1997) permettent d'énoncer un certain nombre de caractéristiques susceptibles d'être observées chez un élève en difficulté en mathématiques. Ce dernier ne les présente pas forcément toutes, mais il existe des phénomènes de convergence, de seuil et de cumul qui concourent souvent à l'accumulation de difficultés. Citons notamment :

- une difficulté à capitaliser les savoirs et un manque de confiance dans les connaissances anciennes ;
- une certaine carence dans les représentations mentales et une absence fréquente de projet implicite de réinvestissement se traduisant souvent par une grande difficulté à identifier les enjeux d'apprentissage

5. Brousseau définit le contrat didactique comme le résultat de la négociation des rapports établis explicitement et/ou implicitement entre un élève ou un groupe d'élèves, un certain milieu et un système éducatif, aux fins de faire s'approprier par les élèves un savoir constitué ou en voie de constitution.

Il précise cette définition en signalant un paradoxe : le contrat didactique est en fait souvent intenable. Il met le professeur devant une véritable injonction paradoxale : tout ce qu'il fait pour faire produire, par les élèves, les comportements qu'il attend, tend à priver ces derniers des conditions nécessaires à la compréhension et à l'apprentissage de la notion visée : si le maître dit ce qu'il veut, il ne peut plus l'obtenir.

Mais l'élève est lui aussi devant une injonction paradoxale : s'il accepte que, selon le contrat, le maître lui enseigne les résultats, il ne les établit pas lui-même, et donc il n'apprend pas les mathématiques, il ne se les approprie pas. Apprendre, implique pour lui de refuser le contrat mais aussi d'accepter la prise en charge.

Donc l'apprentissage va reposer, non pas sur le bon fonctionnement du contrat, mais sur ses ruptures.

des situations qui lui sont proposées ;

- une difficulté à changer de point de vue et un manque de flexibilité cognitive s'accompagnant souvent d'une recherche de règles, voire de recettes ;
- une difficulté à accomplir les tâches complexes et une demande de relation privilégiée à l'adulte.

Perrin-Glorian met, dès 1992, en évidence un cercle vicieux dans lequel pourraient être entraînés professeur et élèves et conduisant à un renforcement des difficultés d'apprentissage des seconds. Devant répondre aux demandes d'aide des élèves ne pouvant réaliser les tâches qui leur sont prescrites, les professeurs sont souvent amenés à réduire leurs exigences, à apporter des aides aux élèves, aides qui souvent transforment les tâches initiales en les simplifiant. Les élèves les plus en difficulté ne sont alors pas confrontés aux mêmes activités que leurs pairs. De ce fait, les apprentissages potentiels susceptibles d'être induits ne sont plus les mêmes. Ces aides et réponses ont ainsi pour résultat, à moyen terme, de maintenir certains de ces élèves dans leur difficulté.

Ces premières recherches sont développées, affinées et enrichies dans les années suivantes afin de mieux comprendre à la fois les difficultés des élèves et les relations entre difficultés d'apprentissage et pratiques enseignantes.

Les résultats de recherches menées sur les pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques en éducation prioritaire mettent en évidence trois éléments susceptibles d'expliquer certaines des difficultés rencontrées par les élèves. Le premier a trait aux effets d'une absence d'identification des enjeux d'enseignement par les élèves sur leurs apprentissages potentiels au quotidien et les limites des interventions des enseignants pour les aider à dépasser ce manque. Le deuxième concerne une pratique enseignante fréquente et confortée par des injonctions institutionnelles : celle consistant à privilégier une stratégie de remédiation (c'est-à-dire à mettre en place des dispositifs visant à combler des manques et des lacunes) plutôt que de favoriser des cheminements cognitifs mieux adaptés aux difficultés des élèves. Enfin la nature des aides susceptibles d'être apportées par les enseignants est aussi un élément possible d'explication : comment dépasser la tension pouvant exister entre le recours à des aides procédurales tournées vers la résolution de la tâche et la proposition d'aides "à visée *constructive*", tournées vers les apprentissages des élèves (aides conceptuelles).

1 Enjeu et limites d'un enseignement visant à combler des lacunes et des pré-requis non installés

Les recherches de Butlen et Pézard (1992) ; Butlen et Pezard (2003) ; Butlen et Charles-Pézard (2007) sur l'enseignement du calcul mental ont mis en évidence une caractéristique importante manifestée par les élèves en difficulté dans ce domaine : la forte tendance à toujours se réfugier dans des procédures de calcul automatisées au détriment d'autres procédures prenant en compte les propriétés des nombres et des opérations en jeu et susceptibles d'être davantage productrices d'apprentissage sur les nombres et les opérations. Ainsi pour calculer $45 + 28$, les élèves peuvent mettre en œuvre différentes procédures qui se différencient par les connaissances mobilisées, et par leur coût en mémoire et en calcul. La procédure quasi majoritaire au cycle 2, l'algorithme écrit, simulé mentalement, mobilise peu de connaissances sur les propriétés des nombres en jeu, mais en revanche, est très coûteuse car elle nécessite de mémoriser beaucoup de données. Les procédures basées sur des décompositions canoniques (dizaines et unités, comme dans 45

+ 28 = 45 + 20 + 8 = 65 + 8 = 73) nécessitent de connaître des décompositions souvent fréquentées. Plus économiques que la précédente, elles restent coûteuses. D'autres procédures (rarement mobilisées sans un enseignement spécifique comme $45 + 28 = 45 + 5 + 23 = 50 + 23 = 73$ ou $45 + 28 = 45 + 30 - 2 = 75 - 2 = 73$) réduisent le coût en mémoire et en calculs intermédiaires mais nécessitent la disponibilité de décompositions moins souvent fréquentées. De plus, très liées aux nombres en jeu, ces dernières ne peuvent être mobilisées à l'identique dans tous les calculs. Les élèves en difficulté préfèrent, dans un premier temps, utiliser des procédures sûres (qui fonctionnent dans tous les cas et conduisent, à condition d'être menées à terme, au résultat attendu) mais coûteuses, plutôt que des procédures mieux adaptées au calcul en jeu. Ils se limitent davantage et plus longtemps aux premières. Ils font preuve de moins d'adaptabilité. Un enseignement de calcul mental a pour but notamment de développer cette posture d'adaptabilité en confrontant l'élève à des calculs divers, en jouant sur l'économie des procédures mobilisées. En effet, cette adaptabilité favorisant une exploration des propriétés des nombres et des opérations se traduit à moyen terme par un enrichissement des connaissances des élèves et par des calculs plus assurés.

Toutefois, pour mobiliser les procédures les plus adaptées au calcul évoqué ci-dessus, l'élève doit avoir des connaissances disponibles relatives aux décompositions additives et soustractives des nombres. Nous sommes en présence d'un paradoxe : pour que les élèves puissent échapper à une posture consistant à se réfugier dans des algorithmes automatisés au profit d'une posture leur permettant de s'adapter au contexte particulier du calcul et de mobiliser des procédures économiques, il est indispensable qu'ils disposent de suffisamment de faits numériques⁶ et de procédures élémentaires de calculs automatisés. Ce paradoxe du calcul mental (appelé par les auteurs "paradoxe de l'automatisme") pourrait s'exprimer ainsi : pour échapper à l'automatisme (en général), il faut posséder des automatismes (particuliers).

Ayant constaté ces manques chez les élèves en difficulté dans les classes observées, Butlen et Pézard ont, dans un premier temps, mis au point un dispositif d'enseignement s'adressant spécifiquement à ces élèves et ayant pour objectif d'installer les pré-requis qui leur faisaient défaut (Butlen et Pezard, 2003 ; Butlen, 2007). Si ce dispositif s'est révélé relativement efficace pour les élèves de niveau moyen et moyen faible, il a eu nettement moins d'effets sur les apprentissages comme sur les performances des élèves les plus en difficulté en calcul comme en mathématiques en général.

