

RAPPORT SCIENTIFIQUE

Nov. 2016

# COMPARAISON DES ÉVALUATIONS **PISA ET TIMSS**

ACQUIS DES ÉLÈVES : COMPRENDRE LES  
ÉVALUATIONS INTERNATIONALES

**VOLUME 2**



 **cnesco**  
 **conseil national**  
 **d'évaluation**  
 **du système scolaire**



# Acquis des élèves : Comprendre les évaluations internationales PISA et TIMSS

Analyse comparative des contenus en mathématiques et en sciences

## Volume 2 : Analyse comparative des contenus des deux enquêtes



 **cnesco**  
**conseil national  
d'évaluation  
du système scolaire**

*Novembre 2016*

Ce rapport est édité par le Conseil national d'évaluation du système scolaire.

**Directrice de la publication**

Nathalie Mons, présidente du Cnesco

**Rédacteur en chef**

Jean-François Chesné, directeur scientifique du Cnesco

**Auteurs**

Antoine Bodin, IREM d'Aix-Marseille (Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques)

Cécile de Hosson, professeure à l'université Paris Diderot – Paris 7

Nicolas Décamp, maître de conférences à l'université Paris Diderot – Paris 7

Nadine Grapin, maître de conférences à l'université Paris Est-Créteil

Pierre Vrignaud, professeur émérite de psychologie à l'université Paris-Ouest Nanterre – La Défense

**Remerciements des auteurs**

Ce travail a bénéficié de la collaboration de Franck Salles, coordinateur national de recherche pour TIMSS *Advanced* 2015, et co-manager du projet PISA 2012 pour la France, et de Youssef Souidi, chargé de mission au Cnesco.

**Remerciements du Cnesco**

Le Cnesco remercie l'OCDE et l'IEA pour l'avoir autorisé à accéder respectivement aux exercices des enquêtes de PISA et de TIMSS.

Le Cnesco remercie la Depp pour avoir mis à sa disposition les tests 2015 des enquêtes PISA sciences, TIMSS CM1 et TIMSS *Advanced*.

## Table des matières

Liste des tableaux .....	5
Liste des figures .....	7
Préambule .....	9
Introduction.....	11
<b>Chapitre 1 : Analyse des exercices de PISA et de TIMSS pour les sciences.....</b>	<b>13</b>
A. Analyse de l'enquête PISA 2015.....	<b>15</b>
1. Méthodologie d'analyse .....	15
2. Étape 1 : analyse beta sur les exercices libérés .....	15
3. Étape 2 : l'évaluation « culture scientifique » de PISA 2015, analyse et résultats .....	25
B. Analyse de l'enquête TIMSS <i>Advanced</i> 2015 et points de comparaison avec PISA.....	<b>30</b>
1. Modalités de passation de TIMSS .....	30
2. Analyse des questions et des méthodes de passation de TIMSS <i>Advanced</i> 2015 et comparaison avec PISA.....	31
<b>Chapitre 2 : Analyse des exercices de TIMSS et de PISA pour les mathématiques .....</b>	<b>39</b>
A. Méthodes d'analyse .....	<b>41</b>
1. Taxonomie de la complexité cognitive de Gras .....	42
2. Niveaux de mise en fonctionnement des connaissances .....	43
B. Analyse de l'enquête TIMSS4 (niveau CM1).....	<b>44</b>
1. Présentation et analyse d'exercices de TIMSS4 2011.....	44
2. Présentation et analyse d'exercices de TIMSS4 2015.....	52
3. Analyse globale de l'enquête TIMSS4 2015 .....	61
C. Analyse de l'enquête PISA.....	<b>67</b>
1. Présentation et analyse de questions de PISA 2012.....	67
2. Analyse globale de l'enquête PISA 2015.....	84
D. Analyse de l'enquête TIMSSADV 2015.....	<b>87</b>
1. Présentation et analyse de questions de TIMSSADV .....	87
2. Analyse globale de l'enquête TIMSSADV 2015 .....	94
E. Comparaisons – évolutions .....	<b>95</b>
1. Comparaisons des enquêtes PISA et TIMSS avec les examens nationaux.....	95
2. Analyse des enquêtes PISA et TIMSS au regard du curriculum français en mathématiques ..	97
<b>Conclusion .....</b>	<b>101</b>
Références et bibliographie.....	103
Liste des sigles et acronymes .....	107



## Liste des tableaux :

Tableau 1 : Catégories générales de la complexité cognitive (Gras, 1977).....	42
Tableau 2 : Classement TIMSS des questions de l'exercice deTIMSS4 2011 « Échange de cartes » .....	46
Tableau 3 : Analyse des questions de l'exercice « Échange de cartes » de TIMSS4 2011 .....	47
Tableau 4 : Taux de réussite aux questions de l'exercice deTIMSS4 2011 « Échange de cartes » .....	47
Tableau 5 : Classement TIMSS de l'exercice deTIMSS4 2011 « Plus grande fraction » .....	48
Tableau 6 : Taux de réussite à l'exercice deTIMSS4 2011 « Plus grande fraction ».....	48
Tableau 7 : Classement TIMSS de l'exercice deTIMSS4 2011 « Multiplication » .....	49
Tableau 8 : Taux de réussite à l'exercice deTIMSS4 2011 « Multiplication ».....	50
Tableau 9 : Classement TIMSS de l'exercice deTIMSS4 2011 « Trier des formes » .....	51
Tableau 10 : Taux de réussite à l'exercice deTIMSS4 2011 « Trier des formes ».....	51
Tableau 11 : Répartition par domaines, selon les programmes français en vigueur en 2015 .....	62
Tableau 12 : Répartition des questions hors programme du test 2015 selon les domaines des programmes .....	64
Tableau 13 : Répartition des questions du test 2015 par niveau de mise en fonctionnement (NMF) des connaissances.....	65
Tableau 14 : Répartition des questions de mathématiques de TIMSS4 2015 par niveau scolaire et par niveau de mise en fonctionnement (NMF) des connaissances selon les processus et les domaines. ....	66
Tableau 15 : Classement PISA de l'exercice de PISA 2012 « Achat d'un appartement » .....	68
Tableau 16 : Taux de réussite à l'exercice de PISA 2012 « Achat d'un appartement » .....	69
Tableau 17 : Classement PISA de la question 1 de l'exercice de PISA 2012 « Hit-Parade ».....	70
Tableau 18 : Taux de réussite à la question 1 de l'exercice de PISA 2012 « Hit-parade » .....	70
Tableau 19 : Taux de réussite à la question 2 de l'exercice de PISA 2012 « Hit-parade » .....	70
Tableau 20 : Taux de réussite à la question 3 de l'exercice de PISA 2012 « Hit-parade » .....	71
Tableau 21 : Classement PISA de la question 1 de l'exercice de PISA 2012 « Débit d'une perfusion».....	71
Tableau 22 : Classement PISA de la question 2 de l'exercice de PISA 2012 « Débit d'une perfusion».....	72
Tableau 23 : Taux de réussite à la question 1 de l'exercice de PISA 2012 « Débit d'une perfusion » .....	74
Tableau 24 : Taux de réussite à la question 2 de l'exercice de PISA 2012 « Débit d'une perfusion » .....	74
Tableau 25 : Classement PISA de la question 1 de l'exercice de PISA 2012 « Porte à tambour» .....	75
Tableau 26 : Classement PISA de la question 2 de l'exercice de PISA 2012 « Porte à tambour» .....	76
Tableau 27 : Classement PISA de la question 3 de l'exercice de PISA 2012 « Porte à tambour» .....	77
Tableau 28 : Taux de réussite à la question 1 de l'exercice de PISA 2012 « Porte à tambour».....	79
Tableau 29 : Taux de réussite à la question 2 de l'exercice de PISA 2012 « Porte à tambour».....	79

Tableau 30 : Taux de réussite à la question 3 de l'exercice de PISA 2012 « Porte à tambour».....	79
Tableau 31 : Classement PISA de la question 1 de l'exercice de PISA 2012 « Cargo à voile» .....	80
Tableau 32 : Taux de réussite à la question 1 de l'exercice de PISA 2012 « Cargo à voile».....	81
Tableau 33 : Classement PISA de la question 2 de l'exercice de PISA 2012 « Cargo à voile» .....	81
Tableau 34 : Taux de réussite à la question 2 de l'exercice de PISA 2012 « Cargo à voile».....	82
Tableau 35 : Classement PISA de la question 3de l'exercice de PISA 2012 « Cargo à voile».....	83
Tableau 36 : Taux de réussite à la question 3 de l'exercice de PISA 2012 « Cargo à voile».....	83
Tableau 37 : Répartition des questions de mathématiques de PISA 2012 par niveau de complexité et par niveau de mise en fonctionnement (NMF) des connaissances selon les processus et les domaines.....	84
Tableau 38 : Distribution des questions de mathématiques de PISA 2003 selon leur niveau de complexité	86
Tableau 39 : Quelques résultats des élèves en mathématiques à PISA 2012 selon les processus et les domaines .....	86
Tableau 40 : Classement TIMSS de l'exercice de TIMSSADV 2008 « Fonction continue par morceaux » .....	88
Tableau 41 : Taux de réussite à l'exercice de TIMSSADV « Fonction continue par morceaux » en 1995 et en 2008.....	88
Tableau 42 : Classement TIMSS de l'exercice de TIMSSADV 2008 « Pente et dérivée » .....	89
Tableau 43 : Taux de réussite à l'exercice de TIMSSADV « Pente et dérivée » en 2008.....	90
Tableau 44 : Classement TIMSS de l'exercice de TIMSSADV 2008 « Aire » .....	91
Tableau 45 : Taux de réussite à l'exercice de TIMSSADV « Aire » en 2008.....	91
Tableau 46 : Classement TIMSS de l'exercice de TIMSSADV 2015 « Limite d'une fonction rationnelle ».....	93
Tableau 47 : Taux de réussite à l'exercice de TIMSSADV « Cylindre et extremum » en 1995 .....	93
Tableau 48 : Répartition des questions de mathématiques de TIMSSADV 2015 par niveau de complexité et par niveau de mise en fonctionnement (NMF) des connaissances selon les processus et les domaines .....	94
Tableau 49 : Adéquation entre les questions de TIMSSADV 2015 et les programmes français en vigueur ...	98

## Liste des figures

Figure 1 : Exercice CS600« Disparition des abeilles » Question 1 .....	17
Figure 2 : Deuxième question de l'exercice CS600 « Disparition des abeilles » .....	18
Figure 3 : Écran d'introduction de l'exercice libéré CS633 « La maison énergétiquement efficace » ( <i>energy-efficient house</i> ) .....	20
Figure 4 : 2 <sup>e</sup> écran d'introduction de l'exercice libéré CS633 « La maison énergétiquement efficace ».....	21
Figure 5 : Première question de l'exercice libéré CS633 « La maison énergétiquement efficace » .....	22
Figure 6 : Quatrième question de l'exercice libéré CS633 « La maison énergétiquement efficace ».....	23
Figure 7 : Encadré accompagnant la question 5 de l'exercice CS6333 .....	24
Figure 8 : Répartition des questions de TIMSS4 2015 par niveau scolaire selon les domaines .....	66
Figure 9 : Répartition des questions de TIMSS4 2015 par niveau scolaire selon les niveaux de mise en fonctionnement des connaissances .....	66
Figure 10 : Répartition des questions de TIMSS4 2015 par processus TIMSS selon les domaines .....	66
Figure 11 : Répartition des questions de TIMSS4 2015 par niveau scolaire selon les processus TIMSS.....	66
Figure 12 : Distribution des questions de mathématiques de PISA 2012 selon les niveaux de mise en fonctionnement (NMF) des connaissances .....	85
Figure 13 : Distribution des questions de mathématiques de PISA 2012 selon leur niveau de complexité... 85	
Figure 14 : Comparaison des niveaux de complexité entre PISA 2003 et différentes évaluations françaises 95	
Figure 15 : Comparaison des niveaux de complexité entre PISA 2012, le DNB 2016 et TIMSSADV 2015 .....	96
Figure 16 : Comparaison des niveaux de mise en fonctionnement des connaissances entre PISA 2012, le DNB 2016, TIMS 2015 et TIMSSADV 2015.....	96



## Préambule

Ce rapport du Cnesco est consacré aux programmes internationaux PISA (*Programme for International Student Assessment*) et TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*) d'évaluation des acquis des élèves. Il paraît à quelques semaines de la publication des résultats des enquêtes 2015. Alors que PISA est sans doute le plus important programme international mis en place pour comparer les systèmes éducatifs et le plus commenté dans le débat public, TIMSS est moins connu. La France n'avait pas participé à ce programme, consacré spécifiquement aux mathématiques et aux sciences, depuis 20 ans. Les résultats de l'édition de TIMSS 2015 devraient donc être largement commentés, d'autant qu'ils concernent à la fois les élèves de CM1 et de terminale scientifique (TIMSS *Advanced*).

Sa réalisation par le Cnesco s'est faite conformément à l'une des trois missions que lui assigne la loi d'orientation et de programmation pour la refondation de l'École de la République du 8 juillet 2013, à savoir « Évaluer les méthodologies mises en œuvre par les évaluateurs internes au ministère de l'Éducation nationale et celles mises en œuvre par les organismes internationaux ». Son objectif est d'analyser les cadres conceptuels et leurs opérationnalisations utilisés par les enquêtes internationales PISA et TIMSS. Étant donné la spécificité de TIMSS et l'importance donnée aux sciences par PISA en 2015, le rapport est centré sur les mathématiques et les sciences. Cette analyse porte sur deux grands axes : le premier est d'ordre technique, il concerne la préparation des enquêtes, les processus d'élaboration de leurs « instruments », c'est-à-dire tous les supports qui servent à leur mise en œuvre, le mode de passation des tests par les élèves, et la manière de rendre compte des résultats (la construction des « échelles ») ; c'est l'objet du premier volume du rapport, dont certaines parties sont d'ailleurs valables pour les autres domaines de PISA (comme par exemple la compréhension de l'écrit). Le second axe du rapport est d'ordre didactique : il s'intéresse aux contenus des tests qui sont proposés aux élèves, et analyse ce qui est demandé aux élèves en termes de connaissances et de compétences à mettre en œuvre ; le second volume du rapport lui est consacré.

Ce rapport n'a donc pas pour objet de présenter les résultats 2015 des élèves français : ils étaient en effet inconnus des auteurs lors de sa rédaction. Il donne toutefois des clés de lecture de ces résultats. Ce rapport doit permettre à tous – décideurs, chercheurs, formateurs, enseignants – de mieux appréhender les enquêtes PISA, TIMSS et TIMSS *Advanced* en soulignant leurs apports respectifs, et leurs limites éventuelles.

Pour rédiger ce rapport, le Cnesco a fait appel à plusieurs experts. Antoine Bodin, directeur du CEDEC (Centre pour le Développement et l'Évaluation des Compétences - École de la deuxième Chance de Marseille), en a rédigé la plus grande partie. Il connaît bien ces enquêtes puisqu'il a été à la fois membre du groupe d'experts mathématiques de PISA (*Mathematics Expert Group*) et membre du groupe d'experts de TIMSS pour les mathématiques (*Subject Matter Advisory Committee*). Ces enquêtes étant réalisées à l'aide de méthodes complexes issues de la psychométrie, le Cnesco a également sollicité Pierre Vrignaud, professeur émérite de psychologie à l'université Paris-Ouest Nanterre-La Défense, spécialiste de l'évaluation scolaire.

Étant donné l'importance accordée à la « culture scientifique » dans PISA 2015 et à la physique dans TIMSS *Advanced*, le Cnesco a fait appel à Nicolas Décamp et Cécile de Hosson, tous deux enseignants-chercheurs à l'université Paris Diderot et chercheurs en didactique des sciences au laboratoire de didactique André

Revuz. Ils ont eu la possibilité inédite d'étudier l'intégralité des questions<sup>1</sup> de PISA et de TIMSS qui ont été proposées aux élèves en 2015. Le rapport ne présente cependant que des questions dites « libérées » (rendues publiques ou soumises à usage restreint avec autorisation).

Afin d'approfondir l'analyse des exercices de mathématiques proposés aux élèves de CM1 dans le cadre de l'enquête TIMSS *grade 4* (TIMSS4), Nadine Grapin, maître de conférences à l'université Paris-Est Créteil a apporté son expertise en didactique des mathématiques.

Enfin, ce rapport a bénéficié des remarques et conseils de Franck Salles, coordinateur national de recherche pour TIMSS *Advanced* 2015, et co-manager du projet PISA 2012 pour la France.

---

<sup>1</sup> Le Cnesco remercie l'Organisation de Coopération et de Développement Économiques (OCDE), l'Association internationale sur l'évaluation et la réussite scolaire (IEA) et la Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance du ministère de l'Éducation nationale (Depp) pour avoir rendu possible ce travail exhaustif.

## Introduction

Dans un monde de plus en plus interconnecté, dans le secteur éducatif comme dans les autres, chacun peut désormais connaître ce qui se passe en dehors des frontières de son propre pays, et chercher à comprendre les éventuelles différences. C'est le cas des chercheurs qui s'intéressent aux invariants ou aux facteurs de différenciation entre les systèmes éducatifs. C'est également le cas des décideurs politiques et des responsables des systèmes éducatifs qui cherchent dans les comparaisons internationales des éléments qui seraient de nature à les aider dans leurs actions au service de l'amélioration de leurs propres systèmes (*benchmarking*<sup>2</sup>). Ils cherchent aussi à s'assurer que le niveau des élèves de leurs pays ne s'éloigne pas trop des standards internationaux.

Ces éléments d'évaluation viennent compléter et mettre en perspective ceux qui sont obtenus par des sources nationales ; en France, ce sont, en particulier, ceux des évaluations menées auprès des élèves par la direction de l'évaluation de la programmation et de la prospective (Depp).<sup>3</sup>

Les programmes PISA (*Programme for International Student Assessment* ; en français, Programme international pour le suivi des acquis des élèves) et TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study* ; en français, Tendances internationales dans l'enseignement des mathématiques et des sciences)<sup>4</sup> sont sans doute les plus importants des programmes mis en place pour comparer les systèmes éducatifs. À eux deux, ils couvrent la quasi-totalité des pays et des systèmes éducatifs de la planète, en tout cas, plus de 90 % de son économie.

Tous les 3 ans depuis l'année 2000, les résultats de PISA sont présentés et commentés par l'OCDE (Organisation de coopération et de développement économiques) pour chacun des pays concernés, puis, dans ces pays, par les instances gouvernementales. Les médias tant professionnels que généralistes présentent et commentent à leur tour les résultats obtenus, et produisent ou renforcent un effet palmarès plus ou moins accentué. Les décideurs s'appuient sur ces résultats pour alerter sur tel ou tel point, pour annoncer de nouvelles mesures et, dans de nombreux pays, pour influencer sur les programmes d'enseignement et sur la formation des enseignants.

TIMSS est moins connu en France car après avoir fait partie de la première enquête en 1995, le pays ne participait plus à ce programme. Cependant, après 20 ans d'absence, la France a rejoint l'enquête en 2015, et l'on ne manquera certainement pas d'en entendre parler lorsque les résultats seront publiés (le 29 novembre 2016).

De nombreuses questions se posent à propos de ces programmes et des enquêtes qu'ils conduisent, questions qui intéressent à des titres divers tous les acteurs de notre société.

Pourquoi ces programmes ? Qui en est responsable ? En quoi sont-ils comparables ? Leurs objectifs sont-ils similaires ou sont-ils complémentaires ? Quel est le niveau de fiabilité des méthodes utilisées et des

---

<sup>2</sup> La présente étude évite au maximum l'emploi de termes de la langue anglaise. Lorsqu'il semblera nécessaire d'utiliser de tels termes, ils seront placés en italique et entre guillemets. « *Benchmarking* » fait partie de ces mots qui n'ont pas d'équivalent en français.

<sup>3</sup> Signalons qu'au cours de ces dix dernières années, les méthodes statistiques utilisées par la Depp se sont considérablement rapprochées de celles des enquêtes internationales : utilisation des modèles de réponses à l'item, construction d'échelles, etc.

<sup>4</sup> Voir en annexe la signification des sigles et acronymes.

résultats publiés ? Quelle est la part du contexte culturel dans les évaluations ? En quoi ces enquêtes peuvent-elles effectivement contribuer à l'amélioration de notre système éducatif ?

Ces questions et d'autres de nature plus philosophique ou politique ont suscité de nombreux débats, en France et dans beaucoup d'autres pays. La bibliographie donne quelques pistes, mais la production dans ce domaine est vaste et l'information facile à trouver sur le Web. L'objet du présent rapport se limite à éclairer les cadres de référence (ou cadres conceptuels) des programmes PISA et TIMSS, et leurs opérationnalisations.

Au fil des années, les programmes PISA et TIMSS sont devenus des organisations munies de moyens humains, méthodologiques et technologiques inégalés et personne, sans doute, ne peut prétendre en maîtriser tous les aspects.

Au cours de l'année 2015, la France a participé à ces enquêtes pour divers niveaux et filières de la scolarité (CM1, terminale S) et âge (15 ans). En complément de nombreux documents et articles publiés antérieurement (*cf.* bibliographie), il a paru important de proposer à un large public, sous forme synthétique, des clés de lecture et d'interprétation des résultats qui seront publiés à partir de la fin du mois de novembre 2016.

Le premier volume du rapport est consacré à une présentation générale des programmes PISA et TIMSS et de leurs cadres respectifs de référence, en pointant ce qui leur est commun et ce qui les distingue.

Ce second volume présente et analyse des exercices utilisés pour l'évaluation des connaissances et des compétences du domaine mathématique et scientifique.

Le chapitre 1 présente une analyse des questions relevant des domaines de la culture scientifique de l'évaluation PISA 2015 et des questions relevant de la physique de l'évaluation TIMSS *Advanced* 2015. Chacune des évaluations fait l'objet d'une étude autonome, effectuée en deux temps : une analyse thématique des questions libérées (qui n'ont pas été utilisées lors de l'évaluation effective) à laquelle succède et se confronte une analyse des questions effectivement utilisées. À l'issue de ces deux études autonomes, les auteur(e)s offrent une analyse comparative des deux évaluations PISA et TIMSS pour l'année 2015. Dans les deux cas, les questions ont été étudiées du point de vue des tâches attendues de la part des élèves, des contextes et des environnements mobilisés, du point de vue également de la distance aux connaissances supposées disponibles chez les élèves français concernés par chacune des évaluations, du point de vue, enfin, de la nature des savoirs évalués.

Le chapitre 2 présente une analyse des questions du domaine mathématique de TIMSS4 (niveau CM1) et de TIMSS *Advanced* (terminale S) et de celle de littératie mathématique de PISA. Après une présentation de deux méthodes complémentaires d'analyse, chacune des enquêtes est d'abord approchée par une analyse de questions libérées d'éditions précédentes, ou de celle de 2015, du point de vue de la complexité cognitive des activités qu'elles suscitent et du niveau de mise en fonctionnement des connaissances qu'elles requièrent. Une analyse globale des questions de l'édition 2015 est ensuite menée, en particulier au regard des programmes de mathématiques en vigueur en 2015. Ce chapitre se termine par une brève comparaison des enquêtes avec les sujets des récents examens nationaux (DNB et bac S) et de l'évolution des programmes scolaires français.

## **Chapitre 1 : Analyse des exercices de PISA et de TIMSS pour les sciences**

Après avoir discuté du cadre de référence, nous analysons spécifiquement dans cette partie le contenu et la forme des exercices soumis aux élèves lors de PISA 2015. Pour ce qui est de la forme, nous mettons en relief quelques glissements possibles, liés au fait que l'environnement est entièrement informatisé. Quant au fond, après avoir analysé en détail deux exemples tirés des exercices « libérés » (l'un sur la « disparition des abeilles », l'autre sur une « maison énergétiquement efficace »), nous examinons ce qui peut être extrapolé à l'ensemble des exercices PISA soumis aux élèves.



## A. Analyse de l'enquête PISA 2015

### 1. Méthodologie d'analyse

Dans une première étape, nous avons analysé chacun de notre côté l'intégralité des exercices accessibles au public (« libérés ») et disponibles en langue anglaise<sup>5</sup>. Nous avons procédé de manière empirico-inductive (nous n'avions pas de cadre d'analyse prédéfini) en choisissant de ne pas prendre connaissance du cadre de référence de PISA présenté dans le premier volume de ce rapport (chapitre 2 C) pour ne pas être contraints par les attendus supposés des concepteurs des exercices. Nous avons ensuite confronté nos analyses et la spécification que nous avons faite des types de tâches et des contenus scientifiques engagés. Ceci nous a permis de stabiliser une première grille d'analyse (sous forme de questions<sup>6</sup>), de dégager quelques occurrences de types de tâches, de cerner la nature des savoirs et des savoir-faire engagés et leur mise en contexte.

Dans une seconde étape, nous avons eu accès à l'ensemble des exercices de sciences proposés aux élèves en 2015. Nous avons alors cherché à établir dans quelle mesure nos observations réalisées dans la première étape étaient pertinentes et généralisables, et si de nouveaux éléments d'analyse apparaissaient lors de la consultation des exercices non libérés.

### 2. Étape 1 : analyse beta sur les exercices libérés

#### *Un environnement de passation informatisé*

Le changement fondamental de l'évaluation PISA 2015 est certainement l'usage d'un environnement informatisé. Un exercice se voit décliné en une succession de questions (entre 3 et 4) qui occupent chacune une page d'écran (on passe d'une question à l'autre en changeant de page d'écran). L'exercice (relevant d'une situation d'un contexte particulier) est généralement présenté dans un encadré (voir exemple ci-après) qui comporte un texte (de longueur variable) parfois accompagné d'une image (un dessin, un schéma, une photographie). Les pages d'écran qui suivent reprennent en général l'encadré de présentation et y adjoignent des données (présentées sous forme de graphiques, de tableaux, de texte) et des questions (qui renvoient, la plupart du temps à ces données). Dans certains cas, **les élèves ont la possibilité de « recueillir » des données en sélectionnant des variables pertinentes** (par manipulation d'un curseur et/ou *via* une case à cocher, par exemple). À chacune des pages les élèves peuvent saisir un texte libre dans un encadré prévu à cet effet (et/ou sélectionner une réponse dans un menu déroulant).

Une première remarque s'impose ici : il n'est pas certain que les élèves français de 15 ans soient familiers de ce type d'environnement et des tâches associées (en particulier pour ce qui relève de la modalité de « recueil » de données par simulation). À cette nouveauté s'associe donc, selon nous, une première difficulté pour les élèves français.

En outre, les tâches valorisées (qui peuvent être qualifiées de tâches « de commande ») induisent la plupart du temps des tâches de reconnaissance et de classification (ou d'ordonnement) qui revêtent un aspect

---

<sup>5</sup> <https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/PISA2015-Released-FT-Cognitive-Items.pdf>

<sup>6</sup> Dans quel contexte se situe l'exercice ? Quels sont les savoirs « de science » engagés ? Quelle est la nature de la tâche dévolue aux élèves ? Quels sont les différents registres d'expression des données des énoncés ? Y a-t-il une ou plusieurs réponses possibles ? Avec quel degré de certitude pouvons-nous nous prononcer sur la réponse attendue ? Quelle est la proximité des savoirs et des tâches engagés dans les questions avec ceux relevant des programmes scolaires français ? Et d'un point de vue pragmatique : comment la question est-elle visuellement structurée ?

anticipatoire important : le sens des tâches de commande (cocher une case, cliquer, manipuler un curseur) est largement dépendant d'une anticipation portant sur la raison d'être de ces tâches dans l'activité. Cette activité d'anticipation permet à l'élève de faire le lien entre la nature de la commande et celle du résultat qui va s'afficher. Or ce temps d'anticipation est généralement peu travaillé en classe, en tout cas avec les élèves les plus faibles (scolairement) pour lesquels ces anticipations sont souvent transparentes (voir à ce sujet Robert & Vandebrouck, 2014).

#### *Des registres variés*

À cette première caractéristique, s'en ajoutent deux autres (qui elles, ne sont sans doute pas nouvelles) : la **quantité de texte à lire** et la **variété des registres d'expression** des informations contenues dans une page qui nécessite que les élèves sachent faire circuler une même information au sein de registres d'expression de natures différentes (depuis une phrase écrite en langue naturelle vers un tableau, en passant par un graphique, un schéma et parfois un curseur). L'environnement informatisé apparaît donc propice à une distribution (une dispersion ?) de l'information pertinente au sein d'une variété de registres. L'impact de la nature de cette distribution sur les tâches attendues des élèves n'est pas du tout pris en charge dans les descripteurs proposés par le cadre conceptuel.

#### *Une tentative de « neutralisation » des effets des programmes scolaires*

Il nous a semblé que les exercices libérés minoraient la part des questions engageant des connaissances scientifiques dites « académiques », i.e. celles que l'on pourrait voir exprimées et donc exigées dans un programme scolaire de sciences et technologie. En effet, nous avons repéré peu de mobilisation possible de connaissances scientifiques susceptibles d'avoir été acquises/apprises dans le contexte scolaire. Les exercices libérés semblent valoriser davantage des habiletés à traiter des informations contextualisées scientifiquement, dans des **domaines très spécifiques et à enjeux humains forts** (éducation au développement durable, environnement, énergie, éducation à la santé, etc.). Cette constatation sera à confronter aux questions effectivement utilisées dans l'évaluation PISA 2015.

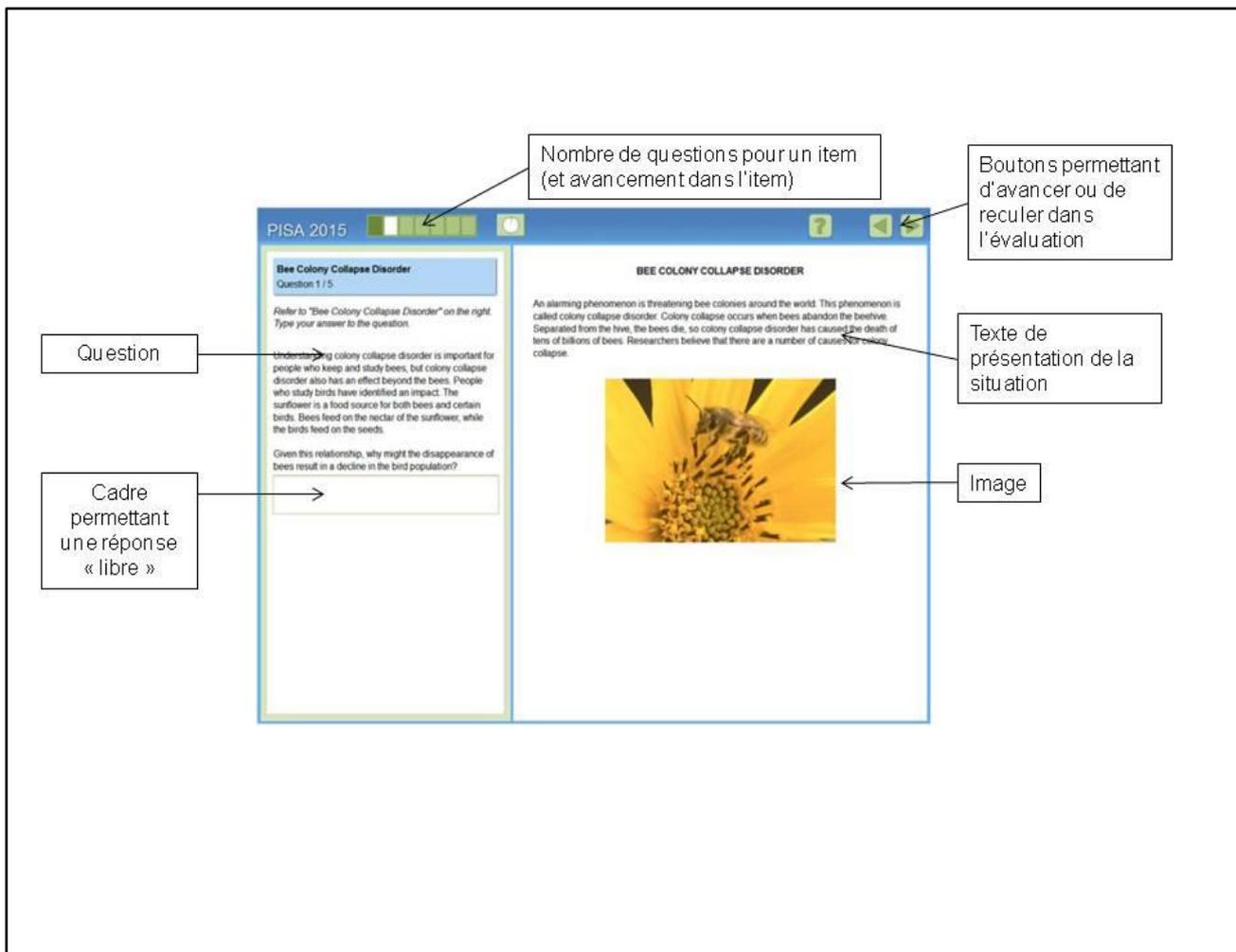
#### *Peu de calculs et beaucoup d'optimisation*

De nombreuses questions des exercices libérés paraissent engager des **problèmes d'optimisation** au sein desquels les élèves sont invités à trouver un « couple » de valeurs permettant de minorer ou au contraire de majorer tel ou tel effet (consommation d'énergie, par exemple). À ce stade, nous nous sommes demandés ce qui, dans ces tâches, relevait spécifiquement de la « culture scientifique » (et non de la culture mathématique ou technique). Là encore, cette dimension sera à confronter à l'évaluation réelle.

Un premier exemple d'exercice libéré : CS600 « La disparition des abeilles »<sup>7</sup>

Cet exercice engage un problème environnemental questionnant le lien entre l'usage d'un insecticide particulier et la disparition des colonies d'abeilles. Le premier écran (d'une succession de 5 pour cet exercice) est présenté et légendé par nos soins en figure 1.

Figure 1 : Exercice CS600 « Disparition des abeilles » Question 1



Le point de départ de cet exercice est une question qui valorise une réponse de type « **mobilisation d'une connaissance scientifique** ». Il semble que l'on attend des élèves qu'ils produisent une **explication** engageant le processus de « pollinisation » pour expliquer la raison pour laquelle les oiseaux qui se nourrissent de tournesols (tout comme les abeilles) disparaissent<sup>8</sup>. L'explication attendue relève d'un certain degré de complexité dans la mesure où il est nécessaire de produire plusieurs liens « causaux » entre plusieurs « acteurs » : les abeilles, leur disparition, les tournesols et les oiseaux.