Tout se passait comme si les élèves en difficulté se révélaient le plus souvent incapables de bénéficier de cet enseignement.

Pour expliquer ce constat, plusieurs éléments ont été proposés (Butlen, 2004). Parmi ceux-ci, il en identifie un, plus particulièrement lié à la nature de l'activité de calcul mental : ce type d'activité demande à l'élève de déterminer très rapidement, en quelques secondes, la qualité de la tâche qu'il doit réaliser, et de percevoir l'enjeu de l'activité nécessaire pour cela. Ainsi, dans le cas d'un élève de CE1 ou de CE2, si on lui demande de calculer le complément à 30 du nombre 28 (c'est-à-dire $2 = 30 - 28$), il est raisonnable d'exiger de sa part la reconnaissance de l'analogie avec le complément à 10 de 8 et la mobilisation d'un résultat mémorisé, restitué de manière quasi automatique et non reconstruit à l'occasion du calcul. En revanche, si on demande au même élève de calculer mentalement $45 + 28$, il doit alors, pour optimiser ses chances de

6. Fait numérique : il s'agit du résultat d'un calcul (souvent élémentaire) mémorisé et donc aisément mobilisable par l'élève comme par exemple les tables d'addition ou de multiplication. Toutefois, les faits numériques ne se réduisent pas aux seules "tables" ; ils peuvent faire référence par exemple à la "règle des zéros" : multiplication ou division d'un nombre entier ou décimal par une puissance de 10 ou aux multiples de 25, 50, 250, etc., voire à des calculs moins élémentaires.

réussite, non pas reproduire une technique automatisée, mais mobiliser par exemple le résultat automatisé précédent pour mettre en œuvre une procédure adaptée. Cela nécessite donc que l'élève perçoive très vite la qualité de la tâche qui lui est demandée : produire un résultat automatisé (installé en mémoire à long terme) ou mobiliser et adapter une connaissance de ce type dans le cadre d'un calcul plus complexe. Il doit pouvoir faire la différence entre les calculs qui nécessitent une réponse "automatisée" et ceux qui demandent une adaptation. Pour être réussie mais aussi bénéfique en terme d'apprentissage, l'activité de calcul mental nécessite donc que l'élève puisse percevoir les enjeux d'apprentissage (forcément implicites) du calcul qui lui est demandé. Nous retrouvons un effet de certaines caractéristiques énoncées par Perrin-Glorian.

Si une pratique régulière de calcul mental permet en général progressivement aux élèves d'apprendre à déterminer ces enjeux et donc de profiter de ce type d'activité, les élèves les plus en difficulté s'en révèlent, malheureusement, souvent incapables. Une explicitation directe de ces enjeux n'est pas possible car cela amènerait le professeur à effectuer le calcul à la place de l'élève et à le cantonner dans une tâche de reproduction. Une explicitation différée du professeur est peut être plus abordable mais se révèle souvent incompréhensible par l'élève en grande difficulté qui n'a pu en faire l'expérience dans l'action. Cette explicitation nécessite alors la mise en place de dispositifs spécifiques adaptés, ayant pour but de dépasser cette impossibilité à appréhender dans l'action ou dans le discours du professeur l'enjeu d'apprentissage.

L'absence d'identification de ces enjeux apparaît de façon récurrente dans de nombreuses études sur les élèves en difficulté, qu'elles relèvent des recherches en didactique des mathématiques (Perrin-Glorian, Coulange, Margolinas) ou d'autres disciplines, comme la sociologie.

On pourrait dire en particulier que tout se passe comme si ces élèves les plus en difficulté conservaient une certaine incapacité à anticiper suffisamment pour "*se lancer*" dans une procédure partiellement nouvelle, privés très souvent de travailler sur des connaissances un peu proches des leurs (dans leur zone proximale de développement ⁷).

2 Ménager des cheminements cognitifs spécifiques aux élèves en difficulté, une nécessité peu prise en compte dans les pratiques, un domaine encore peu exploré par les recherches en didactique des mathématiques

Dans le souci de mieux expliciter les enjeux de savoirs des situations d'apprentissage, Butlen et Pézard ont élaboré des situations spécifiques et les ont expérimenté au cycle 3. Il s'agissait d'activités de bilan de savoirs et de construction d'une mémoire collective de la classe. Les élèves devaient périodiquement (toutes les deux ou trois semaines) produire collectivement un texte résumant "tout ce qui a été appris et qu'il est important de retenir dans la période qui a précédé" (Butlen et Pézard, 2003 ; Butlen, 2007). Ils ont constaté que ce type de situations de production d'écrit, basé sur un débat entre pairs, permettait d'aménager des cheminements cognitifs particuliers, profitables pour certains élèves en difficulté. C'est le cas notamment de la production collective de ce qu'ils ont appelé des textes de statut intermédiaire entre l'énoncé très contextualisé (un exemple isolé de calcul par exemple) et l'énoncé décontextualisé, formel, d'une règle ou d'une propriété mathématique. Les élèves produisent collectivement des énoncés de règles ou de propriétés

7. Zone proximale de développement (ZPD) Ce concept central dans les travaux de Vygotsky exprime la différence entre ce que l'enfant peut apprendre s'il est seul et ce qu'il peut, en potentiel, apprendre si on (notamment un adulte) lui fournit une aide.

s'appuyant sur un exemple générique élaboré lors du débat entre pairs⁸ ou s'en accompagnant. Ce recours au générique révèle une étape indispensable, pour certains élèves, dans le processus de conceptualisation.

Ils ont également constaté que ce type de situations est difficile à mettre en œuvre pour les professeurs ; d'une part, parce que les élèves au départ résistent à entrer dans le dispositif et d'autre part, parce que le professeur doit renoncer provisoirement à un de ses rôles : énoncer le savoir à retenir pour permettre une élaboration collective de celui-ci par les élèves. Ceci est d'autant plus difficile que la production n'est pas celle attendue (énoncé expert) mais le résultat d'un compromis entre différents niveaux cognitifs. De plus, cela nécessite une phase assez longue de familiarisation avec la situation (plusieurs semaines) pour que les élèves adhèrent collectivement au dispositif.

La mise en œuvre de ce type de situations nécessite une formation spécifique explicitant les enjeux d'apprentissage visés mais aussi explicitant les conditions de cette mise en œuvre. Butlen et Pézard ont constaté que le dispositif explicité ci-dessus, s'il permettait à certains élèves très faibles de dépasser certaines de leurs difficultés, profitait davantage aux élèves en difficulté moyenne qu'aux élèves en grande difficulté. La durée de l'expérimentation (deux années scolaires) était sans doute encore insuffisante pour permettre à la majorité de ces élèves de changer de posture, d'apprendre suffisamment longtemps à appréhender les enjeux des situations et en particulier à savoir s'adapter au contexte des situations qui leur sont proposées. Il est possible que ces élèves aient acquis, lors des années précédentes, des habitudes de travail qui s'opposent à ce changement de posture. Le pas de côté qui leur est demandé semble trop important. Ce sont sans doute des raisons qui peuvent expliquer pour une part cet impact limité.

Cet exemple de cheminement cognitif se rapproche d'autres recherches menées dans le cadre de l'éducation prioritaire et faisant appel à des bilans de savoirs réguliers mais s'inscrivant dans le cadre d'un tutorat individualisé. C'est le cas notamment des travaux de Caroline Sheepers (le journal des apprentissages 2008).

Il nous paraît indispensable de développer des recherches visant à identifier les cheminements cognitifs spécifiques pouvant être profitables, voire indispensables à certains apprentissages. Ces cheminements, s'ils présentent un caractère métacognitif évident (par les explications données sur les mathématiques), restent d'après les auteurs des recherches précédentes fortement marqués par les contenus enseignés.

De même, une diffusion de ces résultats en formation initiale comme en formation continue devrait permettre aux professeurs de mettre en place les itinéraires cognitifs nécessaires, itinéraires sans doute à élaborer dans le cadre d'un travail collaboratif entre chercheurs, formateurs et acteurs du terrain.

3 Aides procédurales et aides constructives

Chappet-Pariès et Robert (Chappet-Pariès et al., 2008, 2014) distinguent (pages 51-52) deux types d'aides pouvant être apportées aux élèves lors de la réalisation d'une tâche mathématique⁹ : "*des aides procédurales (directes ou indirectes) engageant plutôt les élèves sur une piste d'action (exemples : fais une figure, essaie des calculs, etc.), et des aides à fonctions constructives (directes ou indirectes là encore) engageant l'élève sur une piste de réflexion, avec une montée en généralité (exemple : trouve quel théorème utiliser ici)*".

8. "Dans notre tête, mentalement, nous nous sommes dit que l'exposant indiquait de combien de rangs vers la droite, on déplaçait la virgule. Là comme le multiplicateur était 10^4 , on l'a déplacée de 4 rangs vers la droite et on a complété par deux zéros car il manque deux nombres à la partie décimale. Exemple $1,50 \times 10^4 = 15000$."

9. Chappet-Pariès et al. (2014) p.15.

Les auteures soulignent la difficulté pour les professeurs de fournir au bon moment le type d'aide nécessaire car celle-ci dépend du niveau cognitif de l'élève et de la tâche à réaliser. De même pour un élève, *"une aide procédurale peut devenir constructive"*, ce qui alors peut présenter un intérêt supplémentaire alors que pour d'autres élèves, elle n'aura pour effet que de les engager dans la tâche (ce qui peut être important si l'élève ne peut le faire sans cette aide).

Elles précisent que dans ce dernier cas, ces aides procédurales *"peuvent être intéressantes dans la mesure où elles laissent une part de nouveau aux élèves en lien avec ce qu'ils sont en train de travailler. Ce type d'intervention s'appuie sur des besoins ressentis par les élèves mais non précisés et contribue à réduire le questionnement sans le supprimer. C'est une intervention de type "faire faire", facilitée par une analyse de la tâche, mais avec une partie potentielle, encore ouverte, qui reste à la charge de l'élève. De plus ces aides peuvent être reprises plusieurs fois de la même manière, et même donner lieu à des aides constructives ultérieures."*

Ces effets potentiellement positifs nécessitent toutefois une capacité du professeur à évaluer le type d'aide à apporter en s'appuyant notamment, comme le précisent les auteurs, sur une analyse de la tâche à effectuer et une analyse de la possibilité pour l'élève à en tirer profit soit pour s'engager dans l'action, soit pour amorcer une réflexion¹⁰. Le risque peut être grand pour le professeur de limiter les aides apportées aux seules aides procédurales alors que les auteurs semblent les penser et les inscrire, notamment pour les élèves en difficulté, dans une dynamique -voire une dialectique - entre le procédural et le constructif qui peut être initialisée par du procédural.

II Pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques en ZEP¹¹

1 Les recherches sur les professeurs des écoles enseignant les mathématiques dans des écoles scolarisant un public très défavorisé (Butlen, Pézard, Masselot, Ngono, Peltier)

Établis à partir d'une analyse qualitative des pratiques effectives d'une vingtaine de professeurs des écoles observés pendant deux années consécutives (au moins trois à quatre observations par année), ces résultats permettent de caractériser les pratiques observées, de dégager un modèle permettant de décrire leur organisation et d'identifier ce que les auteurs ont qualifié de *"grandes questions de la profession"*. Les réponses à apporter à ces questions concernent également la formation initiale et la formation continue des enseignants.

10. Ces aides renvoient au concept de Zone Proximale de Développement.

11. ZEP : zones d'éducation prioritaire : créées en 1981, dans le but de lutter contre l'échec scolaire ; ce sont des zones regroupant des établissements scolaires (écoles ou collèges) dotés de moyens supplémentaires pour faire face à des difficultés d'ordre scolaire ou social. Elles n'existent plus sous ce nom depuis 2006-2007 et ont été remplacées par d'autres dispositifs (APV, RAR, CLAIR, ECLAIR).

2 Des contradictions et des catégories de pratiques

Une première recherche s'appuyant sur un dispositif "*d'observation naturelle*" de dix professeurs des écoles (trois débutants et sept confirmés), pendant deux années scolaires, a débouché, en particulier, sur la mise en évidence de cinq tensions, voire contradictions, marquant profondément les pratiques. Elles ne sont peut-être ni les seules, ni spécifiques aux pratiques en mathématiques, mais sont probablement marquées par le contexte d'exercice (classe de ZEP). Se plaçant dans le cadre de l'étude des liens entre enseignement et apprentissage de contenus disciplinaires, les auteurs ont hiérarchisé ces contradictions en prenant en compte *a priori* leur effet sur les apprentissages des élèves.

Une d'entre-elles apparaît comme fondamentale et peut déboucher sur une minoration, voire une quasi disparition des apprentissages scolaires : il s'agit de la tension entre logique de socialisation des élèves et logique des apprentissages disciplinaires. Ces deux logiques correspondent aux deux missions que le professeur des écoles doit remplir : éduquer l'élève comme futur citoyen et l'instruire, c'est-à-dire lui enseigner des savoirs disciplinaires. Elles peuvent entrer en concurrence notamment en ZEP. Cette tension apparaît comme fondamentale dans la mesure où l'exercice même du métier dépend de son dépassement. Se posent à son sujet des questions de temps : antériorité ou simultanéité de chaque logique ? Séparation ou imbrication des deux ?

Les quatre autres tensions en découlent plus ou moins directement. Parmi celles-ci, celle qui paraît la plus importante est la tension entre une logique de la réussite immédiate et une logique des apprentissages à moyen et long termes, visant la mise en réseau des connaissances. Les enseignants de ZEP ont le souci constant de créer un climat de confiance dans la classe. Pour cela, ils encouragent leurs élèves, les rassurent sur leurs capacités à résoudre les problèmes posés, et les félicitent à la moindre réussite. Cela constitue une aide conséquente et une valorisation excessive qui créent des effets de leurre. Une volonté constante de s'adapter aux élèves, de combler des manques amène les professeurs à simplifier, morceler, se centrer sur des tâches isolées, sur du concret, des manipulations, en perdant de vue le savoir visé à travers ces changements de tâches. Un cercle vicieux s'instaure entre simplification des tâches et investissement de moins en moins grand des élèves compromettant la construction de connaissances nouvelles. Le souci de bonne entente dans la classe ("traiter à égalité" tous les élèves, ne pas entretenir ou renforcer des inégalités) les conduit aussi à prendre en compte toutes les productions, qu'elles soient primitives ou plutôt expertes. Aucun élève ne doit être laissé de côté. Ces productions sont alors présentées "*en vrac*", sans hiérarchisation, ce qui est dommageable pour les apprentissages, le repérage des procédures à retenir restant à la charge de l'élève. Les auteurs font l'hypothèse que ce manque de repères explicites est source de différenciation.