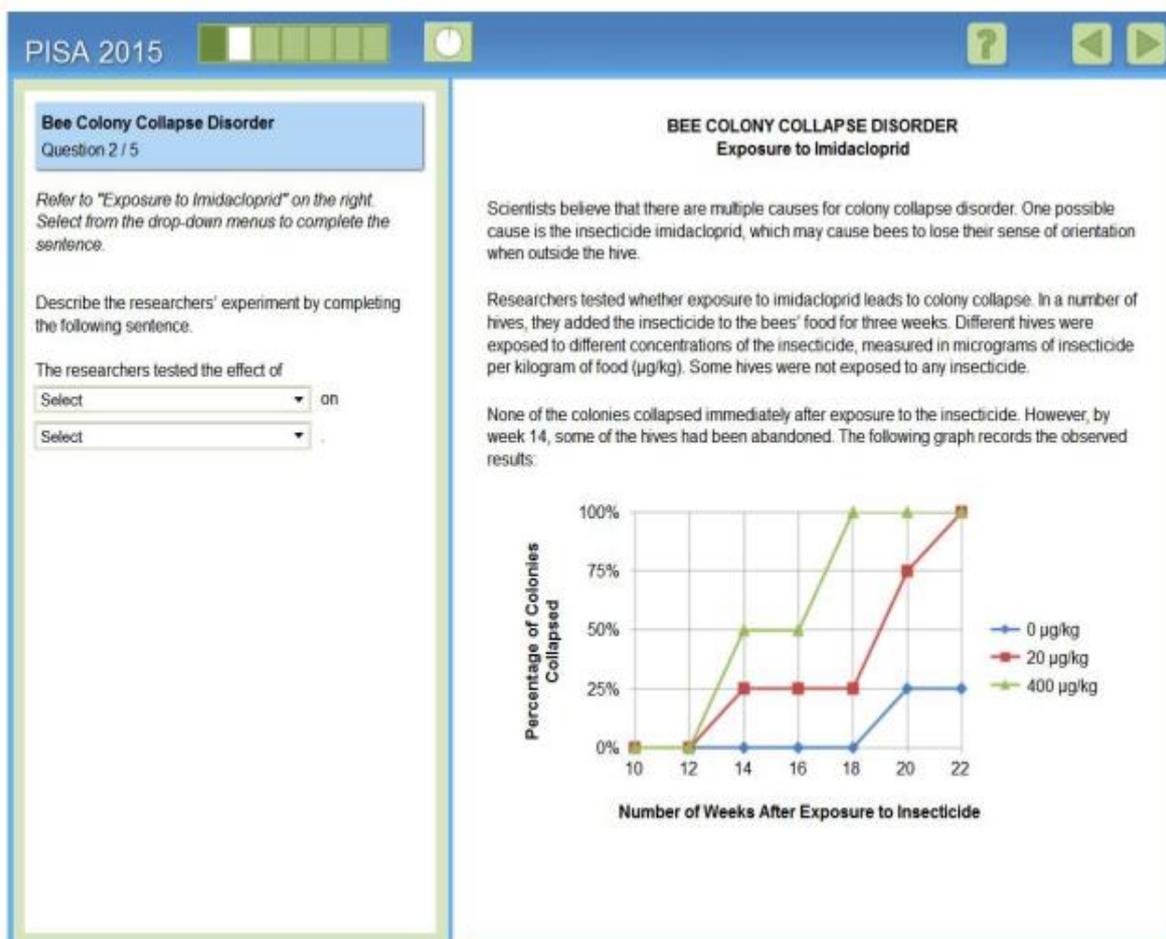
<sup>7</sup> Page 7 du livret "released items" voir note 8.

<sup>8</sup> La réponse attendue pourrait être formulée comme suit : lorsque les abeilles butinent et qu'elles explorent des fleurs de tournesol à la recherche de nectar, elles transportent involontairement des grains de pollens d'une fleur à l'autre (c'est le processus de pollinisation). Cette pollinisation permet la fécondation des ovules et la transformation de ces ovules en graines de tournesol qui nourrissent certains oiseaux. Si les abeilles viennent à disparaître alors la pollinisation diminue et les oiseaux qui se nourrissent de graines de tournesols trouvent moins de nourriture et finissent par disparaître. A noter : des éléments de correction sont présentés dans le livret des questions libérées. Ici, le mot « pollinisation » est explicitement attendu dans les réponses des élèves.

Cela dit, il apparaît tout à fait possible de produire une explication « logique » (et scientifiquement acceptable) y compris si l'on ne connaît pas le processus de pollinisation. Ainsi, un élève pourrait expliquer la disparition des oiseaux en supposant qu'à chaque fois qu'une abeille butine sur un tournesol, elle y dépose une substance mortelle pour les oiseaux qui consomment les tournesols. Une question se pose alors du point de vue de la correction : comment serait évaluée la réponse d'un élève qui produirait une telle réponse ? Cette question mérite d'être soulevée (et servira de repère pour les analyses suivantes) car, en France, les élèves formés à la « démarche d'investigation » pourraient penser que toute tentative de réponse logique et corroborant les faits est valide et serait considérée comme juste (la formulation d'hypothèses étant une compétence attendue des élèves de 15 ans). Là encore, il sera intéressant d'examiner dans l'évaluation PISA 2015 réelle, dans quelle mesure ces ambiguïtés sont, ou non, présentes.

Dans la 2<sup>e</sup> question de l'exercice (Figure 2), un autre texte apparaît à droite de l'écran. Il est accompagné d'un graphique engageant 3 variables (le pourcentage de ruches détruites, représenté en ordonnées, le nombre de semaines d'exposition des ruches à un insecticide donné en abscisse et la concentration de l'insecticide : les 3 courbes de couleur sur le graphique de la figure 2). À gauche de l'écran, se trouve la question « Décrivez l'expérience des chercheurs en complétant la phrase suivante : les chercheurs ont cherché à tester les effets de "Select" sur "Select" ». On attend des élèves qu'ils remplacent les "Select" par des mots des menus déroulants. La phrase correcte attendue est « Les chercheurs ont cherché à tester les effets de la concentration de l'imidaclopride dans la nourriture sur la disparition des colonies d'abeilles ».

**Figure 2 : Deuxième question de l'exercice CS600 « Disparition des abeilles »**



La troisième question associée à cet exercice engage la lecture du graphique de la partie droite de l'écran. Il est demandé aux élèves de choisir une réponse parmi les trois suivantes :

- Les colonies exposées à des taux de concentration d'imidaclopride plus élevés ont tendance à disparaître plus tôt.
- Les colonies exposées à l'imidaclopride disparaissent en moins de 10 semaines d'exposition.
- Une exposition à une concentration d'imidaclopride inférieure à 20 µg/kg n'affecte pas les colonies.
- Les colonies exposées à l'imidaclopride ne peuvent pas survivre au-delà de 14 semaines<sup>9</sup>.

Il est attendu des élèves qu'ils « traduisent » une information présentée sous forme graphique en une information présentée en langue naturelle. Cette question se distingue de la précédente dans la mesure où elle n'engage pas d'interprétation à proprement parler<sup>10</sup>. Ce que l'on peut signaler ici, c'est que les élèves français sont peu (ou pas) habitués à lire des graphiques sur lesquels figurent 3 courbes. En général, les données exploitées dans les sciences scolaires jusqu'à cet âge se présentent graphiquement sous la forme  $y=f(x)$  et non pas sous la forme d'une famille de courbes  $y=f_{\lambda}(x)$  dépendant d'un paramètre  $\lambda$ <sup>11</sup>. Cet écart avec les usages scolaires risque, là encore, d'être source de difficulté.

*Un deuxième exemple d'exercice libéré : CS633 « La maison énergétiquement efficace »<sup>12</sup>*

Dans cette situation, les élèves doivent établir un lien entre la couleur du toit d'une maison et la dépense énergétique associée au maintien d'une température intérieure de 23°C pour différentes températures extérieures (allant de 0°C à 40°C par incrément de 10°C). Les deux premiers écrans sont des écrans introductifs qui présentent la situation. Le premier écran (Figure 3) signale un intérêt croissant pour les maisons « énergétiquement efficaces » en précisant que les architectes utilisent des simulations pour construire des bâtiments à basse consommation énergétique de manière à limiter l'émission de gaz à effet de serre et à réduire les coûts pour les habitants.

---

<sup>9</sup> Il est intéressant de souligner ici que les données présentées sont de « vraies » données que nous supposons issues de l'étude suivante : Lu, C., Warchol, K. M. & Callahan R. A. (2012). In situ replication of honey bee colony collapse disorder, *Bulletin of Insectology*, 65(1): 99-106 accessible par le lien suivant : <http://www.bulletinofinsectology.org/pdfarticles/vol65-2012-099-106lu.pdf>

<sup>10</sup> Ce qui est surprenant, c'est que les auteurs de la question la classent dans « Interpréter des données ». Ceci montre qu'il n'est pas facile de découper ainsi l'activité scientifique en phases successives. Certes, on pourrait dire qu'il s'agit d'interpréter les données, mais toute l'expérimentation a été menée dans le but de pouvoir répondre à cette question, l'interprétation pour le scientifique coule donc de source. On voit là qu'il y a un petit pas de côté : il s'agit en fait de comprendre *a posteriori* ce que des scientifiques ont fait (et ce qu'ils peuvent déduire de ce qu'ils ont fait), mais il ne s'agit pas réellement de se mettre à leur place et d'interpréter les données comme ils le feraient (disons de manière « authentique »)

<sup>11</sup> Ici, la concentration de l'insecticide.

<sup>12</sup> Page 43 du livret "released items" voir note 8.

Figure 3 : Écran d'introduction de l'exercice libéré CS633 « La maison énergétiquement efficace »  
(*energy-efficient house*)



La partie droite du second écran (Figure 4) indique à l'élève que l'on met à sa disposition une simulation pour lui permettre d'explorer l'influence de la couleur du toit d'une maison sur la consommation d'énergie. On lui précise qu'une certaine partie du rayonnement solaire est réfléchi par le toit et qu'une autre partie est absorbée et chauffe l'intérieur de la maison. Toujours dans cette partie, on indique à l'élève comment utiliser la simulation (partie gauche de l'écran - voir figure 4) : il peut sélectionner la couleur du toit, la température extérieure puis cliquer sur "Run" pour visualiser la consommation d'énergie correspondante (en watt.heure) dans le tableau.

Figure 4 : 2<sup>e</sup> écran d'introduction de l'exercice libéré CS633 « La maison énergétiquement efficace »

**Energy-Efficient House**  
Introduction

This simulation allows you to explore how different roof colours affect energy consumption. Some solar radiation hitting the roof will be reflected. Some solar radiation will be absorbed and heat up the house.

The simulated house will consume energy both for heating and for cooling in order to maintain the house at a comfortable indoor temperature of 23°C across a range of outdoor temperatures.

To see how all the controls in this simulation work, follow these steps:

1. Click on a **roof colour**.
2. Click on an **outdoor temperature**.
3. Click on the "Run" button to see what happens to energy consumption. The results will display in the table.

Note: Energy consumed is measured in watt-hours. A watt-hour is equal to one watt of power supplied for one hour.

Roof Colour  
Indoor Temperature 23 °C  
Outdoor Temperature (°C)  0  10  20  30  40

Run

Outdoor Temperature (°C)	Roof Colour	Energy Consumption (watt-hours)

Nous avons choisi d'étudier plus longuement l'exercice libéré CS633 car pour répondre aux questions posées les élèves doivent recueillir des données (*i.e.* : la consommation d'énergie en watt.heure certainement liée au maintien de la température constante à 23°C) pour différentes valeurs de la température extérieure et différentes couleurs de toit (blanc, rouge et noir). Cette modalité de travail par manipulation d'une simulation numérique est plutôt inhabituelle dans le contexte de l'enseignement des sciences qui privilégie (en France) la manipulation d'objets du monde réel, le recueil de données se faisant *via* des instruments de mesure dont on discute d'ailleurs souvent le degré de précision.

La figure 5 présente la première question de cet exercice. Il est demandé aux élèves d'ordonner les couleurs des toits dans l'ordre décroissant de la consommation d'énergie pour une température extérieure de 40°C. À noter qu'il est explicitement précisé dans le texte (étoile verte de l'écran de droite) qu'il faut tester les trois couleurs du toit. Pour répondre à cette question, les élèves doivent cocher la case 40°C pour la température extérieure, choisir une couleur de toit et cliquer sur "Run". Une valeur de consommation d'énergie s'affiche ; on répète l'opération une deuxième puis une troisième fois. Il faut ensuite classer les trois valeurs obtenues par ordre décroissant. Autrement dit, il est tout à fait possible de répondre correctement à la question (puis à la suivante, identique pour une température de 10°C) sans avoir compris les raisons pour lesquelles on obtient physiquement ce résultat. On peut parler ici de « refuge algébrique » ou d' « algorithmisation-refuge » possible (Barlet et Mastrot, 2000). Nous serons donc attentifs à ces biais qui peuvent conduire à évaluer moins les connaissances et les compétences de nature scientifiques que la

capacité des élèves à s'adapter à l'instrument<sup>13</sup> (ici le simulateur) qui leur est proposé et leur degré de maîtrise de diverses procédures mathématiques (dans le cas présent une simple procédure de classement).

Figure 5 : Première question de l'exercice libéré CS633 « La maison énergétiquement efficace »

**Energy-Efficient House**  
Question 1 / 4

**How to Run the Simulation**

Run the simulation to collect data based on the information below. Use drag and drop and then select data in the table to answer the question.

Some houses will be built in an area that has a very hot climate, with outdoor temperatures often at 40°C and above. You have been asked to help decide which roof colour is best to use on the houses.

Put the three roof colours in order of **decreasing** energy consumption for a house being cooled to 23°C in a very hot climate.

Energy Consumption  
 Highest ← Lowest

★ Select three rows of data in the table to support your answer.

Roof Colour:

Indoor Temperature 23 °C  
Outdoor Temperature (°C):  0  10  20  30  40

Outdoor Temperature (°C)	Roof Colour	Energy Consumption (watt-hours)

Signalons que les concepteurs de cette question la voient comme permettant de valider la compétence « Interpréter des données et démontrer scientifiquement » engageant un savoir de type procédural là où nous voyons la mobilisation d'un savoir de type mathématique lié à l'ordonnement. Il n'y a, en outre, aucune demande relevant de l'interprétation de données et encore moins de la démonstration scientifique. Ceci nous interroge sur le caractère opératoire du cadre conceptuel de PISA (Figure 7 du volume 1 du rapport) et par voie de conséquence, sur la fiabilité de l'évaluation : si un élève échoue à cette question, on ne peut raisonnablement rien dire de sa capacité à interpréter des données ou à produire une démonstration scientifique.

De ce point de vue, la question 5 de l'exercice (Figure 6) est différente. Elle nécessite une interprétation extrêmement complexe des données (elle est d'ailleurs classée comme d'un niveau cognitif élevé par les concepteurs) dans la mesure où deux des quatre choix proposés (partie de gauche) questionnent le lien entre la variation de « la différence entre la température extérieure et la température intérieure » et la variation de la consommation d'énergie. Or, les données ne sont pas visibles directement sous cette forme puisque seules apparaissent les températures extérieures et intérieures. En outre, et cela n'est pas précisé dans le texte, il faut comprendre que c'est la valeur absolue de la différence de température qui va

<sup>13</sup> Ce que Rabardel dans le cadre de la *genèse instrumentale* nommerait *instrumentation*. Nous renvoyons ici à ses travaux, en particulier : Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies, une approche cognitive des instruments contemporains*. Armand Colin, Paris.

compter, car la consommation d'énergie sera tantôt imputable à l'utilisation de radiateur et tantôt à l'utilisation de climatiseurs.

**Figure 6 : Quatrième question de l'exercice libéré CS633 « La maison énergétiquement efficace »**

**Energy-Efficient House**  
Question 4 / 4

**How to Run the Simulation**

Run the simulation to collect data based on the information below. Click on a choice to answer the question.

Based on the simulation, what can you conclude about the relationship between the outdoor temperature and energy consumption for the full range of temperatures for all three roof colours?

- When the outdoor temperature increases, energy consumption increases.
- When the outdoor temperature decreases, energy consumption increases.
- When the difference between the outdoor temperature and the indoor temperature increases, energy consumption increases.
- When the difference between the outdoor temperature and the indoor temperature decreases, energy consumption increases.

Roof Colour:  White  Red  Black

Indoor Temperature 23 °C  
Outdoor Temperature (°C):  0  10  20  30  40

**Energy Consumption**  
Watt-hours

Outdoor Temperature (°C)	Roof Colour	Energy Consumption (watt-hours)

Une autre raison nous a conduit à choisir cet exercice pour ce rapport, raison davantage liée à la fiabilité du contenu présenté. L'exploitation de certains phénomènes environnementaux à des fins de questionnement peut conduire à des simplifications allant jusqu'à la dénaturation du savoir scientifique sous-tendu. Que dire alors des réponses (correctes ou fausses) des élèves si la situation qu'on leur propose repose sur un énoncé ambigu, incomplet voire scientifiquement incorrect ?

L'ensemble de l'exercice repose sur l'idée que le noir « absorbe » mieux la lumière que le blanc. Or, s'il est vrai que le noir absorbe plus facilement dans le visible, il émet donc aussi plus facilement dans le visible. Pour comprendre pourquoi un toit noir conduit à une température d'équilibre plus élevée qu'un toit blanc (toutes choses égales par ailleurs) il faut du coup faire un bilan attentif, et remarquer que l'émission correspondant a lieu dans l'infrarouge et que dans l'infrarouge peintures blanches et noires ont des coefficients d'émission sensiblement égaux (voir par exemple Besson, 2009).

Toutes les questions des exercices libérés sont accompagnés :

- de la réponse attendue ;
- d'un encadré précisant les connaissances et les compétences mobilisées, le contexte et le niveau de charge cognitive (Figure 7), ainsi que le format de la question.

Figure 7 : Encadré accompagnant la question 5 de l'exercice CS6333

<i>Item Number</i>	CS633Q05
<i>Competency</i>	Interpret Data and Evidence Scientifically
<i>Knowledge – System</i>	Content – Physical
<i>Context</i>	Local/National – Natural Resources
<i>Cognitive Demand</i>	High
<i>Item Format</i>	Simple Multiple Choice – Computer Scored

D'une manière générale, nos analyses ont souvent été en désaccord avec la qualification « Interpréter des données » que nous aurions requalifiée en « Utiliser les données ». En outre, plusieurs questions supposées porter sur des connaissances « scientifiques » nous ont semblé engager davantage du savoir « mathématique ». Dans les deux cas, évidemment les frontières ne sont pas imperméables. En revanche, nous avons été en accord systématique avec les concepteurs des exercices pour qualifier le niveau attendu de charge cognitive.

#### *Premiers éléments de conclusion et de prospective pour les analyses ultérieures*

L'analyse des exercices libérés et la lecture *a posteriori* du cadre conceptuel nous ont permis d'affiner les questions qui vont guider notre analyse des questions effectivement utilisées pour l'évaluation PISA 2015 pour la culture scientifique. De manière plus précise, nous avons ensuite orienté notre analyse autour des nouvelles questions suivantes :

**Fiabilité du contenu scientifique engagé dans l'exercice :** À quel contenu scientifique la situation fait-elle référence ? Le contenu scientifique est-il fiable ? Sans ambiguïté ?

**Contextualisation :** Le cloisonnement actuel des disciplines scolaires (au collège en France) encourage la mobilisation de connaissances scientifiques dans des contextes délimités (et identifiables par les élèves). Les questions PISA sont également très contextualisées, mais les contextes valorisés (à fort enjeux humains et environnementaux) regroupent des disciplines qui, dans le contexte de l'École, se fréquentent peu ou pas du tout, mais qui évidemment s'entrecroisent dans la vie réelle. Quel est le poids du contexte sur la question posée ?

**Types de connaissances évaluées :** L'analyse des exercices libérés nous a permis de constater que deux grands types de questions reviennent souvent : celles qui engagent des connaissances procédurales et celles qui demandent d'expliquer un phénomène scientifique. Dans ce second type de questions, il est souvent nécessaire de posséder un certain nombre de connaissances scientifiques préalables (exemple : fonctionnement d'une turbine dans l'exercice libéré CS639). On teste alors sans doute fortement la proximité des sujets choisis avec le curriculum des différents pays. Le premier type de question (le type « procédural ») pourrait sembler plus « neutre ». Cependant, les procédures doivent elles aussi faire l'objet d'un apprentissage : il faut par exemple apprendre à lire un graphique en niveau de gris, à lire un graphique

à 3 courbes (cf. l'exemple 1 CS600 sur la disparition des abeilles), à utiliser des simulations, activité à laquelle les élèves français sont sans doute peu confrontés. D'autre part, on peut également se demander s'il est toujours possible de séparer aussi nettement ces connaissances procédurales des connaissances « scientifiques » (cf. l'exemple 2 CS633 sur la maison énergétiquement efficace). D'ailleurs, comme dans ce type de questions toutes les données doivent être préalablement présentes dans le texte, il s'agit bien souvent pour les élèves de savoir traduire ces données d'un registre sémiotique à un autre. Il faut donc se demander si on peut toujours savoir accomplir ce type de tâches sans avoir compris le fond scientifique du problème.

### 3. Étape 2 : l'évaluation « culture scientifique » de PISA 2015, analyse et résultats

Dans cette seconde étape, nous avons pu examiner les exercices PISA 2015 non libérés. Si nous avons pu prendre connaissance des questions, nous n'avons en revanche pas eu accès aux attentes des concepteurs de PISA en ce qui concerne les compétences, les connaissances et le niveau de charge cognitive évalués par ces questions. Nous n'avons donc pas pu comme dans la première étape confronter ce que nous pensions que ces exercices évaluaient aux attentes des concepteurs de PISA. Retrouver ces attentes à la simple lecture des questions n'a rien immédiat comme le montre la discussion sur l'exercice CS633. Une partie des remarques que nous ferons par la suite est donc hypothétique.

Un certain nombre des remarques exposées dans l'étape 1 nous a paru s'appliquer à l'ensemble des exercices PISA. Nous les rappellerons dans cette partie en cherchant à préciser dans quelle mesure elles sont pertinentes et généralisables. Nous mêlerons par ailleurs à notre analyse des constatations nouvelles qui se sont faites jour lors de la consultation des exercices non libérés (des éléments de ces exercices apparaissent en caractères bleus).

#### *Fiabilité du contenu scientifique engagé dans l'exercice*

Lors de la consultation des exercices libérés, le contenu scientifique nous avait paru discutable dans de nombreuses questions. De tels doutes qui apparaissaient fréquemment parmi les exercices libérés n'apparaissent que très marginalement sur les contenus scientifiques des exercices non libérés. Nous pourrions même formuler l'hypothèse que les exercices qui ont été libérés l'ont été parce qu'ils ne présentaient pas toutes les garanties de fiabilité scientifique requises. Ils seraient en ce sens peu représentatifs de l'ensemble de l'évaluation PISA.

#### *Contextualisation et évaluation des connaissances*

De même que pour les exercices libérés, les connaissances testées dans les exercices PISA non libérés le sont dans des contextes variés relevant de la santé, de l'environnement, etc. De nombreuses études didactiques montrent (en physique notamment) que la contextualisation choisie peut fortement influencer la possibilité de mobilisation d'une connaissance ou d'un raisonnement des élèves même dans des cas simples. Un exemple classique d'une telle influence se retrouve par exemple dans les raisonnements « spontanés » des élèves en cinématique élémentaire (Saltiel et Malgrange, 1980). Une majorité d'entre eux ont tendance à penser que la distance spatiale entre deux événements est une quantité qui ne varie pas lors d'un changement de référentiel si on les interroge sur une situation peu courante, difficile à se représenter et ne faisant pas intervenir de référentiel terrestre, comme celle de deux parachutistes en chute libre. À l'inverse, une majorité d'entre eux saura que la distance parcourue par un individu qui monte sur un tapis roulant n'est pas la même dans le référentiel du tapis roulant et dans le référentiel terrestre.

Ces expérimentations didactiques anciennes montrent qu'évaluer l'appropriation d'une connaissance scientifique donnée nécessite de la tester dans différents contextes, ce qui est difficile à réaliser dans le cadre d'une évaluation internationale et qui ne nous a pas semblé être le cas dans PISA (du moins pour les connaissances de type « contenu scientifique »). Par voie de conséquence, les conclusions que l'on pourra tirer quant à l'appropriation de ces connaissances doivent être prises avec précaution.

En revanche, en ce qui concerne les connaissances procédurales et les connaissances épistémologiques, nous n'avons pas les mêmes réserves : il nous a semblé que les concepteurs de PISA avaient été attentifs à évaluer une même connaissance de ce type (ex : la capacité à lire un graphique comprenant trois courbes, comme dans l'exercice CS633) en les testant dans une grande variété de contextes.

Enfin, l'échantillonnage correspondant aux exercices libérés présentait pour moitié des questions évaluant des connaissances de contenu scientifique (7 en physique, 6 portant sur le vivant et 4 portant sur la Terre et l'espace) et pour moitié des connaissances procédurales (18 questions), mais aucune question évaluant des connaissances épistémologiques<sup>14</sup> n'était représentée. À la lecture de l'intégralité des exercices, ces trois types de questions sont bien présentes.

#### *Types de tâches et de connaissances visées*

La lecture de l'ensemble des exercices PISA 2015 révèle également une variété importante de types de tâches pour chacune des connaissances visées, tâches dont les degrés de difficulté sont également très différents : une simple réponse de bon sens peut être attendue<sup>15</sup> comme une réponse complexe nécessitant de mobiliser plusieurs informations de l'énoncé, en passant par la nécessité d'opérer des tâches mathématiques de calcul, d'ordonnement, etc. Passons ici en revue certaines de ces questions.

#### *Des questions de nature « épistémologique »*

Contrairement aux exercices libérés, un certain nombre de questions visent à évaluer des connaissances **sur** la science avec des énoncés du type « Peux-tu tirer les conclusions suivantes à partir des données... ? » ou « Est-ce que la science est en mesure de répondre à... ? ».

La présence de ces questions amène à s'interroger sur la formation des élèves français face à ce type de questions. Ceux-ci sont en effet sans doute peu confrontés à des connaissances de nature épistémologique et peu armés en ce qui concerne le fait d'avoir une attitude « en surplomb » de l'activité scientifique qu'ils pratiquent en classe.

Par ailleurs, la lecture de ces questions et les réponses qui sont proposées dans les questions à choix multiples laissent supposer que les concepteurs de PISA ont considéré que la science et les méthodes relevant de la science ne s'appliquaient qu'à des phénomènes dans lesquels les choix humains n'étaient pas impliqués. Si tel est bien le cas, il faut supposer que les sciences humaines et sociales ont été implicitement considérées comme des « non-sciences », ce qui est pour le moins restrictif.

#### *Davantage de questions attendant une réponse relevant d'une connaissance « pure »*

Si le pourcentage global de questions sur le contenu scientifique semble à peu près le même dans l'ensemble des questions PISA que dans les exercices libérés, leur nature est parfois sensiblement différente.

---

<sup>14</sup> PISA utilise le terme « *epistemic* » (traduit par épistémique) pour ce type de connaissances.

<sup>15</sup> Exemple : le vent souffle du nord au sud donc le feu se déplace du nord au sud.

Pour certaines d'entre elles, si le contexte reste en lien avec l'environnement ou la santé, leur formulation est soigneusement contrôlée afin que la réponse qu'on peut attendre d'un élève en fin de scolarité obligatoire soit correcte, alors que cette réponse aurait sans doute été fautive dans un contexte plus élargi et plus réaliste. On peut ici parler d'habillage contextuel du contenu et de stratégie d'évitement de certaines conceptions erronées<sup>16</sup>. Si ces questions ne sont pas directement critiquables, il est tout de même à craindre qu'elles ne permettent pas d'évaluer la réelle culture scientifique d'un élève ou du moins sa capacité à interpréter sans erreur des phénomènes scientifiques largement médiatisés.

Certaines questions restent également très proches de ce qui est évalué en classe<sup>17</sup>. Du coup, certains énoncés longs comportent des informations qui ne servent à rien alors même que la question demande de s'y référer : « À partir des documents de l'encadré... ».

#### *Des questions sur les connaissances procédurales ou des questions de compréhension (de l'énoncé)*

À l'inverse (et comme nous l'avons déjà pointé au sujet de certains exercices libérés), quand les concepteurs de PISA ont cherché pour des raisons méthodologiques à s'abstraire de la nécessité de connaissances scientifiques (notamment dans les questions évaluant les connaissances procédurales), ils ont été contraints de fournir beaucoup d'informations dans l'énoncé. L'activité des élèves face à ce type de questions peut alors consister en une simple traduction de cet énoncé ne nécessitant pas réellement « d'interprétation ». On vérifie dans ce cas à nos yeux seulement la bonne compréhension d'un énoncé par les élèves, en dehors de toute compétence scientifique.

#### *Des questions sous contrat*

Une autre constatation s'est faite jour de manière assez récurrente dans les exercices non libérés. Certaines questions (évaluant des connaissances procédurales ou épistémologiques) portaient sur des données d'expériences, données fournies dans l'énoncé et demandaient aux élèves de déterminer parmi un ensemble d'affirmations, celle que l'on pouvait déduire en ne se fondant que sur les données fournies dans l'exercice. Ainsi des affirmations proposées pouvaient être exactes dans l'absolu mais devaient être écartées par les élèves car les données étaient insuffisantes pour permettre de les établir.

Bien que nous n'ayons pas relevé d'ambiguïté manifeste dans la formulation de ces questions et que des questions de ce type paraissent en outre intéressantes quant à l'évaluation du recul que les élèves peuvent prendre sur l'activité scientifique, il paraît important de noter que la plupart de ces questions sont peu authentiques : dans la science courante une telle question ne se poserait pas ou l'expérience n'amènerait pas à formuler cette conclusion.

#### *Quelques calculs simples*

Contrairement aux exercices libérés, nous avons vu apparaître dans les autres exercices PISA quelques questions pouvant être résolues par des calculs mentaux : comparaison de fractions, interpolation entre deux points d'une courbe (sans avoir cette courbe sous les yeux). Ces quelques questions restent cependant très isolées dans la partie scientifique de PISA. Et lorsqu'elles apparaissent se pose alors la question de leur évaluation : un élève ayant fourni une mauvaise réponse à ces questions pourra en effet s'être trompé à la suite d'une erreur de calcul ou à cause d'une mauvaise maîtrise d'une connaissance procédurale (que ces questions évaluent souvent).

---

<sup>16</sup> Exemple : une question évoque la fonte des glaciers en évitant soigneusement celle des icebergs pour neutraliser le risque que les élèves émettent l'idée que la fonte des icebergs ferait augmenter le volume des océans liquides.

<sup>17</sup> Exemple : une question évoque les phases de la Lune.

### *De l'expérience*

Un certain nombre de questions d'exercices PISA non libérés portent sur la discussion d'un protocole expérimental. Dans certains cas, cette discussion peut être assez subtile : il faut par exemple pour répondre correctement mobiliser tous les éléments présents dans un protocole. Dans un autre cas, l'élève est amené à remettre en cause l'instrument de mesure utilisé.

Ce type de question n'est pas très courant dans l'enseignement des sciences en France. Il arrive que des protocoles expérimentaux soient discutés avec les élèves, notamment dans le cadre de la démarche d'investigation. Mais ces protocoles sont rarement discutés *a posteriori*, ou avec ce degré de finesse. Là encore, les résultats de PISA seront sans doute un reflet du degré de proximité des programmes français et des pratiques réelles des enseignants sur ces questions.

### *Des conceptions*

Quelques rares questions portant sur les concepts scientifiques nous ont semblé intéressantes car potentiellement révélatrices de conceptions (à nouveau, ce point était curieusement absent des exercices PISA libérés). Cela a notamment été le cas en physique et en biologie/géologie<sup>18</sup>. En revanche en chimie, le texte d'une des questions nous a semblé porteur d'impensés du point de vue des conceptions<sup>19</sup>. Quoiqu'il en soit et quelle que soit la discipline, il ne nous a pas semblé que cet angle (détection des conceptions des élèves) ait été un angle privilégié par les concepteurs de PISA.

### *Moins de simulations*

Les exercices libérés de PISA faisaient la part belle à des questions s'appuyant sur des simulations, sans doute pour exposer un panorama assez exhaustif de cette nouvelle modalité de passation. Après consultation des exercices non libérés, il apparaît que ces simulations n'occupent pas en proportion une part aussi importante que dans l'échantillon libéré. Cette remarque est cependant à modérer par le fait que nous ne connaissons pas à ce jour les critères de choix des questions réellement proposées aux élèves.

### *Refuge algébrique*

Dans l'étape 1 de notre analyse, nous avons donné un exemple de question pouvant être traitée par *refuge algébrique*. De telles questions sont également apparues dans les exercices PISA non libérés. Celles-ci correspondent probablement pour la plupart à des questions évaluant des connaissances procédurales (pour lesquelles toutes les connaissances de contenu scientifique doivent être apportées) et de bas niveau cognitif (ne nécessitant donc pas un traitement trop compliqué des données fournies). Si cette analyse est correcte, il paraît difficile d'éviter ces questions et l'approche de type « refuge » de certains élèves face à elles.

### *Types de tâches absentes*

À l'issue de l'analyse de ce qui est fait dans l'évaluation PISA, il nous paraît également important de mentionner ce qui n'y est pas fait, afin de mieux caractériser certains choix (parfois implicites) des concepteurs.

Une première remarque concerne les textes choisis pour la contextualisation. Si ces textes permettent effectivement d'aborder certains sujets d'actualité en science, il nous paraît important de signaler que ces

---

<sup>18</sup> Exemple : sur le principe des actions réciproques et sur les fossiles.

<sup>19</sup> Exemple : sur les combustions.

textes ont été réécrits et adaptés pour l'évaluation. Ce choix est peut-être lié au contexte de passation (environnement informatisé, temps imparti assez court), il est certainement également lié aux choix méthodologiques des concepteurs (et notamment le fait de n'évaluer qu'une compétence à la fois), mais il est notable que si le but est d'évaluer si les élèves de 15 ans auront la capacité d'utiliser interactivement les connaissances et les informations auxquelles ils seront confrontés (et puissent agir en citoyens éclairés), ce but est testé de manière assez indirecte.

Il est également important de se demander si le passage par une contextualisation systématique et restreinte aux thèmes déjà évoqués ne limite pas par trop le champ scientifique qu'il est nécessaire d'évaluer. En effet, si l'on fait un rapide flash-back, non pas sur PISA mais sur les programmes enseignés en France, on constate que le champ scientifique de ces programmes a été fondé selon les cas, sur des phénomènes éclairant l'usage d'objets de la vie courante (l'eau, les leviers, l'interrupteur « va et vient », les siphons, les lentilles), sur des objets plus « technologiques » (l'amplificateur opérationnel, les haut-fourneaux, le « baladeur », le cyclotron, le disque compact), sur des controverses ou des défis sociétaux (les énergies renouvelables,...) pour ne citer que quelques exemples en physique. Si l'on songe aux progrès de la médecine ou aux développements récents de la biologie, les exemples seront tout aussi frappants. Ce coup d'œil rétrospectif invite à une certaine réserve et à une certaine modestie quant au choix des contextes qui seront pertinents dans les cinquante prochaines années : bien des objets précédemment cités ou des contextes scientifiques étudiés sont aujourd'hui devenus obsolètes. En revanche, les savoirs scientifiques plus fondamentaux (les lois de la mécanique, de l'électricité, la conservation de l'énergie et les principes de base de la thermodynamique ou l'optique, pour se limiter à nouveau à la physique) n'ont pas perdu de leur utilité pour comprendre le monde qui nous entoure. Ainsi il pourrait être utile de compléter l'investigation des savoirs liés aux « contextes actuels » qui est faite dans PISA par une étude soit plus fondamentale des concepts aux racines des différentes disciplines scientifiques, soit si l'on veut rester sur le principe d'une évaluation « en contexte », par un élargissement de ces derniers à l'ensemble des concepts que l'on jugera utile de tester.