La tension entre le temps de la classe et le temps d'apprentissage semble découler en grande partie de la contradiction précédente. Les enseignants de l'éducation prioritaire travaillent dans une logique de réussite à court terme, parfois même dans l'instantané. Une autre tension existe entre l'individuel et le collectif ; les enseignants, afin de répondre aux difficultés des élèves mais aussi d'assurer le maintien de règles de vie en commun, privilégient souvent un enseignement comme un traitement très individualisé des comportements au détriment des apprentissages collectifs (qu'ils aient une dimension éducative ou disciplinaire). De même, l'enseignant et les équipes pédagogiques ont souvent tendance à privilégier une logique de projets (généralement à vision éducative très large et rarement évalués) plutôt qu'une logique d'apprentissages disciplinaires.

Notons que c'est bien de dépasser les deux premières tensions (tension entre une logique d'apprentissages disciplinaires et une logique de socialisation ; tension entre réussite immédiate et réussite à moyen terme) qui semble essentiel en éducation prioritaire pour assurer les apprentissages scolaires.

Ces recherches sur l'enseignement des mathématiques en ZEP montrent une certaine diversité dans les pratiques, mais aussi des manières d'enseigner partagées par plusieurs enseignants, qui se transmettent facilement aux débutants car elles se révèlent suffisamment cohérentes et stables pour agir au quotidien sans tout "*réinventer*". Elles révèlent aussi que certaines manières d'enseigner les mathématiques à l'école élémentaire peuvent, souvent à l'insu des enseignants et contre leur volonté, hypothéquer les chances d'apprentissage pour certains élèves (les plus faibles notamment), du moins accentuer les différences initiales ; d'autres, moins fréquentes en ZEP, permettent potentiellement aux élèves de construire des connaissances solides.

Les pratiques majoritaires observées se caractérisent par des scénarios faisant une place importante à des tâches algorithmisées, peu riches, s'accompagnant d'une réduction très rapide, voire anticipée, des exigences en matière de contenus et des phases de recherches individuelles ou collectives ainsi que d'une quasi absence de phases de synthèse et d'institutionnalisation.

Toutefois, bien que très minoritaire, des pratiques alternatives davantage susceptibles *a priori* de provoquer des apprentissages plus riches existent et ont été observées en éducation prioritaire.

Une dernière recherche (Charles-Pézarid et al., 2012) portant sur l'analyse des effets d'un accompagnement de professeurs des écoles débutants sur leurs pratiques effectives¹² a permis de progresser dans l'analyse "*du pourquoi*" des pratiques. Ainsi, la résistance à l'accompagnement manifestée par la majorité des professeurs des écoles en ayant bénéficié a donné aux auteurs les moyens de mieux comprendre l'origine supposée de certains choix.

Ils ont ainsi identifié et isolé plusieurs grandes questions qui se posent à l'ensemble des professeurs des écoles et dont les réponses leur semblent organiser leurs pratiques. Une autre manière de le dire serait de considérer les modes de réponses à ces questions comme des dimensions organisatrices des pratiques.

12. Deux cohortes successives, l'une de quatre PE et l'autre de six PE, ont bénéficié de cet accompagnement, chacune sur une période de deux ans.

3 Trois problèmes du métier : installer une paix scolaire, exercer une vigilance didactique, gérer la tension entre dévolution et institutionnalisation¹³

Lors de leurs observations, les auteurs des recherches ci-dessus avaient du mal à identifier ce qui pilotait les pratiques des professeurs observés quand ils enseignaient les mathématiques. Des contraintes semblaient s'exercer au détriment de la qualité des mathématiques proposées aux élèves.

4 L'installation d'une paix scolaire

Une des premières questions à régler pour un professeur enseignant au public de l'éducation prioritaire est d'installer les conditions suffisantes à son enseignement dans le cadre collectif défini par la classe et l'établissement. Charles-Pézard et al. (2012) ont appelé paix scolaire l'installation de ces conditions. La paix scolaire est un couple constitué, d'une part, de la paix sociale (respect des règles de fonctionnement en classe et à l'école, indispensables à la relation didactique) et, d'autre part, de l'adhésion de l'élève au projet d'enseignement du professeur, adhésion globale mais réinitialisée au niveau local dans le quotidien de la classe. L'installation de la paix scolaire participe du processus de dévolution mais relève aussi de l'ensemble de l'acte d'enseignement.

Si l'installation d'une certaine paix scolaire est nécessaire pour enseigner, la manière de l'installer conditionne ou peut conditionner les contenus de cet enseignement. Inversement, la qualité des mathématiques proposées conditionne, dans une certaine mesure, le mode d'installation de la paix scolaire. Cette dialectique entre installation de la paix scolaire et qualité des mathématiques enseignées amène les auteurs à penser que l'on peut considérer le mode de réponse à cette question cruciale (surtout en ZEP mais plus généralement pour tout enseignant débutant) comme une des dimensions organisatrices des pratiques.

5 L'exercice de la vigilance didactique

Le problème est à la fois une question de formateurs et de chercheurs, en ce sens qu'elle contribue à mieux comprendre comment et pourquoi certaines pratiques se révèlent très éloignées de celles privilégiées en formation. Le pourquoi semble principalement lié à l'exercice de ce que Charles-Pézard (2010) a appelé l'exercice d'une certaine vigilance didactique.

La vigilance didactique se traduit par une manière de prendre en compte la place du savoir mathématique dans les analyses de l'activité du professeur des écoles (Charles-Pézard, 2010). De manière générale, on peut considérer que le travail de l'enseignant comporte au moins deux éléments principaux, largement interdépendants : préparer sa classe/élaborer son projet et gérer les déroulements en classe/mettre en actes son projet. Elle est aussi une manière de rendre compte du rôle joué par la maîtrise des contenus mathématiques à enseigner dans les grands choix effectués par le professeur, de le cerner et aussi d'en préciser certaines limites. La maîtrise des contenus est nécessaire mais ne suffit pas. D'autres connaissances, didactiques, sont nécessaires à l'enseignement des mathématiques. Cela a amené Pézard (Charles-Pézard, 2010) à définir la vigilance didactique "*comme une sorte d'ajustement didactique permanent de la part du*

13. cf. note 1 R. Douady et M.J. Perrin situent le processus d'institutionnalisation par rapport aux aspects outil et objet d'un concept. Dans l'information traitée, l'enseignant choisit et expose, avec les conventions en usage, ce qui est nouveau à retenir. Il fait le "cours". Ainsi, l'enseignant a la charge de donner un statut aux concepts qui jusque là sont intervenus comme outils. Il constitue alors un savoir de classe auquel chacun pourra se référer.

professeur faisant appel aux composantes cognitive et médiative¹⁴ des pratiques et s'exerçant dans les trois niveaux global, local et micro¹⁵".

Ces différentes connaissances mathématiques et didactiques s'opérationnalisent dans l'action du professeur pour réaliser des tâches. La vigilance didactique est liée aux différentes tâches d'enseignement de contenus mathématiques situées en amont de l'action en classe, pendant l'action en classe ou après la classe ainsi qu'aux différentes manières de les réaliser.

Cette recherche montre qu'un accompagnement conséquent de professeurs des écoles se traduit par un enrichissement des pratiques des enseignants concernés. Leurs marges de manœuvre s'accroissent. Les enseignants peuvent envisager des alternatives et engager d'autres manières de faire. Ils établissent notamment un rapport moins contraint, plus riche et plus réfléchi avec les manuels scolaires utilisés dans leurs écoles. L'installation d'une paix scolaire est assurée, les activités proposées aux élèves sont consistantes, plus riches et susceptibles de provoquer des apprentissages. Un temps de recherche individuelle ou collective est laissé aux élèves. Un temps d'explicitation et de justification des productions est ménagé. Dans une certaine mesure, le processus de dévolution des tâches et des situations est assuré, enrichi et durablement installé. En revanche, la majorité des professeurs concernés par cet accompagnement de deux années à la prise de fonction en ZEP, se révèlent toujours désarmés pour utiliser ces productions en vue de les hiérarchiser, de les utiliser pour développer les institutionnalisations nécessaires.