L'environnement informatisé qui a été choisi pour l'évaluation de cette année limite également (en partie) les possibilités d'investigation de la culture scientifique des élèves. Certaines compétences comme la capacité à effectuer un changement d'unité, à poser un calcul, à vérifier si une loi modélise bien une situation en discutant des incertitudes sont en tout cas non testées.

Dans le même ordre d'idée, notons que PISA n'évalue pas non plus une partie des compétences de mise en œuvre pratique des expériences scientifiques. Or ces compétences occupent une place importante dans les programmes français de collège de 2008, programmes qui insistent notamment sur la démarche d'investigation.

### *Pour finir*

Nous avons déjà évoqué dans l'étape 1 la difficulté qu'il peut y avoir à distinguer ce qui relève du contenu scientifique de ce qui relève des procédures. Cette difficulté se retrouve dans des exercices PISA non libérés. Nous avons en particulier retrouvé des ambiguïtés non résolues dans certaines questions, entre donner une réponse purement logique et compatible avec les faits expérimentaux présentés ou donner une réponse correcte du point de vue scientifique car validée par d'autres connaissances scientifiques exigibles d'un élève de 15 ans. Ce qui pourrait être considéré comme valide si cette question correspond à une évaluation des connaissances procédurales pourrait être codé faux si elle correspond à une évaluation des connaissances de contenu scientifique.

La méthodologie consistant à séparer connaissances procédurales, scientifiques et épistémologiques nous semble rendue difficile par le fait que les questions sont problématisées et conceptualisées. Il y a là peut-être une tension entre deux conceptions :

- il faut poser des questions « en contexte », pour avoir des questions ayant du sens et proche de l'activité scientifique telle qu'elle se pratique réellement (on pourrait parler ici de raisons éthiques) et un scientifique utilise tout à la fois (connaissances, procédures et recul sur sa propre activité) ;
- il faut séparer ces trois types de connaissances pour des raisons spécifiquement liées à l'évaluation.

## **B. Analyse de l'enquête TIMSS *Advanced* 2015 et points de comparaison avec PISA**

### **1. Modalités de passation de TIMSS**

Outre le fait que l'évaluation TIMSS *Advanced* 2015 est disciplinaire, il est important de noter qu'elle n'est pas informatisée (contrairement à PISA) : elle se présente sous la forme de cahiers au titre explicite: « physique ». Nous avons pu consulter les cahiers 7 à 12, tous consacrés à la physique, dont nous présenterons quelques éléments d'analyse ci-après après avoir donné quelques éléments sur la manière dont ils se présentent.

1. Chaque cahier d'évaluation TIMSS *Advanced* de physique est introduit par :
  - a. deux pages consacrées aux consignes générales. Celles-ci indiquent la manière de répondre à des questions de type QCM et à des questions plus ouvertes ; il est également précisé la rédaction-type en cas d'utilisation de la calculatrice (qui est autorisée).
  - b. une page est ensuite consacrée aux notations et formules de physique qui seront utiles pour répondre aux questions. Ces formules sont regroupées selon 3 thèmes (*cf.* Volume 1 du rapport, chapitre 2. C.1) : mécanique et thermodynamique, électricité et magnétisme, physique ondulatoire et atomique.
  - c. cette section introductive se termine enfin par une sélection de constantes physiques (et de conversions d'unités).
2. Suit alors une trentaine de questions (entre 28 et 34 selon les cahiers consultés) dont l'analyse est évoquée ci-après.
3. Chaque cahier se termine par 5 questions consacrées à l'usage qui est fait des calculatrices : une calculatrice a-t-elle été utilisée au cours des réponses au cahier ? Cette calculatrice est-elle simple/scientifique/programmable/graphique ? L'utilisation de cette calculatrice a-t-elle été rare (moins de 5 questions), modérée (entre 5 et 10 questions), ou importante (plus de 10 questions) ? Quelle est la marque et le modèle de la calculatrice utilisée (*sic* !) ?

## 2. Analyse des questions et des méthodes de passation de TIMSS *Advanced* 2015 et comparaison avec PISA.

Pour l'analyse des questions, nous avons procédé comme pour celles de PISA en les consultant dans un premier temps sans avoir pris connaissance du cadre (voir volume 1 chapitre3), puis en confrontant nos premières impressions aux attentes des concepteurs de l'enquête TIMSS. Ayant eu directement accès aux questions soumises aux élèves, nous ne nous servons de l'échantillon divulgué dans l'annexe du document "TIMSS *Advanced* 2015 Framework" qu'à des fins d'explicitation ou pour en signaler les éventuelles limites de représentativité.

### En ce qui concerne le formulaire fourni dans la partie introductive des cahiers

La différence avec PISA est frappante puisque dans l'étude PISA, ces thèmes ne sont pas annoncés (et au contraire masqués par la contextualisation). Il est cependant peu probable que cela ait une influence sur les élèves dans la mesure où ces thèmes ne sont pas précisés lors des différentes questions du cahier et où par ailleurs il faut noter que ces thèmes ne sont pas non plus explicites dans les programmes des lycées<sup>20</sup>.

A ce sujet, il faut également noter que certaines des formules proposées ne sont plus actuellement au programme des classes scientifiques du lycée en France : on pense ici par exemple à la formule de la force de Lorentz ou celle de la force de Laplace (au passage dans TIMSS cette formule n'est pas donnée sous forme vectorielle: seule l'intensité de la force est précisée), à la loi de Lenz, ou à la formule reliant la tension et le champ électrique (elle-aussi donnée sous forme « scalaire »). De manière plus générale, le domaine « électricité et magnétisme » est en France très peu traité dans les programmes de lycée<sup>21</sup>, ce qui risque de poser problème aux élèves.

Les conditions d'application des différentes formules ne sont pas précisées (dans le cas de la formule qui est donnée reliant champ électrique et tension, elle n'est par exemple valable sous la forme proposée qu'au sein d'un champ uniforme), et le sens des différents symboles n'est pas non plus indiqué, ce qui les rend parfois difficilement exploitables, on pense ici par exemple à la formule  $F_N = mg \cos(\alpha)$  pour laquelle il faut comprendre que  $F_N$  est la composante normale de la réaction du sol s'appliquant à un solide décrivant une trajectoire quelconque sur un plan incliné faisant un angle  $\alpha$  avec l'horizontale, ce solide étant par ailleurs soumis à son poids d'intensité  $mg$  : on retrouve en effet cette formule en sommant les différentes forces extérieures s'appliquant à un solide (ici le poids et la réaction normale au plan incliné) et en projetant cette somme selon l'axe perpendiculaire au plan incliné en supposant par ailleurs que la composante normale de l'accélération est nulle (ce qui est le cas si le solide reste à la surface du plan).

Certaines formules sont enfin classées de manière un peu curieuse. Ainsi, pour le thème « physique ondulatoire et atomique », la loi de Descartes comprenant les symboles  $n_1$  et  $n_2$  qui représentent les indices respectifs des milieux 1 et 2 précède juste la loi  $d \sin \alpha_n = n \lambda$  qui indique la position des maxima d'un réseau ; loi qui fait bien partie du chapitre d'optique ondulatoire mais dans laquelle  $n$  n'a pas le même sens que dans la formule précédente puisqu'il s'agit ici de l'ordre de diffraction (ou mode).

---

<sup>20</sup> Dans le programme de seconde (2010), les grands thèmes du programme de physique-chimie sont contextuel : « sport », « univers », « santé ». Dans le programme de première et terminale scientifique (2011) ces grands thèmes sont: « observer », « comprendre », « agir ». La différenciation entre physique et chimie est, par ailleurs, elle aussi absente des programmes.

<sup>21</sup> L'étude de l'énergie donne l'occasion de parler de l'effet Joule en 1<sup>re</sup> S (et de rappeler la loi d'Ohm, déjà vue en 4<sup>e</sup>) ; quant au magnétisme, il est très rapidement évoqué à l'occasion du chapitre « champs et forces » (également en 1<sup>re</sup> S) mais de manière assez limitée si l'on compare aux attendus de TIMSS *Advanced*.

### *En ce qui concerne les constantes physiques fournies dans la partie introductive des cahiers*

L'utilité de ces constantes, qui n'interviennent pas toutes dans le formulaire qui les précède, est parfois obscure. Il y est ainsi précisé la constante des gaz parfaits – au passage sans respecter tout à fait les règles canoniques d'écriture d'unités<sup>22</sup> puisqu'elle est donnée sous la forme  $R = 8,32 \text{ J}/(\text{mole.K})$  –, alors que l'écriture de la loi des gaz parfaits proposée à la page précédente n'indique pas cette constante, la loi étant donnée sous la forme<sup>23</sup>  $PV/T = \text{constante}$ . Le symbole  $R$ , lui, intervient en revanche dans un certain nombre de formules d'électricité de la page qui précède mais en prenant le sens différent de résistance (comme par exemple dans la formule  $U=RI$ ).

Comme on le voit, tant en ce qui concerne ces constantes qu'en ce qui concerne les formules fournies, elles ne peuvent au mieux servir que d'aide-mémoire à un élève les ayant déjà pratiquées au cours de sa scolarité. De ce point de vue, la différence avec PISA est importante : PISA, dans les questions évaluant des connaissances procédurales, veille à ce que tout ce qui relève de connaissances de contenu scientifique soit le plus explicite possible (au point que nous nous étions parfois interrogés sur le fait même que ces questions relèvent du champ des sciences), il n'y aurait donc pas à avoir de connaissances scientifiques disponibles (au sens de Robert, 1998) dans ce type de questions de l'enquête PISA. D'ailleurs, PISA ne fournit presque aucune de ces connaissances sous forme de formule dans ses descriptions d'exercice.

### *Des exercices sous différentes formes*

Les exercices de TIMSS *Advanced* ne comportent généralement qu'une question (parfois deux) contrairement à ceux de PISA qui en comporte toujours plusieurs. Cette question se présente alors :

- soit sous forme de QCM (pour 50 % de l'ensemble des questions). Dans ce cas, il y a généralement 4 réponses proposées ;
- soit sous forme de questions ouvertes ; plusieurs modalités sont alors possibles:
  - un texte complètement libre, assez long est attendu ;
  - une réponse très courte est attendue, par exemple une simple valeur numérique ;
  - une réponse mélangeant les deux types précédents, par exemple une réponse de type OUI/NON à une question précise, suivie d'explications pour justifier cette réponse, ou une valeur suivie elle-aussi de justifications.

Le cadre de référence précise que les questions de type QCM ont pour barème un point et que les questions ouvertes ont pour barème un ou plusieurs points<sup>24</sup>.

Ces deux types de questions se retrouvent dans l'enquête PISA, mais si les QCM suivent des formes assez similaires dans les deux enquêtes, il faut préciser que les questions ouvertes de TIMSS et de PISA sont de types assez différents. Dans l'enquête PISA, les élèves doivent essentiellement produire des textes de justification en langue naturelle (ce qui est d'ailleurs adapté au fait que la passation soit entièrement informatisée). En revanche, dans l'enquête TIMSS *Advanced*, rien n'empêche que des élèves répondent en produisant des lignes de calculs (associées à des textes en langue naturelle) et cela est très clairement souvent attendu par les concepteurs. De plus, il arrive même dans certains cas (rares) qu'il soit demandé aux élèves de compléter un graphique.

---

<sup>22</sup> On devrait plutôt écrire  $R = 8,32 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$

<sup>23</sup> Il faudrait écrire cette loi sous la forme  $PV = nRT$  pour que la donnée de  $R$  ait du sens. Cette formule n'est plus au programme de la classe de seconde dans les programmes actuels.

<sup>24</sup> Ce choix nous a surpris : rien n'empêche en effet que des questions de type QCM soient plus difficiles que des questions ouvertes.

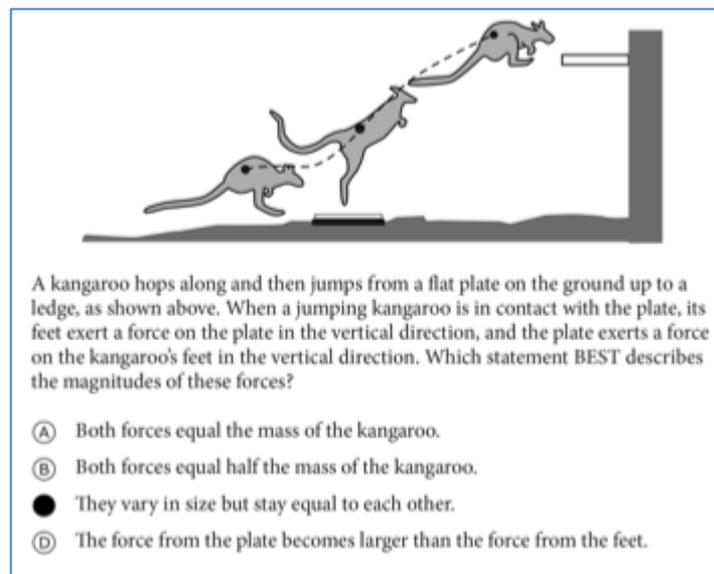
La variété de registres attendus des élèves lors des réponses est donc plus grande dans TIMSS. En revanche les possibilités de « simulations interactives » offertes par l’environnement informatisé de PISA sont, elles, absentes de TIMSS.

*Des tâches de natures diverses : quelques exemples d’exercices proposés dans TIMSS Advanced*

Commençons ici par analyser quelques-uns des exemples proposés dans “TIMSS Advanced 2015 Framework”. Nous compléterons cette analyse par des informations sur l’ensemble des exercices dont nous avons pu prendre connaissance et les mettrons en regard des tâches proposées dans PISA.

**Exemple 1 :** Un kangourou sautille puis saute d'une plaque à plat sur le sol jusqu'à un rebord, comme indiqué ci-dessus. Quand le kangourou qui saute est en contact avec la plaque, ses pattes exercent une force sur la plaque dans la direction verticale, et la plaque exerce une force sur les pattes du kangourou dans la direction verticale. Quel énoncé décrit le MIEUX l'intensité de ces forces ?

- A. L'intensité de ces deux forces est la même que celle du poids du kangourou.
- B. L'intensité de ces deux forces est égale à la moitié de celle du poids du kangourou.
- C. Ces deux forces varient mais restent égales entre elles.
- D. L'intensité de la force exercée par le plateau devient plus grande que celle de la force exercée par les pieds.



Dans cet exercice ne possédant qu'une question de type QCM, un kangourou saute sur un plateau d'où il rebondit afin d'atteindre le rebord d'un mur. Plusieurs affirmations sont proposées pour décrire les intensités de la force exercée par le plateau sur les pattes du kangourou et de la force exercée par les pattes du kangourou sur le plateau<sup>25</sup>. Ces deux forces sont toujours de même intensité (en vertu de la loi des actions réciproques) mais cette intensité varie au cours du rebond (en vertu de la seconde loi de Newton). Cet exercice peut à première vue passer pour relever du domaine cognitif « raisonner » dans la

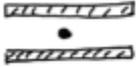
<sup>25</sup> Dans notre traduction de l'énoncé de l'exercice, nous avons corrigé le texte proposé dans la version en anglais. En effet, la version en anglais indique "both forces equal the mass of the kangaroo". Or, une force ne peut être égale à une masse, nous avons donc pris le parti de traduire "mass" par "poids".

mesure où il faut connaître deux lois pour le traiter. Cependant on peut faire l'hypothèse, au vu des propositions du QCM, qu'il vise à tester les conceptions des élèves et en particulier la confusion souvent faite par ces derniers entre seconde et troisième loi de Newton et la difficulté à isoler un système. Certains élèves peuvent en effet avoir tendance à répondre que la force exercée par le plateau sur le kangourou est plus grande que celle exercée par le kangourou sur le plateau dans le but d'expliquer le fait que le centre d'inertie du kangourou s'élève au cours du mouvement, alors que ce phénomène ne relève que du bilan des forces appliquées au kangourou, bilan dans lequel la force exercée par le kangourou sur le plateau n'intervient pas.

Cet exercice est donc *a priori* plus difficile (d'un point de vue conceptuel) que l'exercice de l'exemple 2 qui pourtant pourrait lui aussi relever du domaine cognitif « raisonner » dans la mesure où il faut connaître 3 lois et savoir isoler une variable pour le résoudre.

**Exemple 2 :** Une balle chargée en mousse de plastique est maintenue immobile par un champ électrique entre deux grandes plaques horizontales de charges opposées. Si la charge de la balle est de  $5,7 \mu\text{C}$  et que sa masse est  $1,4 \times 10^{-4} \text{ kg}$ , quelle est l'intensité du champ électrique? Explicitiez vos calculs.

A small charged plastic foam ball is held at rest by the electric field between two large horizontal oppositely charged plates.  
If the charge on the ball is  $5.7 \mu\text{C}$  and its mass is  $1.4 \times 10^{-4} \text{ kg}$ , what is the magnitude of the electric field strength? Show your work.



Handwritten student solution:

$$F_g = mg$$

$$E = \frac{F}{q}$$

$$F = qE$$

$$F_g = F$$

$$mg = qE$$

$$E = \frac{mg}{q}$$

$$= \frac{(9.8)(1.4 \times 10^{-4})\text{N}}{5.7 \times 10^{-6} \text{C}}$$

$$= 240 \text{ N/C}$$

Dans cet exercice, aucune conception ne fait *a priori* obstacle au raisonnement. La balle est au repos, le bilan des forces est donc nul : la force électrique et le poids se compensent. Il faut alors connaître leurs expressions (respectivement  $qE$  et  $mg$ ) puis être capable d'isoler la variable recherchée (ici  $E$ ) dans l'égalité  $qE=mg$  pour obtenir le résultat et faire l'application numérique.