Les auteurs de ces recherches constatent donc une réelle résistance à l'institutionnalisation. Une recherche en cours (thèse de doctorat de didactique des mathématiques de Allard) semble montrer que cette résistance n'est pas le seul effet de pratiques majoritaires mais correspond pour certains contenus enseignés (les fractions et les décimaux) à une certaine absence, dans les ressources mises à la disposition des professeurs des écoles, d'un texte du savoir.

Cette recherche débouche donc sur le constat suivant : les effets de l'accompagnement concernent davantage le processus de dévolution que celui de l'institutionnalisation.

6 La gestion du couple dévolution/institutionnalisation

Abordons une troisième question de la profession : la posture prise relativement à la gestion du couple dévolution/institutionnalisation. Plusieurs chercheurs ont noté qu'une différence importante existant entre les diverses pratiques des professeurs des écoles résidait dans l'existence de moments d'institutionnalisation. Majoritairement, les enseignants réduisent, voire font disparaître ces phases. Cette quasi disparition s'accompagne d'une individualisation non contrôlée de l'enseignement. Toutefois cette dernière, souvent due à une prise en compte excessive de certaines injonctions institutionnelles, n'explique pas à elle seule le phénomène. Une explication en termes de vigilance didactique ne suffit pas non plus.

Un résultat important des recherches exposées ci-dessus portant sur les effets d'un accompagnement réside dans la mise en évidence d'une résistance des professeurs des écoles à l'institutionnalisation. Si

14. Robert et Roglaski (2002)

15. Le niveau "global" concerne les grands choix didactiques et pédagogiques des enseignants, les programmations, progressions et scénarios mis en œuvre, les grandes modalités d'aides ou de gestion des interactions. Le niveau "local" concerne la séance ou une partie consistante de celle-ci ainsi que les routines (ensemble de gestes permettant au professeur de réaliser une tâche importante comme par exemple institutionnaliser ou dévoluer). Le niveau "micro" concerne une unité de temps ou d'action plus petite comme la réalisation d'une tâche élémentaire (apporter une aide limitée, écrire au tableau, rappeler à l'ordre un élève, etc.) et les gestes qui le permettent.

les pratiques des débutants se sont notoirement enrichies du point de vue du choix des situations, de la dévolution des problèmes (gestion des phases de recherche, nature des aides apportées) et de la manière dont ces derniers font expliciter, formuler les procédures et les connaissances mobilisées par les élèves eux-mêmes, seule une professeure sur les dix met en œuvre systématiquement (quand c'est nécessaire et de manière efficace au moins à court et moyen termes) des phases d'institutionnalisation. Pour les autres, hormis parfois des tentatives de mises en relations entre les procédures mises en œuvre ou parfois encore des moments de rappels (mais qui restent souvent au niveau du contexte), rien n'est explicitement mis en valeur au niveau des connaissances mathématiques mobilisées dans le cadre de la résolution du problème qui seraient "*à retenir*" en vue de les réinvestir.

Une bonne maîtrise des contenus, une habitude à lire les procédures et les connaissances mobilisées par les élèves, à les hiérarchiser et à prévoir des traitements adéquats en fonction des savoirs visés lors de l'institutionnalisation, une maîtrise des enjeux d'apprentissage sont nécessaires à la préparation (en amont et pendant la classe) et à la gestion du processus d'institutionnalisation. Mais cette gestion nécessite aussi de la part du professeur un changement de "*posture*" (au sens courant du terme) qui n'a pas été suffisamment traité en termes de recherche comme (et par là même aussi) en termes de formation.

Lors du processus de dévolution, "*faisant confiance*" à la situation et à ses élèves, le professeur doit se mettre en retrait dans la relation didactique, il doit "*s'effacer*" suffisamment pour permettre aux élèves de construire ou de mobiliser les connaissances nécessaires. En revanche, la mise en œuvre du processus d'institutionnalisation nécessite qu'il reprenne la main, qu'il "*dévoile*" l'objet de son enseignement au niveau des élèves et en tenant compte de ce qui s'est effectivement passé, qu'il assure explicitement la fonction de détenteur du savoir. Ces postures sont différentes, voire contradictoires, le passage de l'une à l'autre n'est pas aisé et cette difficulté est encore rarement pointée au cours de la formation.

En formation, l'accent est davantage mis sur le choix des situations et sur la dévolution plutôt que sur l'institutionnalisation. Le plus souvent, les formateurs ont traité de façon indépendante, au moins de manière différente, les deux processus.

La dévolution, dans les classes observées, nécessite une certaine prise de risque de la part de l'enseignant qui doit reconnaître le potentiel de la situation qu'il propose, y compris pour les élèves faibles. De plus, la dévolution peut se révéler encore plus problématique dans ces classes dans la mesure où les professeurs ont du mal à "*faire confiance*" aux élèves.

Pézard et al. ont observé une certaine résistance à l'institutionnalisation dans les pratiques des enseignants en général, qui se révèle encore plus problématique dans les classes faibles en raison de la diversité des productions, de leur éloignement parfois très important de ce qui est attendu, et de la difficulté pour l'enseignant de les anticiper. Cette résistance nous semble dommageable pour les élèves en difficulté qui ont besoin de ces repères.

D'autres didacticiens (Coulange, 2012 ; Laparra et Margolinas, 2008) ont aussi mis en évidence cette résistance à l'institutionnalisation : trop souvent, les connaissances fréquentées dans les situations de classe demeurent implicites. Elles ne sont pas replacées par le professeur dans un système organisé et cohérent de savoirs. Ce travail reste à la charge des élèves et ne peut être assuré par tous. Pour les plus fragiles, elles risquent d'être perdues, sans réinvestissement possible dans d'autres situations.

À propos de l'institutionnalisation, les travaux de Coulange (2012) apportent aussi des éléments en considérant son double mouvement, à la fois ascendant (au sens classique d'identification et de formulation

par le professeur des savoirs en jeu dans la situation) mais aussi descendant (perception par le professeur des enjeux de savoir des situations et désignation de ces enjeux en amont des activités des élèves, de façon à orienter leur travail) .

7 Convergence avec d'autres travaux en didactique des mathématiques et en sociologie

Concernant les pratiques enseignantes à l'école élémentaire et au début du collège, [Coulange \(2011\)](#) parle de caractère *incident* des savoirs à enseigner, en particulier en mathématiques : ces derniers peuvent plus ou moins émerger au fil des situations de classe, mais ils ne semblent pas le principal point d'ancrage des choix et des manières de faire des professeurs. Tout se passe comme si les savoirs mathématiques et leur problématisation n'étaient pas au cœur de leur pratique. Des éléments plus importants semblent en jeu comme le lien avec du concret, du transversal, le fait que les élèves doivent avant tout "*agir*". . .

[Laparra et Margolinas \(2008, 2011\)](#) ont, de leur côté, montré la *transparence* des savoirs dans le travail du professeur des écoles, particulièrement en mathématiques et en français : tout se passe comme si son intention d'enseigner n'était pas déterminée en termes de savoirs, mais selon des contraintes plus larges : faire "*agir*" les élèves, les faire parler et écrire, leur faire côtoyer des connaissances, leur faire acquérir des capacités et des attitudes assez générales (ouverture aux autres, respect de soi et d'autrui, curiosité, créativité. . .).

Parallèlement, des travaux de sociologues et de sociolinguistes ([Bautier, Rochex, Bonnéry](#)) tentent de comprendre, au sein même de la classe, les mécanismes de fabrication des inégalités scolaires.

Ils ont en particulier mis en évidence des "*malentendus socio-cognitifs*" : les élèves croient qu'il suffit de se conformer aux consignes de l'enseignant, de résoudre les multiples tâches scolaires pour réussir. Ils se contentent d'attitudes de conformité et non d'appropriation réflexive des savoirs. Ils ne perçoivent que les signes extérieurs de l'étude et non les enjeux d'apprentissage des multiples activités que l'enseignant leur propose.

Tous ces chercheurs considèrent que certaines pratiques, en n'explicitant pas ce qui est attendu des élèves ("*les réquisits scolaires*") risquent, à l'insu des enseignants, de renforcer la différenciation plutôt que de tenter de remédier aux difficultés, en particulier celles des élèves de milieux socialement défavorisés. L'effet obtenu serait alors inverse de celui escompté. Ils distinguent deux types de différenciation ([Rochex et Crinon, 2011](#)) :

La différenciation "*passive*", à l'insu des enseignants : de façon générale, l'école requiert chez les élèves des savoirs, des modes de faire, des mises en relation, des processus de décontextualisation¹⁶ qui en fait sont très peu identifiés, nommés, désignés par l'enseignant. . . Les savoirs en jeu dans les situations ont alors un caractère transparent. Ils "*disparaissent*" en quelque sorte derrière la "*mise en activité*" des élèves,

16. Processus de décontextualisation/contextualisation : il s'agit du processus visant à aller du particulier au général. En didactique des mathématiques, ce terme est notamment utilisé pour désigner le processus qui vise à généraliser le domaine de fonctionnement ou d'application d'une notion, à l'extraire du (ou des) contexte(s) particulier(s) dans lequel ou dans lesquels, elle a été rencontrée pour lui donner un statut plus général. La notion ne dépend plus du problème spécifique qu'elle permet de résoudre mais prend place dans l'organisation des savoirs mathématiques. Inversement le processus de contextualisation revient à énoncer ou préciser un ou plusieurs problèmes (contexte) que la notion permet de résoudre. Le travail du professeur de mathématiques consiste dans un premier temps à contextualiser le savoir visé par l'enseignement, par exemple en choisissant un problème qu'il permet de résoudre puis dans un deuxième temps à généraliser le domaine de fonctionnement de ce savoir en élargissant le domaine des problèmes qu'il permet de résoudre et en décontextualisant progressivement le savoir en question

considérée comme essentielle, liée à la multiplicité et à la succession des tâches demandées. Le plus souvent, les mises en relation des tâches entre elles, de ces tâches avec des enjeux et des contenus de savoir restent à la charge des élèves. Or les élèves les plus fragiles ne peuvent réussir, seuls, à faire ces liens. De nombreuses recherches montrent la récurrence de ces observations dans toutes les disciplines et à tous les niveaux de classe. Cela est en relation avec des dysfonctionnements dans le processus d'institutionnalisation.

La différenciation "active" : elle correspond à un souci réel des enseignants de différencier les tâches, les exigences, les supports, les modes de travail. . . le plus souvent en réponse aux injonctions de l'institution. Il s'en suit que les élèves fréquentent des univers de travail et de savoirs différents, inégaux en termes d'activité intellectuelle et d'apprentissages potentiels. Face aux élèves les plus en difficulté, les enseignants proposent des tâches restreintes, morcelées, qui peuvent être effectuées les unes après les autres sans trop d'effort, mais au terme desquelles il n'y a pas de réel apprentissage, ni de réel savoir.

L'écart se creuse alors entre les élèves qui sont dans l'activité intellectuelle et ceux qui "*la miment*" et ne voient que les aspects extérieurs et mécaniques des différentes tâches scolaires ; ces élèves se conforment au résultat attendu, respectant des normes de présentation, d'attitude et de comportement. Le leurre peut durer pendant toute l'école primaire, mais il éclate au collège et débouche sur des désillusions, des résistances fortes, des décrochages.

Ces mêmes chercheurs mettent en évidence plusieurs logiques dans les processus de différenciation¹⁷ :

Une centration sur les tâches au détriment des enjeux de savoir : l'élève doit "être en activité" : le travail du professeur se trouve alors davantage piloté par les tâches que par les enjeux de savoirs ; cela se révèle être un problème pour les élèves qui ne vont pas au-delà de l'effectuation des tâches. Ce glissement de l'activité intellectuelle vers des activités à faible enjeu cognitif nuit en priorité aux élèves qui n'ont pas d'autres lieux d'apprentissage des savoirs scolaires que l'école.

Une délimitation "floue" entre différents savoirs scolaires, entre savoirs scolaires et savoirs "*quotidiens*", expériences de la vie sociale ou familiale. Si faire intervenir la vie quotidienne à l'école peut *a priori* aider à la motivation des élèves et à leur enrôlement, cela risque en fait de brouiller les pistes et d'être un obstacle à la décontextualisation. Les raisonnements en mathématiques et dans la vie de tous les jours ne sont pas les mêmes ; ce n'est pas la même logique qui est en jeu.

L'usage du langage peut être de différentes formes : parler et écrire pour penser, élaborer, ne relève pas du même enjeu intellectuel que parler et écrire pour mémoriser, identifier, restituer des consignes ou des règles simples.

Certains chercheurs font maintenant référence à la nécessité de développer un "**enseignement explicite**". Ce terme issu de recherches développées au Canada est repris dans des sens souvent plus prudents par des chercheurs français. En effet, certains tenants de cet enseignement au Québec mettent souvent en cause les "*pédagogies actives*". Le terme est explicitement utilisé dans le référentiel de l'Éducation prioritaire. Ainsi la première priorité s'intitule : "*Garantir l'acquisition du "Lire, écrire, parler" et enseigner plus explicitement les compétences que l'école requiert pour assurer la maîtrise du socle commun*". Il est ainsi précisé :

— "*les objectifs du travail proposé aux élèves sont systématiquement explicités avec eux*";

17. Il s'agit ici du processus de création de différences relatives aux apprentissages entre les élèves.

- *"les procédures efficaces pour apprendre sont explicitées et enseignées aux élèves à tous les niveaux de la scolarité. La pédagogie est axée sur la maîtrise d'un savoir enseigné explicitement. (L'élève sait avant de commencer une leçon ce qu'il a vocation à apprendre et il vérifie lui-même après la leçon qu'il a retenu ce qu'il fallait)";*
- *"l'enseignement est progressif, continu; la vérification de la compréhension de tous les élèves est régulière."*

Il s'agit bien ici d'une recommandation institutionnelle forte qui est relayée par plusieurs chercheurs et des travaux aux fondements parfois très différents. Cette quasi injonction est datée (refondation de l'école et de l'éducation prioritaire). Elle s'inscrit en rupture par rapport à certaines doxas (dont il est difficile de trouver les traces dans les textes officiels de programmes ou relatifs aux pratiques enseignantes) qui privilégiaient davantage le faire, le dire que l'apprendre, la mise en activité autonome des élèves que la hiérarchisation des connaissances susceptibles d'être mobilisées dans l'action en fonction d'un objectif de savoir visé par l'enseignement. Dans un premier temps, dans les travaux des didacticiens, ont sans doute été minorés; l'importance de cette hiérarchisation et d'une institutionnalisation qui ne se limiterait pas à une transformation des connaissances en savoirs mais qui comporterait aussi une dimension supplémentaire : mise en texte du savoir avec apport d'informations supplémentaires ne se restreignant pas à une simple décontextualisation, dépersonnalisation et généralisation de connaissances. La didactique des mathématiques, notamment la théorie des situations didactiques qui en est pour une large part à l'origine (Brousseau, 1987), se sont en effet construites dans une période (milieu des années 60/70) où il n'était pas ou très difficilement envisageable que les enseignants hésitent à enseigner tant la stratégie d'enseignement du type "*j'apprends, j'applique*" était répandue.