La comparaison entre ces deux exercices montre bien la différence entre difficulté d'un exercice et domaine cognitifs (dans TIMSS), différence qui avait également été évoquée dans PISA à propos des niveaux de charge cognitive.

Le cadre conceptuel de TIMSS évoque très rapidement les conceptions des élèves, mais la lecture des différents exercices montre que tester ces conceptions a fait clairement partie des objectifs des concepteurs de l'enquête. Celles-ci apparaissent en effet dans un nombre non négligeable de questions (nous en avons repéré des traces dans presque un quart des questions, en particulier celles nous semblant relever des domaines cognitifs « appliquer » et « raisonner »).

*Des connaissances sur le contenu scientifique presque toujours présentes, des connaissances procédurales mêlées, peu de connaissances épistémologiques.*

Nous avons évoqué dans PISA la difficulté qu'il pouvait y avoir à séparer connaissances scientifiques, procédurales et épistémologiques. Il nous semblait en effet qu'elles étaient parfois mêlées, mais le parti pris de PISA était de chercher à tester ces connaissances séparément.

Dans l'enquête TIMSS, le parti pris est résolument différent : qu'il s'agisse de questions relevant du domaine « connaître », « appliquer » ou « raisonner », des connaissances scientifiques (lois, principes, formules, notamment) sont presque toujours nécessaires, et ces connaissances ne sont pas données dans les énoncés de ces différentes questions. Ainsi, il n'y a pas dans TIMSS de test de connaissance procédurale isolée (c'est-à-dire sans que celle-ci ne soit associée à une connaissance sur le contenu scientifique). Cette remarque n'est pas sans conséquences quant aux résultats que l'on peut attendre des élèves français. En effet, outre le fait que le domaine « électricité et magnétisme » est peu traité au lycée, en ce qui concerne les autres domaines, les programmes actuels ne demandent pas forcément aux élèves de connaître les lois, les relations ou les formules utilisées. Il faut parfois les connaître, mais il faut parfois plus simplement être capable d'utiliser certaines relations, ou d'exploiter une loi, son expression étant donnée ou parfois encore de recueillir et exploiter des informations sur un sujet donné. Cette remarque est à modérer par le fait qu'un formulaire est donné en début de chaque cahier TIMSS. Cependant comme nous l'avons discuté plus haut, ce formulaire est parfois difficile à exploiter.

Concernant les différents types de connaissances, terminons par le fait que nous avons trouvé très peu de test de connaissances épistémologiques dans TIMSS. Il n'y en a aucune (comme du reste pour PISA) dans les échantillons communiqués au public (dans les annexes de "*TIMSS Advanced 2015 framework*"). Dans les questions posées aux élèves, les seules qui pourraient être apparentées à des tests de connaissances épistémologiques sont des questions portant sur le protocole expérimental d'expériences. Ces questions sont néanmoins peu nombreuses (moins de 10 % parmi celles dont nous avons pris connaissance) et sont, contrairement à PISA, des questions portant sur des protocoles d'expériences couramment utilisées en cours plus que sur des protocoles expérimentaux de recherche, ou du moins contextualisés comme tels. On peut donc se demander si on ne teste pas là, plutôt un savoir-faire expérimental, qu'une connaissance épistémologique.

Un point mérite enfin d'être souligné. Certaines questions dans TIMSS (comme dans PISA) présentent plusieurs réponses « logiquement possibles » entre lesquelles il est difficile de trancher si l'on ne connaît pas déjà le phénomène étudié.

*Une présence plus importante des registres numériques, de l'algébrique ou des lois d'échelle*

En continuité avec le fait que les questions de TIMSS comportent presque systématiquement des connaissances scientifiques sur le contenu et avec le fait qu'un formulaire est fourni en début de cahier, il faut noter qu'un nombre non négligeable de questions font appel aux valeurs numériques (ce type de questions est nettement moins présent dans PISA). On teste ainsi des compétences spécifiquement scientifiques, voire mathématiques, peu présentes dans la partie science de PISA : capacité à mener un calcul, puissances de 10, bonne manipulation des unités (ou respect de ces dernières). Il n'est pas rare par exemple qu'une question voie son énoncé comporter des données sous forme de longueurs d'onde et qu'il faille répondre en fréquence, ce qui en augmente la difficulté.

Par ailleurs, quand les valeurs numériques sont absentes, l'algébrique se traduit parfois par des demandes de raisonnement sous forme de « lois d'échelles » et cela généralement dans des cas où la proportionnalité

est absente. Ainsi, quand une loi voit apparaître une évolution en  $1/x^2$  d'une de ses variables  $x$ , il pourra être demandé ce qui se passe lorsqu'on double  $x$ , etc. Ce type de questions, qui demande des connaissances que l'on pourrait qualifier de procédurales sur une manipulation abstraite (ou du moins sans valeurs précisées) du registre algébrique, est présent sur un petit nombre (mais non négligeable) dans l'enquête TIMSS (moins de 10 %).

Dans le même ordre d'idée, des questions de TIMSS demandent aux élèves d'être capables de raisonner sur l'homogénéité. Cela se produit par exemple dans le cas de QCM dont les différentes réponses proposées sont des formules (on peut souvent procéder par élimination pour répondre, à condition de maîtriser les raisonnements sur l'homogénéité des formules). À nouveau, il s'agit de manipulations auxquelles les élèves n'ont pas forcément été habitués durant leur scolarité (au lycée, dans le contexte français).

### *Moins de textes, mais quelques interrogations sur certaines traductions*

Finissons ici notre analyse des questions de l'enquête TIMSS par quelques remarques sur la place des textes. Ceux-ci, nous l'avons dit, ne sont pas le seul mode de réponse ouverte attendu des élèves dans l'enquête TIMSS. Par ailleurs, l'énoncé des exercices de TIMSS est un texte en moyenne moins long que dans l'enquête PISA. De ce point de vue, les compétences liées à la bonne maîtrise de la langue peuvent paraître un peu moins importantes dans l'enquête TIMSS. En revanche, un certain nombre de traductions, ou même d'expressions utilisées en anglais nous ont posé problème :

- Dans le registre des traductions, signalons par exemple l'utilisation du terme « particule bêta », qui est sans doute peu usité dans le contexte scolaire français (on désignera plus probablement ces particules par ce qu'elles sont : « positron ou électron » selon qu'il s'agit d'une désintégration bêta + ou bêta -). De même on parlera sans doute plutôt de « noyau de deutérium » que de « deutéron » même s'il s'agit de la même chose. Dans une question utilisant ces termes, ceux-ci sont sans doute bloquants pour un élève français : il ne saura tout simplement pas de quoi on lui parle. D'autres éléments, ne relevant pas directement du langage peuvent poser problème lors des traductions : la symbolisation n'est par exemple pas forcément la même (ainsi en France, les lampes présentes dans un circuit électrique sont généralement représentées par des croix dans un rond, ce qui n'est pas le cas dans certaines questions analysées, les résistors sont symbolisés en France par des rectangles alors qu'ils sont représentés sous forme de « ressort » dans certaines questions TIMSS, etc.). De même certains schémas sont peu utilisés dans le contexte de l'enseignement français alors qu'il le sont plus couramment dans d'autres pays, ce qui pourrait influencer la comparaison des résultats entre pays sur certaines questions<sup>26</sup>.
- Quant aux expressions utilisées, celles-ci nous ont aussi parfois posé problème. Nous avons signalé plus haut l'emploi du mot « masse » pour une grandeur censée compenser une « force ». Si le physicien comprend de quoi il s'agit, la distinction masse/poids est un des enjeux de l'enseignement scolaire en physique. Il nous semble donc maladroit de ne pas la faire dans des réponses s'adressant aux élèves. De même, une question évoquant « la conversion de masse en énergie » ne gênera sans doute pas un physicien expert, mais la conservation de l'énergie et la non-conservation de la masse dans une réaction nucléaire pourraient sans doute s'exprimer de manière moins ambiguë. Si ce type d'expressions n'est pas le résultat de maladresses mais est réellement

---

<sup>26</sup> On pense ici par exemple aux vecteurs qui sont utilisés assez systématiquement pour représenter champs et forces en France alors que certaines questions de TIMSS utilisent des représentations où seule la direction et le sens des vecteurs est représentée, indépendamment de leur norme.

souhaité par les concepteurs de TIMSS, il faut y voir la volonté de tester la bonne compréhension par les élèves de textes plus proches d'un langage parfois moins rigoureux et employé entre pairs, langage auquel ils n'ont pas forcément été confrontés lors de leur scolarité.



## **Chapitre 2 : Analyse des exercices de TIMSS et de PISA pour les mathématiques**

Nous présentons dans ce chapitre des exercices extraits des évaluations TIMSS et PISA ; ils permettent de mieux comprendre la façon dont les mathématiques, mais aussi les processus ou les domaines cognitifs sont évalués. Cette partie du rapport s'inscrit ainsi dans une démarche d'ordre didactique peu initiée en France (voir cependant Dupé et Olivier, 2002 et 2005 ; Wu, 2009, 2010 ; Bodin 2006a, 2006b, 2007, 2008) et encore plus rare dans les analyses et les commentaires internationaux de PISA,



## A. Méthodes d'analyse

Comprendre ces enquêtes et donner du sens aux résultats diffusés est nécessaire pour les décideurs et pour les médias. C'est tout autant nécessaire pour les professionnels (formateurs, inspecteurs et enseignants), d'une part pour qu'ils puissent appréhender à quelle aune ils sont implicitement ou explicitement évalués, d'autre part pour voir quel profit ils peuvent tirer de ces enquêtes pour eux-mêmes et pour les élèves. Après avoir mené une analyse comparative des cadres de référence respectifs des programmes PISA et TIMSS, nous allons maintenant avoir une entrée didactique, pour laquelle il est nécessaire de partir directement des exercices proposés aux élèves. Pour cela, nous utilisons principalement deux cadres d'analyse : le premier est hérité historiquement de la taxonomie de Bloom, le second s'appuie sur une catégorisation des énoncés développé par Robert (1998).

L'enquête SIMS a en effet utilisé une taxonomie adaptée pour les mathématiques de celle de Bloom : la taxonomie NLSMA<sup>27</sup> (Pluvinage, 1977). À ses tout débuts, TIMSS s'est appuyée sur cette taxonomie, mais lui a préféré ensuite le système de classement plus simple que nous avons présenté dans le premier volume de ce rapport (Chapitre 3. B). En France dans les années 1970, Gras a mis au point une taxonomie de la complexité cognitive dérivée de la taxonomie NLSMA validée par des recherches en didactique (Gras, 1977), qui assuraient le côté hiérarchisé de la classification ainsi obtenue ainsi que sa pertinence épistémologique. Cette taxonomie a été utilisée dans divers travaux d'évaluation (EVAPM 1986-2008 ; Bodin, 2007). Nous la présentons et nous l'utilisons dans les paragraphes qui suivent.

En complément de l'analyse de la complexité cognitive, il est aussi possible d'analyser les tâches d'évaluation en étudiant l'aspect du savoir mathématique qui est en jeu. En référence aux travaux de Douady (1986) sur la dialectique outil-objet, on peut alors identifier des questions où c'est l'aspect objet du savoir qui est évalué (reconnaitre un nombre pair, trouver le plus grand commun diviseur de deux nombres entiers, calculer la limite d'une fonction,...) alors que dans d'autres questions, le savoir mathématique joue le rôle d'outil pour résoudre un problème. Par exemple, on ne travaillera pas directement sur la notion de fonction, mais on utilisera une ou des fonctions particulières pour trouver la solution ou, au moins, pour avancer vers elle ; ou encore on utilisera une division pour résoudre un problème de partage. On dit alors que les savoirs mathématiques en jeu ont le rôle d'outils. La distinction outil-objet est particulièrement pertinente pour analyser les tâches proposées aux élèves. On verra ainsi que TIMSS utilise des questions portant directement sur l'objet, tandis que PISA ne le fait jamais.

Dans le prolongement des travaux de Douady, Robert (1998) a développé et validé dans le cadre de ses recherches en didactique des mathématiques un système de classement des énoncés fondé sur l'analyse *a priori* des connaissances qui sont utilisées par les élèves lors de l'exécution des tâches mathématiques correspondantes. Les questions des évaluations peuvent également être classées selon cette catégorisation, c'est-à-dire selon les niveaux de mise en fonctionnement des connaissances (NMF) qu'elles supposent, travail qu'ont d'ailleurs déjà engagé Roditi et Salles (2015) sur les énoncés de PISA 2012.

On verra que ces approches apportent des informations complémentaires sur ce qui est demandé aux élèves dans les évaluations TIMSS et PISA, et qu'elles permettent une interprétation affinée des résultats par rapport à celles produites usuellement.

---

<sup>27</sup> *New longitudinal Studies of Mathematical Abilities*

## 1. Taxonomie de la complexité cognitive de Gras

### Présentation

Les catégories générales de cette taxonomie (Tableau 1) sont hiérarchisées : elles visent à organiser selon une complexité croissante les activités cognitives qui peuvent être menées lors de la réalisation d'une tâche (ou lors de l'apprentissage d'un concept). Appliquer suppose comprendre, comprendre suppose connaître, etc. Par exemple, lorsque une tâche demande un passage par de la modélisation, on est au moins au niveau B6.

**Tableau 1 : Catégories générales de la complexité cognitive (Gras, 1977)**

	Catégorie générale		Sous-catégorie
<b>A</b>	Connaissance et reconnaissance	A1	des faits
		A2	du vocabulaire
		A3	des outils
		A4	des procédures
<b>B</b>	Compréhension	B1	des faits
		B2	du vocabulaire
		B3	des outils
		B4	des procédures
		B5	des relations
		B6	des situations
<b>C</b>	Application	C1	dans des situations familières simples
		C2	dans des situations familières moyennement complexes
		C3	dans des situations familières complexes
<b>D</b>	Créativité	D1	Utilisation dans une situation nouvelle des outils et des procédures connus
		D2	Émission d'idées nouvelles
		D3	Création d'outils et de démarches personnelles
<b>E</b>	Jugement	E1	Production de jugements relatifs à des productions externes
		E2	Auto-évaluation

## 2. Niveaux de mise en fonctionnement des connaissances

Nous avons également voulu étudier les connaissances mathématiques que les élèves doivent utiliser pour résoudre les exercices : sont-elles nouvelles ou anciennes ? L'exercice demande-t-il la mobilisation d'une seule connaissance ou de plusieurs ? Est-ce à l'élève de déterminer quelles sont les connaissances à mobiliser ou l'énoncé donne-t-il des indications ? Pour répondre à ces différentes questions, nous avons repris l'outil d'analyse de tâches développé en didactique des mathématiques par Robert (1998) dans lequel trois niveaux de mise en fonctionnement (NMF) des connaissances sont définis :

- Un niveau technique pour des « tâches qui amènent à des applications immédiates des connaissances, c'est-à-dire simples (sans adaptation) et isolées (sans mélanges), où seule une connaissance précise est mise en œuvre sans aucune adaptation, mis à part la contextualisation nécessaire » (Robert, 2003) : par exemple, en classe de 3<sup>e</sup>, appliquer le théorème de Thalès dans une configuration connue sur un exercice d'application immédiate.
- Un niveau de mise en fonctionnement « mobilisable », lorsque les « tâches nécessitent des adaptations de connaissances qui sont en partie au moins indiquées » (*ibid.*). Par exemple, en classe de 3<sup>e</sup>, appliquer le théorème de Thalès dans une configuration plus complexe où avec éventuellement des données inutiles.
- Un niveau de mise en fonctionnement « disponible », lorsque c'est à l'élève de reconnaître les connaissances à utiliser. Par exemple, en classe de 3<sup>e</sup>, résoudre un problème dans lequel la configuration de Thalès n'est pas visible immédiatement et demande par exemple, à l'élève, d'ajouter des points ou de tracer des droites supplémentaires.

Dans leur analyse de l'évaluation PISA 2012, Roditi & Salles (2015) ont exploité ces NMF et les ont redéfinis, avec un niveau 1 : « mise en fonctionnement directe d'une procédure » ; niveau 2 : « mise en fonctionnement avec adaptation » et niveau 3 : « mise en fonctionnement avec intermédiaires ». Nous avons repris ces catégories en les qualifiant plus simplement de « direct », « adaptation » et « intermédiaire » pour réaliser nos analyses. L'analyse des niveaux de mise en fonctionnement est à rapprocher des groupes de compétences utilisés par PISA avant 2012 et que nous avons présenté dans le volume 1 (chapitre 2 B.2). La classification NMF, outre le fait qu'elle s'appuie sur des travaux de recherche en didactique des mathématiques, présente l'avantage de commencer à être connue en France et à être utilisée dans le cadre de la formation des enseignants.

L'intérêt de ces deux outils, complémentaires, est de permettre de déterminer la complexité *a priori* d'une question d'un exercice d'évaluation. Cette complexité peut ainsi être estimée par le nombre d'étapes et le niveau de complexité cognitive dégagé à partir de la taxonomie, et par le niveau de mise en fonctionnement et les éventuelles adaptations nécessaires à la résolution de la tâche. Cette double analyse est à distinguer de ce qui sera identifié par PISA ou par TIMS comme la difficulté d'une question, qui est calculée après la passation des enquêtes.

## **B. Analyse de l'enquête TIMSS4 (niveau CM1)**

Nous avons d'abord choisi pour présenter TIMSS4 des exercices de l'enquête 2011, ce qui nous permet de disposer des scores de réussite de différents pays. La France n'ayant pas participé à cette enquête, ses résultats ne sont pas disponibles. Afin de fournir des éléments de compréhension pour les prochains résultats de TIMSS, nous présentons ensuite quelques exercices libérables de l'évaluation TIMSS 2015, qui sont complémentaires par leurs contenus à ceux de 2011. Comme ceux de 2011, ces exercices permettent d'illustrer la façon dont nous avons analysé l'ensemble des exercices du test selon les niveaux de mise en fonctionnement. Nous terminons cette partie par une analyse globale du contenu de l'évaluation TIMSS4 2015.