De ce fait, une grande part des recherches ont d'abord porté sur le processus de dévolution et la pertinence des situations à proposer aux élèves plutôt que sur le processus d'institutionnalisation. Cette orientation n'a pas été sans effet sur les stratégies des formateurs (et notamment des ex-professeurs des écoles normales puis des IUFM) qui, eux aussi, ont davantage mis l'accent sur les situations et les conditions de leur dévolution que sur le texte du savoir à mettre en place. Les textes d'accompagnement des programmes de 2002 (école primaire) mais surtout les documents ressources associés aux programmes de 2008 constituent des ressources ayant un réel statut institutionnel qui s'inscrivent dans une certaine mesure en rupture avec ces doxas.

Le Centre Alain Savary de l'IFÉ produit une courte fiche téléchargeable¹⁸ intitulée "*réaliser un enseignement explicite*" identifiant deux groupes de chercheurs travaillant dans cette direction. Des chercheurs s'intéressant à la cognition (Sylvie Cèbe, Roland Goigoux, Michel Fayol), ont souligné "*la nécessité d'outiller, dès la maternelle, tous les élèves des procédures de base (chronologie, repérage dans l'espace, catégorisation, attention, compréhension de l'implicite, développement de la mémoire de travail phonologie)*". Ces chercheurs demandent donc aux enseignants de consacrer un temps suffisant aux répétitions, aux verbalisations qui guident l'action, à l'explication collective des conditions de réussite des tâches, "*parce que réussir n'est pas comprendre*". Il s'agit ici encore une fois que pour les élèves qui se cantonnent dans le faire, les enseignants soient amenés à les inciter à dépasser le stade de l'action, à mieux identifier les enjeux d'apprentissage et à mieux transférer leurs connaissances. Ces auteurs développent des outils et identifient

18. centre-alain-savary.ens-lyon.fr/ Accueil/Education prioritaire

"des pratiques efficaces". Le second groupe de chercheurs (équipe ESCOL) développe le concept de secondarisation¹⁹. Ce processus de secondarisation ne serait pas suffisamment pris en compte, ce qui conduirait les élèves, notamment issus de milieux populaires, à ne pas le mener suffisamment à terme et serait donc à travailler explicitement par les enseignants. Ce point de vue rejoint également celui sur les processus de différenciation (active et passive) déjà évoqués ci-dessus.

Conclusion : des pistes pour relever le défi de l'enseignement des mathématiques en éducation prioritaire, côté formation

Les effets différenciateurs potentiels des pratiques enseignantes sur les apprentissages, en particulier ceux des élèves les plus fragiles, posent la question de l'enrichissement de ces pratiques. Certaines des recherches évoquées ci-dessus suggèrent qu'une réponse possible est que l'enseignant joue sur la diversité : celle des situations proposées, celle des leviers mobilisés. Le but est de donner aux élèves en difficulté une opportunité de "*raccrocher*". L'enrichissement des pratiques des enseignants devrait favoriser la mise en œuvre au quotidien d'alternatives fondées sur une telle diversité.

Il semble aussi que, s'il est illusoire et même peut-être risqué de tout expliciter, il est important de réduire une part de l'implicite des pratiques : cela est en lien avec, à la fois, la dévolution des enjeux d'apprentissage et de savoirs et avec l'institutionnalisation. Mais cela ne peut se faire que si l'enseignant lui-même a conscience des enjeux des situations qu'il propose, ce qui ramène à la qualité de l'exercice de sa vigilance didactique (Charles-Pézard, 2010).

Certaines recherches (Charles-Pézard, Butlen, Masselot) permettent de dégager des pistes pour la formation. La dimension "*installer la paix scolaire*" permet d'aborder d'un point de vue didactique, et de manière non artificielle, la question plus globale de la gestion de la classe.

De même, la maîtrise intégrée des savoirs mathématiques, des savoirs et des enjeux didactiques est une question centrale pour les formateurs de mathématiques intervenant dans la formation des professeurs des écoles. La manière de poser cette question en termes de vigilance didactique peut leur permettre d'unifier leur intervention en ciblant et en articulant les contenus mathématiques, les contenus didactiques et les routines et gestes professionnels associés à leurs mises en œuvre à travers des analyses de pratiques de classe.

Pourrait-on, par exemple, inverser la proportion constatée des pratiques enseignantes majoritaires au profit de celles susceptibles de faire pratiquer aux élèves des mathématiques plus riches, même si les effets sur les élèves les plus faibles ne sont pas certains ?

Certes les résultats obtenus par les chercheurs ouvrent une première voie, concernant les formations et l'intégration des spécificités qui ont été étudiées. Cependant, vu l'ampleur des problèmes, on peut penser que cela ne peut jouer tout son rôle que comme composante d'une modification plurielle portant sur plusieurs axes imbriqués. L'axe institutionnel est contextualisé à l'aide de mesures quantitatives et qualitatives, pour permettre ces formations de qualité, et rétablir une certaine souplesse de l'école, servant à des innovations en tous genres en direction des publics très défavorisés, autorisant la création de passerelles et désenclavant

19. Transformation cognitive des individus qui permet de passer d'un niveau de maîtrise pratique du monde et des savoirs à celui d'un rapport et d'une maîtrise symbolique du monde

les établissements. L'axe du travail véritablement organisé et pensé avec les partenaires de l'école : parents, éducateurs, animateurs, . . . avec les chercheurs, les formateurs et les enseignants est aussi nécessaire. C'est sans doute à ce prix, élevé, que les cercles vicieux actuels, entre attentes déçues de l'école et installation de rejets massifs par exemple, pourront être dépassés.

L'exemple du dispositif PACEM (Chesné, 2014) est à cet égard instructif. Il s'agit d'un "*dispositif qui vise explicitement l'amélioration des acquis des élèves en mathématiques en misant sur la transformation des pratiques des enseignants dans le cadre d'un dispositif de formation continue*". Ce dispositif s'appuie sur des évaluations standardisées qui vont être progressivement intégrées dans la culture professionnelle des enseignants concernés. Il est "*étagé*" dans la mesure où les enseignants ayant bénéficié de la formation vont entraîner les collègues de leur établissement.

Sont en jeu les apprentissages des élèves dans le domaine numérique en sixième, qu'on espère améliorer notamment grâce à des activités très régulières de calcul mental, adaptées au programme (notamment sur les décimaux et leurs opérations). L'auteur s'est ainsi inspiré de divers résultats sur les acquis et les difficultés des élèves dans ce domaine numérique, en intégrant notamment les bilans de diverses évaluations nationales analysées à la lumière d'éléments didactiques. Il s'est aussi appuyé sur des résultats didactiques sur les pratiques enseignantes et sur des hypothèses correspondantes sur leurs formations. D'une part, il s'agit de "*partir*" des pratiques effectives et de respecter leur complexité, pour les former. La complexité constitutive des pratiques intervient pour ne pas isoler comme objets de formation, par exemple, les activités des enseignants avant la classe, puis leurs activités en classe, ou encore pour ne pas séparer le travail sur les listes d'exercices de celui de gestion de la classe, tout en considérant en même temps les contraintes des programmes. D'autre part, est adoptée l'idée de faire travailler les participants sur des pratiques proches de celles qu'ils ont déjà rencontrées, pratiques qui seraient en quelque sorte dans leur "*Zone Proximale de Développement des Pratiques*", pour reprendre un modèle utilisé pour les apprentissages. L'hypothèse est que l'on peut faire évoluer des pratiques à condition de s'appuyer en formation sur du "presque déjà-là", sur des pratiques ayant suffisamment de proximité avec celles des participants pour qu'ils y reconnaissent quelque chose de leurs propres expériences d'enseignement. Enfin, pour ce travail sur les pratiques, est reconnue l'importance du langage (social) comme outil de communication et de prise de conscience (individuelle). La formation individuelle peut suivre des échanges interindividuels. Laisser un espace aux diversités individuelles semble ainsi essentiel le travail sur les alternatives, les palettes de possibles, les aspects globaux, ainsi que l'utilisation d'un vocabulaire spécifique, de mots pour le dire élaborés en commun peuvent y contribuer.

La mise en œuvre du dispositif comporte les six étapes suivantes : un test en début d'année scolaire, une formation pour certains enseignants (un par école ou collège), une "*percolation*" de la formation auprès des collègues de ces enseignants, une plate-forme collaborative pour un accompagnement à distance des enseignants, une collaboration avec les inspections locales et un test en fin d'année scolaire.

Portant sur un effectif important (environ 1 500 élèves de CM1 et 3 000 de 6^e en 2010-2012) et ciblant deux domaines mathématiques (les grandeurs et mesures, ainsi que les nombres et le calcul, notamment le calcul mental), les résultats sont encourageants dans la mesure où cette expérimentation menée par Chesné au sein de la direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance (DEPP) prend en compte des expériences qualitatives mais s'inscrit dans un cadre quantitatif.

À l'issue de l'expérimentation 2010-2012, les performances des élèves expérimentateurs, par comparaison

à celles d'élèves témoins, sont significativement meilleures, aussi bien au CM1 qu'en sixième. En CM1, les écarts entre résultats des élèves issus de l'éducation prioritaire et hors éducation prioritaire sont réduits, et soulignent le rôle essentiel du pilotage par l'IEN et l'accompagnement des écoles par un conseiller pédagogique. Par ailleurs, le projet a entraîné dans de nombreuses écoles une réflexion globale sur l'ensemble du cycle 3. En 6^e, non seulement les scores des élèves des classes des enseignants formés ont davantage progressé que les élèves des classes des enseignants témoins, mais les scores des élèves des collègues des enseignants formés ont eux aussi progressé davantage que ceux des enseignants témoins, ce qui montre l'existence d'une retombée collective de la formation. D'autres éléments intéressants, comme la persistance de cet impact en 5^e (mesuré à travers les évaluations nationales en 5^e) ou l'impact de la nature des choix effectués par les enseignants en calcul mental sont actuellement à l'étude.

Bibliographie

- Brousseau, G. (1987). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques* 7(2), 33–116.
- Butlen, D. (2004). Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. des difficultés des élèves de milieux populaires aux stratégies de formation des professeurs des écoles. *Habilitation à Diriger des Recherches en Sciences - Université Paris 8*.
- Butlen, D. (2007). Le calcul mental entre sens et technique. *Presses Universitaires de Franche-Comté, Besançon*.
- Butlen, D., M. Charles-Pézard, et P. Masselot (2010). Accompagnement en mathématiques de professeurs des écoles débutants nommés en ZEP. analyse des pratiques et inférence sur la formation initiale. *Repères-IREM* (81), 75–94.
- Butlen, D. et M. Charles-Pézard (2007). Conceptualisation en mathématiques et élèves en difficulté. le calcul mental entre sens et technique. *Grand N* 79, 7–32.
- Butlen, D. et G. Le Poche (1997). Deux exemples de situations d'enseignement de mathématiques s'adressant à des élèves en difficulté. *Ministère de l'Éducation nationale Texte d'accompagnement des programmes, Paris*.
- Butlen, D., B. Ngonu, M. L. Peltier-Barbier, et M. Pézard (2004). Illustration des i-genres de pratiques et des recompositions singulières. *Dur d'enseigner en ZEP*, 83–101.
- Butlen, D., M.-L. Peltier-Barbier, et M. Pézard (2002). Nommés en rep, comment font-ils ? pratiques de professeurs d'école enseignant les mathématiques en rep : contradiction et cohérence. *Revue française de pédagogie*, 41–52.
- Butlen, D. et M. Pézard (2003). Étapes intermédiaires dans le processus de conceptualisation en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques* 23(1), 41–78.
- Butlen, D. et M. Pézard (1992). Situations d'aide aux élèves en difficulté et gestion de classe associée. *Grand N* 50, 29–58.
- Chappet-Pariès, M., A. Robert, K. Millon-Fauré, et J. Drouhard (2014). Cahiers du laboratoire de didactique André Revuz 12.

- Chappet-Pariès, M., A. Robert, et J. Rogalski (2008). Que font des élèves de troisième et de quatrième avec un même enseignant dans une séance de géométrie. *F. Vandebrouck, La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants. Toulouse : Octarès, 95–138.*
- Charles-Pézarid, M. (2010). Installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique. *Recherches en didactique des mathématiques 30(2), 197–261.*
- Charles-Pézarid, M., D. Butlen, et P. Masselot (2012). *Professeurs des écoles débutants en ZEP : quelles pratiques ? Quelle formation ?* Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Chesné, J. F. (2014). *D'une évaluation à l'autre : des acquis des élèves sur les nombres en sixième à l'élaboration et à l'analyse d'une formation d'enseignants centrée sur le calcul mental.* Ph. D. thesis, Doctorat de didactique des mathématiques, université Denis Diderot.
- Coulangue, L. (2011). Quand les savoirs mathématiques à enseigner deviennent incidents. Étude des pratiques d'enseignement des mathématiques d'une enseignante de cm2. In J.-Y. Rochex et J. Crinon (Eds.), *La construction des inégalités scolaires.* Rennes PUR.
- Coulangue, L. (2012). L'ordinaire de l'enseignement des mathématiques, pratiques enseignantes et leurs effets sur les apprentissages des élèves. *Habilitation à Diriger des Recherches, Université Paris Diderot.*
- Laparra, M. et C. Margolinas (2008). Les premiers apprentissages de l'écrit : doxa et malentendus des écrits authentiques. *Les didactiques et leur rapport à l'enseignement et à la formation, Bordeaux.* <http://www.aquitaine.iufm.fr/infos/colloque2008/cdromcolloque/communications/lapa.pdf>.
- Laparra, M. et C. Margolinas (2011). Des savoirs transparents dans le travail des professeurs à l'école primaire. In J. Y. Rochex et J. Crinon (Eds.), *La construction des inégalités scolaires.* Rennes PUR.
- Perrin-Glorian, M. J. (1992). *Aires de surfaces planes et nombres décimaux. Questions didactiques liées aux élèves en difficulté aux niveaux CM-6^{ème}.* Ph. D. thesis, Thèse de Doctorat d'État, Université Paris 7.
- Perrin-Glorian, M.-J. (1993). Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans les classes faibles. *Recherches en didactique des mathématiques 13(1.2), 5–118.*
- Robert, A. et J. Roglaski (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies 2(4), 505–528.*
- Rochex, J.-Y. et J. Crinon (2011). *La construction des inégalités scolaires.* Rennes : PUR.