Nous avons réalisé l'analyse des exercices à partir des programmes de l'école élémentaire de 2008 et des repères de progression accompagnant les programmes, pour déterminer le niveau scolaire auquel les savoirs mis en jeu dans les exercices étaient enseignés. Nous avons également consulté certains manuels afin d'illustrer notre propos, mais sans en faire une étude exhaustive ; par ailleurs, les manuels cités dans cette analyse ne reflètent en rien la représentativité de ceux utilisés en classe.

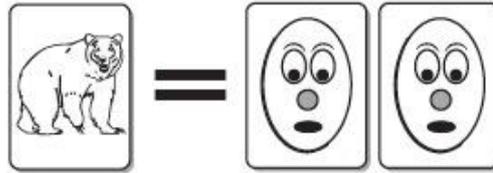
Nous avons choisi de montrer des exercices qui ressemblent à ceux proposés habituellement aux élèves de CM1 français, mais aussi d'en exhiber de plus originaux, soit parce qu'ils mobilisent des connaissances qui ne relèvent pas des programmes de CM1 (ou avant), soit parce qu'ils mobilisent des savoirs mathématiques du niveau CM1 mais dans des situations demandant à l'élève de l'autonomie et des initiatives. De tels exercices nous ont paru intéressants à présenter dans la perspective d'une vision globale de ce qui, pour des experts internationaux, est possible de proposer en mathématiques, à des élèves de 4<sup>e</sup> année d'école élémentaire. Ils nous semblent également intéressants pour les usages qui peuvent en être faits en classe, ou les pistes nouvelles qu'ils peuvent suggérer aux enseignants. Enfin, ils offrent à nos yeux des contenus et des supports d'analyse tout à fait pertinents pour la formation des enseignants.

### **1. Présentation et analyse d'exercices de TIMSS4 2011**

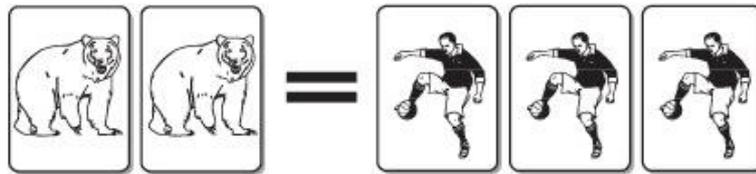
Les questions présentées dans ce paragraphe sont accompagnées des descriptions données par les concepteurs. Elles sont aussi accompagnées de quelques taux de réussite obtenus, afin de donner une idée de la difficulté de la question, pour les élèves de différents pays. À l'exception du Japon, les pays choisis l'ont été pour leur proximité culturelle avec la France. Le curriculum du Japon se rapprochant des standards occidentaux en mathématiques, la comparaison semble encore intéressante pour ce pays.

Le premier exercice relève du domaine TIMSS « Nombres ». Il est composé de plusieurs questions de complexité croissante dont les réponses sont indépendantes les unes des autres (répondre à une question ne nécessite pas d'avoir répondu au préalable aux questions précédentes). La règle d'échange de cartes est donnée à la fois sous forme de phrases, et est accompagnée d'illustrations, ce qui peut faciliter la compréhension et la représentation du problème chez l'élève.

La fête foraine a un stand où l'on peut échanger des cartes .



1 carte d'animal vaut 2 cartes de bandes dessinées



2 cartes d'animaux valent 3 cartes de sport

Des enfants sont allés au stand pour échanger des cartes

- A. Sophie a 5 cartes d'animaux. Combien de cartes de bandes dessinées obtiendra-t-elle en échange ?

Réponse : ..... cartes de bandes dessinées

- B. Jean a 8 cartes d'animaux qu'il veut échanger contre des cartes de sport. Combien de cartes de sport obtiendra-t-il ?

Réponse : ..... cartes de sport

- C. Fatima a 6 cartes d'animaux. Elle veut les échanger contre le plus de cartes possible.

Combien de cartes de bandes dessinées obtiendrait-t-elle ?.....

Combien de cartes de sport obtiendrait-t-elle ?.....

Doit-elle faire l'échange pour des cartes de bandes dessinées ou pour cartes de sport ?

Réponse :.....

- D. André avait 15 cartes de sport qu'il veut échanger contre des cartes d'animaux. Combien de cartes de d'animaux obtiendra-t-il ?

Réponse : ..... cartes d'animaux

- E. Juliette a 8 cartes de bandes dessinées qu'elle veut échanger contre des cartes de sport. Combien de cartes de sport obtiendra-t-elle ?

Réponse : ..... cartes de sport

**Tableau 2 : Classement TIMSS des questions de l'exercice deTIMSS4 2011 « Échange de cartes »**

Identification	Domaine de Contenu	Sujet	Domaine cognitif	Format
M031346A (question A)	Nombres	Nombres entiers	Appliquer	Réponses construites
M031346B (question B)			Raisonner	
M031346C (question C)			Raisonner	
M031379 (question D)			Raisonner	
M031380 (question E)			Appliquer	

### Notre analyse

La première question qui utilise uniquement la première règle d'échange (1 carte d'animal vaut 2 cartes de bandes dessinées) correspond à un problème multiplicatif où la valeur de l'unité est donnée. Nous considérons donc que la résolution demande un niveau de mise en fonctionnement technique des connaissances des élèves (NMF = 1) ou l'application de procédures connues dans un contexte usuel (application directe de procédures connues - niveau A4 de la taxonomie de la complexité).

Les questions suivantes utilisent la deuxième règle d'échange (2 cartes d'animal valent 3 cartes de sport). La valeur de l'unité n'étant pas connue (combien peut-on échanger de cartes de sport contre 1 carte d'animal ?), nous considérons qu'il s'agit de problèmes de proportionnalité simple. Comme pour la question précédente, les savoirs en jeu dans ces questions relèvent bien des programmes de CM1. Les questions B et C font fonctionner la règle d'échange dans le sens dans lequel elle est formulée alors qu'il est nécessaire de la faire fonctionner en sens inverse dans la question D. Enfin, la question E demande de faire fonctionner la première règle dans le sens inverse puis la seconde dans le sens direct.

Il est possible de résoudre ces différentes questions par des procédures de linéarité multiplicative, les nombres de cartes étant choisis pour être dans un rapport multiplicatif simple entre eux. Ces procédures figurent dans les programmes d'enseignement du CM1, mais demandent ici à être mobilisées dans un contexte peu usuel. Nous considérons ainsi, qu'au niveau CM1, les questions B à E nécessitent des adaptations (NMF = 2) puisqu'elles nécessitent une reformulation de la règle pour avoir l'échange inverse ou encore la mise en œuvre de procédures multiplicatives qui ne sont pas directement indiquées.

L'analyse en termes de complexité conduirait à placer les question B et D (application dans des situations familières simples), la question C en C2 (situation plus complexe impliquant une décision) et la question E en D1 (extension du champ d'application de procédures connues).

Le tableau 3 ci-dessous rassemble ces éléments de classification.

**Tableau 3 : Analyse des questions de l'exercice « Échange de cartes » de TIMSS4 2011**

	Question A	Question B	Question C	Question D	Question E
Niveau de complexité	B4	C1	C2	C1	C1
Niveau de mise en fonctionnement	1	2	2	2	2

Pour le codage des réponses, un crédit complet a été accordé pour chacune des questions à partir du moment où la réponse était donnée ; aucun élément de justification n'était demandé. Pour la question C, des crédits partiels ont été accordés pour l'une ou l'autre des réponses intermédiaires si celle-ci était correcte.

Le tableau 4 indique les taux de réussite des élèves aux questions de cet exercice, et confirme notre analyse.

**Tableau 4 : Taux de réussite aux questions de l'exercice de TIMSS4 2011 « Échange de cartes »**

Identification	Angleterre	Allemagne	Finlande	Japon
M031346A (question A)	74 %	77 %	81 %	79 %
M031346B (question B)	38 %	44 %	43 %	55 %
M031346C (question C)	30 %	35 %	41 %	51 %
M031379 (question D)	32 %	29 %	34 %	40 %
M031380 (question E)	19 %	20 %	31 %	32 %

Quel que soit le pays considéré, on peut constater que les résultats obtenus aux différentes questions sont cohérents avec la complexité telle que nous la définissons *a priori* ; la question A étant beaucoup mieux réussie que les suivantes, et la question E étant la moins bien réussie.

## Exemple 2 : TIMSS4 2011 – « Plus grande fraction » (M031210)

Laquelle de ces fractions est plus grande que  $\frac{1}{2}$  ?

A.  $\frac{3}{5}$       B.  $\frac{3}{6}$       C.  $\frac{3}{8}$       D.  $\frac{3}{10}$

Tableau 5 : Classement TIMSS de l'exercice de TIMSS4 2011 « Plus grande fraction »

Identification	Domaine de Contenu	Sujet	Domaine cognitif	Format
M031210	Nombres	Fractions et décimaux	Connaître	QCM

### Notre analyse

En France, les fractions sont introduites au CM1 et la comparaison de nombres écrits sous forme fractionnaire ne relève pas du programme de l'école, mais de celui de la classe de 6<sup>e</sup>. Cet exercice est un exemple pour lequel il est difficile d'attribuer un niveau de mise en fonctionnement de connaissances alors que celles-ci ne figurent pas dans les programmes de l'école avant le CM1.

Quelles seraient alors les procédures qu'un élève de CM1 pourrait employer pour répondre à la question posée ? À ce niveau d'enseignement, c'est principalement l'aspect « partage » de la fraction qui est enseigné. Par conséquent, un élève pourrait représenter (mentalement ou sur papier en dessinant) une unité (sous forme de bande, de segment, ...) et réaliser les partages indiqués par les différents de choix de fraction pour ensuite comparer à  $\frac{1}{2}$ .

Au niveau international, la compréhension des fractions et la manipulation de fractions simples font partie des curriculums de la quatrième année d'enseignement de nombreux pays : en témoignent les taux de réussite de 69 % observé en Finlande ou de 60 % au Japon (Tableau 6). Pour information, ce taux de réussite est égal à 62 % aux USA et en Russie.

Tableau 6 : Taux de réussite à l'exercice de TIMSS4 2011 « Plus grande fraction »

Identification	Angleterre	Allemagne	Finlande	Japon
M031210	50 %	33 %	69 %	60 %

Les études internationales sont une bonne occasion pour comparer nos programmes et nos pratiques à ceux et celles des autres pays. Il n'est pas sans intérêt de noter ici que la notion de fraction est présente dès le cours élémentaire dans beaucoup de pays.

### Exemple 3 : TIMSS4 2011- Multiplication (M051203)

$$23 \times 19 =$$

Tableau 7 : Classement TIMSS de l'exercice deTIMSS4 2011 « Multiplication »

Identification	Domaine de Contenu	Sujet	Domaine cognitif	Format
M051203	Nombres	Nombres entiers	Connaître	Réponse construite

#### Notre analyse

Cette question est exemplaire du mode de questionnement de TIMSS à tous les niveaux, et de ce qui distingue TIMSS de PISA. L'objectif est ici évident : on veut savoir si les élèves sont capables de multiplier deux entiers à deux chiffres. Quoi de plus simple que de leur demander d'exécuter une telle multiplication ?

Un élève sait faire ou ne sait pas faire, ou plutôt il donne une réponse exacte ou fausse. Le fait que le codage des réponses s'arrête à la distinction JUSTE-FAUX ne permet pas d'avoir accès aux procédures utilisées, que ce soit en cas d'erreur ou de réussite. On ne peut pas savoir, par exemple, les proportions d'élèves qui ont une connaissance défaillante de la table de 9, qui font un mauvais usage de la retenue, ou encore pour lesquels la présence du chiffre 0 dans 207 ( $23 \times 9$ ) a constitué une difficulté. Il est aussi possible que certains élèves aient fait un travail en ligne du type  $23 \times 20 - 23$ . En cas de réussite, on ne peut pas les distinguer de ceux qui ont posé correctement la multiplication. Cette remarque est d'ailleurs valable aussi bien pour TIMSS que pour PISA. Le recueil d'informations fait pour pouvoir construire des échelles est en effet trop lacunaire pour permettre une étude didactique approfondie *a posteriori*.<sup>28</sup>

La technique opératoire de la multiplication posée est enseignée en France au CE2 et il est clair que cette question relève d'une application directe de connaissances. Le niveau de mise en fonctionnement des connaissances est donc « direct » et correspond à une application directe d'un algorithme dans la taxonomie de complexité cognitive (A4). La consigne de cet exercice est uniquement « calculer » et non « poser et effectuer », ce qui laisse la possibilité aux élèves de procéder autrement que par un calcul posé.

<sup>28</sup> On pourrait penser que ces études sont possibles au niveau local et cela est d'ailleurs partiellement fait par la Depp. Toutefois, une étude internationale n'est intéressante que pour des comparaisons internationales ; autrement dit de telles études devraient être menées dans un contexte au moins bi-national. S'il s'agissait juste d'étudier les stratégies de réponse des élèves français, les études nationales, sans souci de palmarès (telles que EVAPM ou CEDRE) sont certainement plus utiles.

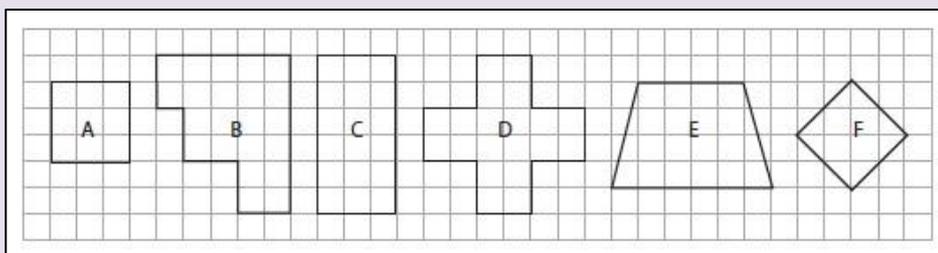
On peut ainsi imaginer un calcul en ligne du type  $23 \times 19 = 23 \times 20 - 23 = 23 \times 2 \times 10 - 23 = 460 - 23 = 437$ , mais il paraît peu probable que les élèves français procèdent de cette façon par un effet de contrat didactique<sup>29</sup>, (l'accent mis dans les programmes 2016 sur le calcul en ligne n'existait pas dans les programmes 2008).

Les taux de réussite à cette question confirment, si nécessaire, que les petits Japonais ont pris à 9 ans une certaine avance sur les élèves anglais ou allemands du même âge. Le cas finlandais reste à éclaircir. En effet la technique de la multiplication fait pourtant partie de leur curriculum à cet âge.

**Tableau 8 : Taux de réussite à l'exercice de TIMSS4 2011 « Multiplication »**

Identification	Angleterre	Allemagne	Finlande	Japon
M051203	37 %	32 %	5 %	78 %

**Exemple 4 : TIMSS4 -2011 –« Trier des formes » (M041284)**



Sandrine a utilisé le tableau ci-dessous pour trier ces formes.

Mets la lettre de chaque forme dans la case qui convient.

La forme A a déjà été placée pour toi.

	La forme a 4 côtés	La forme n'a pas 4 côtés
Tous les côtés ont la même longueur	A	
Tous les côtés n'ont pas la même longueur		

<sup>29</sup> « Le contrat didactique représente les droits et les devoirs implicites des élèves et de l'enseignant à propos d'objets, de savoir mathématique, enseignés. Ce que chacun a le droit de faire ou de ne pas faire à propos d'un savoir repose sur un ensemble de règles explicites mais surtout implicites. Brousseau a appelé contrat didactique l'ensemble des règles qui partage et limite les responsabilités de chacun, élèves et professeur, vis-à-vis d'un savoir mathématique enseigné. » BESSOT, A. (2003). Une introduction à la théorie des situations didactiques. *Les cahiers du Laboratoire Leibnitz*, 91. <http://www-leibniz.imag.fr/LesCahiers/>

**Tableau 9 : Classement TIMSS de l'exercice de TIMSS4 2011 « Trier des formes »**

Identification	Domaine de Contenu	Sujet	Domaine cognitif	Format
M041284	Formes géométriques et mesures	Formes à deux ou trois dimensions	Raisonner	Réponse construite

**Notre analyse**

Il s'agit d'une question classée en « formes géométriques et mesures » dans les domaines de TIMSS. Sa résolution demande en effet des connaissances sur les mesures de longueurs (puisque'il faut identifier si des longueurs sont égales à partir d'un quadrillage), mais mobilise surtout des savoir-faire en gestion de données, en particulier, de savoir compléter un tableau pour produire la réponse. Passer en revue toutes les formes et placer la lettre désignant chacune d'elle dans « la bonne case » demande une certaine organisation qui relève davantage du domaine de l'organisation de données que de celui de la géométrie et des mesures.

Les savoirs mathématiques mis en jeu *a priori* pour répondre à cet exercice sont enseignés au CM1, mais l'organisation des réponses dans le tableau demande une certaine méthodologie et par conséquent des adaptations qui ne sont pas habituelles (NMF = 2, niveau C1 dans la taxonomie de la complexité cognitive). L'analyse que nous faisons ici porte sur l'organisation des réponses et non sur la reconnaissance de longueurs égales ou du nombre de côtés dans un polygone, qui seraient considérés en CM1, avec un niveau de mise en fonctionnement « direct ».

Les résultats à cette question témoignent de la difficulté de l'exercice ; au niveau international (70 pays), le taux de réussite moyen est 15 % (réussite complète avec 5 réponses correctes), tandis que le taux de réussite partielle (3 ou 4 réponses correctes) est de 45 %.

**Tableau 10 : Taux de réussite à l'exercice de TIMSS4 2011 « Trier des formes »**

	Angleterre	Allemagne	Finlande	Japon
5 réponses correctes	38 %	22 %	22 %	32 %
2 erreurs ou moins	73 %	60 %	67 %	72 %

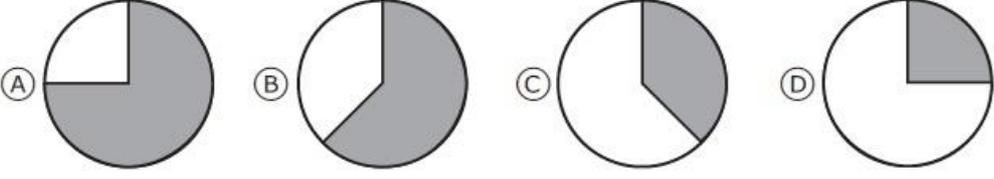
## 2. Présentation et analyse d'exercices de TIMSS4 2015

Les exercices présentés ci-après sont extraits de l'évaluation TIMSS4 2015 et destinés à être libérés. Ils viennent compléter notre propos par rapport à ceux extraits de l'évaluation 2011. Ils sont présentés par domaine (le domaine des « nombres », puis celui de « la géométrie et des mesures » et enfin celui des « données »).

### Exemples d'exercices du domaine « Nombres »

#### Exemple 5 : TIMSS4 -2015 – Fraction de disque (M041065)

A. Lequel des cercles ci-dessous a les  $\frac{3}{8}$  de sa surface grisés ?



B. Explique ou montre pourquoi ta réponse est correcte.

Les fractions étant introduites en CM1, cet exercice ressemble beaucoup à ceux présents dans les manuels de CM1, avec néanmoins une différence de taille : les huitièmes ne sont pas représentés sur les différentes figures. La réponse n'est donc pas immédiate. Différentes procédures sont à la disposition de l'élève : faire apparaître le partage en huitièmes pour se ramener à une situation connue, procéder par élimination des différentes propositions de réponses (la première est assez facilement identifiable à  $\frac{3}{4}$ , la dernière à  $\frac{1}{4}$  et la deuxième est supérieure à  $\frac{1}{2}$ ). Quelle que soit la procédure choisie, la résolution de l'exercice demande des adaptations (NMF = 2), ou une application des connaissances dans une situation familière complexe (C2). Signalons enfin qu'il aurait été mathématiquement correct que la formation de la question évoque l'aire d'un disque et non la surface d'un cercle.

#### Exemple 6 : TIMSS4 2015 – Bracelets (M061031)

Célia a 12 longueurs de fil, 40 perles rondes, et 48 perles plates.

Elle utilise 1 longueur de fil, 10 perles rondes, et 8 perles plates pour fabriquer 1 bracelet.

Si Célia fabrique des bracelets tous identiques, combien peut-elle en fabriquer ?

- (A) 40
- (B) 12
- (C) 5
- (D) 4

Ce problème s'apparente à un problème de division avec contraintes ; ce sont ces dernières qui demandent à l'élève d'introduire des intermédiaires dans le processus de résolution. Il est ainsi nécessaire de calculer, pour chacun des trois éléments (fil, perles rondes et perles plates) le nombre de bracelets réalisables puis de prendre le plus petit d'entre eux. Si les calculs peuvent être réalisés mentalement puisque les nombres sont petits et que les divisions sont exactes, le fait de devoir prendre en compte les contraintes nous amène à classer cet exercice avec un niveau de mise en fonctionnement avec intermédiaires (NMF = 3) et un niveau de complexité D1 dans la taxonomie de la complexité cognitive.

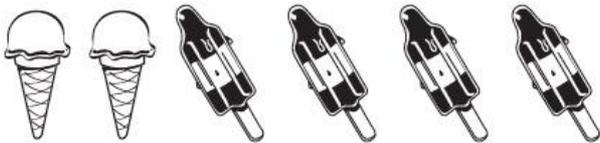
De tels problèmes arithmétiques, avec contraintes, figurent dans les manuels de CM1, comme le montre l'exemple ci-dessous extrait du manuel Cap Maths CM1 (2010), mais ils sont proposés dans des banques de problèmes et identifiés comme complexes ; ce qui justifie aussi la classification que nous avons proposée dans les NMF et avec la taxonomie de la complexité cognitive.

Un fleuriste fait des bouquets composés de 3 œillets rouges et de 5 œillets blancs.  
Chaque bouquet est vendu 4 euros.  
Ce matin, il a reçu 84 œillets rouges et 125 œillets blancs.  
Il fait le plus de bouquets possibles.  
**Quelle somme recevra-t-il s'il vend tous ses bouquets ?**

Une stratégie experte de résolution d'un tel problème peut paraître passer par un système d'équations et relever donc du niveau de la classe de troisième, mais d'autres possibilités sont offertes à un élève pour résoudre ce problème. Il peut notamment constater que si on retire le deuxième assemblage (1 cornet et 3 esquimaux) du premier assemblage (2 cornets et 4 esquimaux), on obtient alors le prix d'un cornet et d'un esquimau.

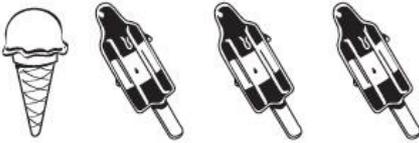
La deuxième question peut paraître dépendante de la première puisque le prix d'un esquimau peut être obtenu en soustrayant la réponse de la première question à l'achat de Lena, puis diviser par deux. Mais elle n'est pas nécessairement dépendante, puisque pour trouver le prix d'un esquimau, on peut aussi doubler l'achat de Lena, retirer celui de Raphaël, puis diviser par deux.

Raphaël a acheté :



Coût 22 zeds

Lena a acheté :



Coût 14 zeds

Combien coûtent une  et un  ensemble ?

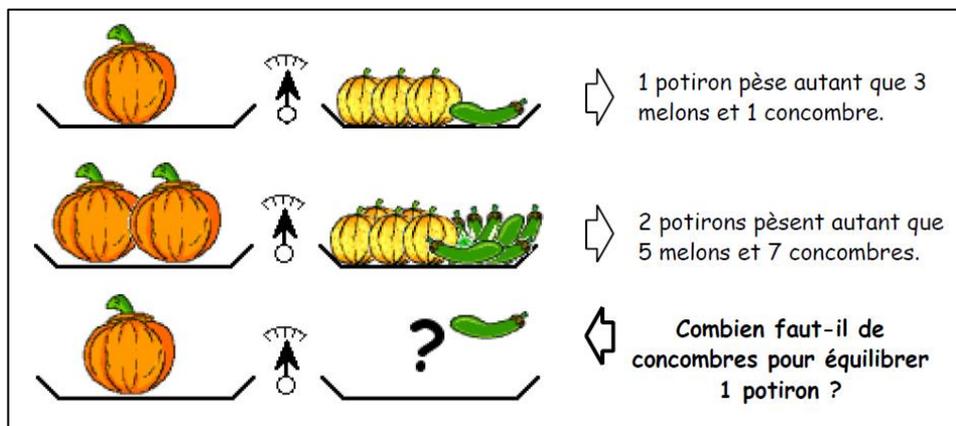
Réponse : \_\_\_\_\_ zeds

Combien coûte un  ?

Réponse : \_\_\_\_\_ zeds

Ce type de procédure (par combinaison linéaire) n'est pas enseignée aux élèves de CM1. En revanche, de telles situations peuvent être proposées aux élèves en tant que « problèmes pour chercher » dans les classes de l'école élémentaire, voire de début de collège, et pour cette raison, nous ne lui attribuons pas de niveau de mise en fonctionnement des connaissances.

Nous signalons par exemple qu'un exercice similaire est proposé dans un Rallye mathématique CM2-6<sup>e</sup> :



Source : Rallye 2003 de l'Irem Paris Nord.

Ainsi, il semble difficile d'imaginer qu'un élève de CM1, en France, puisse, dans le temps qui lui est alloué lors de l'évaluation (environ 2 minutes par question), résoudre ce type de tâche.

Dans le domaine « Nombres » de TIMSS 4, le sous-domaine « Expressions, équations simples et relations », décrit les savoir-faire suivants :

1. Trouver le nombre ou l'opération manquante dans une phrase numérique (par exemple,  $17 + w = 29$ ).
2. Identifier ou écrire des expressions ou des phrases numériques pour représenter des situations de problèmes impliquant des inconnues.
3. Identifier et utiliser des relations dans un schéma bien défini (par exemple, décrire la relation entre des termes adjacents et générer des paires de nombres entiers respectant une règle).

Nous notons que les savoir-faire 1 et 2 ne relèvent pas des programmes de l'école élémentaire en France, mais plutôt du collège (6<sup>e</sup> – 5<sup>e</sup>) ; il n'en est pas de même pour le 3<sup>e</sup>. Nous avons souhaité illustrer par des exercices proposés ci-dessous la façon dont ces savoir-faire étaient évalués dans TIMSS4 et compléter notre propos avec des extraits de manuels de CM1.

#### Exemple 8 : TIMSS4 2015 – Exercice pré-algébrique 1 (M061050)

Quelle valeur  $\triangle$  doit-il avoir pour que l'égalité soit exacte ?

$$6 + 15 = \triangle + 10$$

(A) 11  
(B) 21  
(C) 25  
(D) 31

Cet exercice vise à évaluer le savoir-faire 1 (*Trouver le nombre ou l'opération manquante dans une phrase numérique*). Même si les connaissances mises en jeu dans ce type d'exercice ne figurent pas dans les programmes de l'école, on trouve des questions similaires dans certains manuels de CM1, par exemple dans une séance de « calcul réfléchi - récréation » du manuel Euromath CM1 (2009), comme le montre l'exemple ci-dessous :

**3** Dans chaque cas, quel nombre représente chacun des signes ?

<p><b>a.</b></p> $250 - \triangle = \bullet$ $\bullet - 70 = 20$	<p><b>b.</b></p> $\triangle - \square = \circ$ $\square + 13 = 27$ $\square - \circ = 3$	<p><b>c.</b></p> $\triangle \times 6 = \blacksquare$ $\blacksquare : 3 = \bullet$ $\bullet \times 7 = 98$	<p><b>d.</b></p> $\triangle + 150 = \blacksquare$ $\blacksquare \times 4 = \circ$ $1\,000 - \circ = 200$
--	--	---	--

Source : Euromaths CM1 (Hatier, 2009)

Pour l'exercice extrait de TIMSS, posé sous forme de QCM, différentes stratégies de résolution sont à la portée des élèves (faire des essais, tester les valeurs proposées dans le QCM ou encore procéder arithmétiquement en calculant la somme de 6 et de 15 et en cherchant le complément de 10 à cette somme). Néanmoins, ce type de tâche ne fait pas l'objet d'un apprentissage spécifique et relève plutôt des classes de 6<sup>e</sup> /5<sup>e</sup> pour un travail autour des égalités à trous introduisant, progressivement, les équations (en 4<sup>e</sup>) ; nous avons donc considéré que ce type de question ne relevait pas du CM1, même si les élèves sont capables d'y répondre avec les stratégies que nous avons évoquées précédemment.

Nous précisons enfin que des exercices similaires mais utilisant une lettre comme inconnue (et non un symbole), ou d'autres demandant le signe de l'opération manquante entre deux nombres figurent dans les cahiers de test de TIMSS 2015. En effet, dans beaucoup de pays, les élèves sont initiés dès les premières classes de l'école élémentaire à des écritures de type algébrique présentant des « trous », des symboles à remplacer et même des lettres. La présence de ce type de tâches dans TIMSS nous rappelle que l'objectif de TIMSS n'est pas d'évaluer les systèmes éducatifs, mais de permettre des comparaisons sur les acquis des élèves au regard des curriculums des différents pays et de s'interroger sur les différences constatées. Cela constitue une différence importante avec PISA.

#### Exemple 9 : TIMSS4 2015 – Exercice pré-algébrique 2 (M051140)

Gabriel a 24 ans.  
 Il a ■ ans de plus que Lina.  
 Lequel de ces calculs représente l'âge de Lina ?

(A)  $24 - \blacksquare$   
 (B)  $\blacksquare + 24$   
 (C)  $\blacksquare - 24$   
 (D)  $24 \times \blacksquare$

Dans cet exercice, si on se réfère au cadre de TIMSS, il s'agit d'identifier une expression représentant la situation décrite par un énoncé. Plus précisément, le problème est un problème additif de comparaison dans lequel on recherche l'expression de l'état initial, la valeur de la comparaison étant un nombre inconnu symbolisé par ■. Même si nous n'avons pas réalisé une étude exhaustive des manuels de CM1, nous n'avons pas trouvé de tels exercices dans ceux que nous avons consultés. Il est difficile pour nous de décrire la façon dont un élève de CM1 procéderait pour répondre à une telle question : une étude plus approfondie pour étudier non seulement les réponses produites, mais surtout les processus mis en jeu par les élèves, serait sûrement nécessaire pour interpréter les résultats. Mais il est probable que la présence du mot « plus » dans l'énoncé incite de nombreux élèves à choisir la réponse B.

### Exemple 10 : TIMSS4 2015 – Exercice pré-algébrique 3 (M041125)

Regarde ce tableau de nombres.

Colonne A	Colonne B
1	2
2	5
3	10
4	17

Quelle règle donne le nombre de la Colonne B ?

- (A) Multiplier le nombre de la Colonne A par lui-même, puis ajouter 1.
- (B) Multiplier le nombre de la Colonne A par 3, puis soustraire 1.
- (C) Multiplier le nombre de la Colonne A par lui-même, puis soustraire 1.
- (D) Multiplier le nombre de la Colonne A par 2.

Cet exercice peut sembler s'apparenter aux programmes de calcul proposés aux élèves à l'école primaire, mais au lieu de déterminer le résultat d'un nombre à partir d'un tel programme, il s'agit ici de déterminer le programme de calcul lui-même, les nombres de départ et d'arrivée étant donnés. Nous avons néanmoins considéré que ce type d'exercice relevait des programmes de CM1 puisqu'il s'apparente à une certaine pratique du calcul mental.

En revanche, pour déterminer la règle de calcul, la stratégie qui vient d'abord à l'esprit consisterait à tester chacune des règles, puis à rejeter celles qui dysfonctionnent sur un des couples de nombre des colonnes A et B, enfin à s'assurer que celle choisie est valable pour l'ensemble des couples du tableau. Seraient ainsi mises en jeu, de façon implicite, certaines connaissances relatives à la généralisation d'une règle et à la notion de contre-exemple ; de telles connaissances ne sont pas enseignées à l'école. Dans ces conditions, nous avons donc considéré que l'élève ne pouvait pas appliquer de façon directe ses connaissances, mais qu'il était nécessaire qu'il procède à des adaptations (NMF = 2), en particulier dans sa procédure de résolution, puisqu'il est plus efficace non pas de chercher la règle, mais de tester chacune de celles

proposées. Pour ces mêmes raisons, nous avons d'abord pensé le classer au niveau de complexité D dans la taxonomie de la complexité cognitive.

Cependant, l'ordre des distracteurs ne nous semble pas bien choisi. En effet, l'essai de la seule règle A suffit pour conclure puisqu'elle « marche » en effet pour chacun des nombres de la colonne : la conclusion est immédiate sans qu'il soit besoin de regarder les distracteurs qui suivent. Cette analyse ne vaut peut-être pas pour les élèves français, mais les élèves qui sont habitués à faire des « quiz », c'est-à-dire des batteries de QCM qu'il faut traiter rapidement, ne perdent certainement pas leur temps à tester des distracteurs une fois qu'ils en ont trouvé un qui leur permet de répondre.

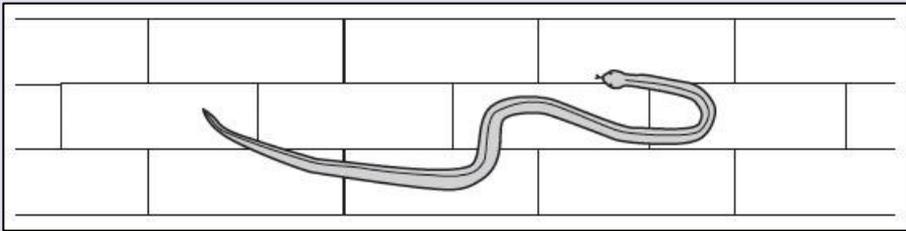
### Exemples d'exercices du domaine « Géométrie et mesures »

#### Exemple 11 : TIMSS4 2015 – Longueur d'un serpent (M041132)

Il y a un serpent dans l'allée d'un jardin. Cette allée est faite avec des dalles comme celle-ci :



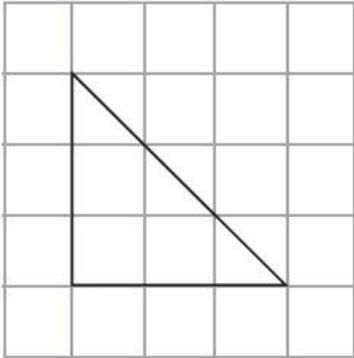
Si le serpent s'allonge de toute sa longueur, à combien de dalles correspondra sa longueur ?



A. 3                      B. 4                      C. 5                      D. 6

Cet exercice porte sur la mesure de la longueur d'une ligne (représentée par le serpent) à l'aide d'une unité étalon non usuelle. Les choix de réponses du QCM étant des nombres proches les uns des autres, il est difficile de donner la réponse avec une procédure uniquement perceptive. Il faut donc procéder en reportant des longueurs de dalles (avec un compas, une règle ou une bande de papier). Mesurer une longueur en reportant une unité fait partie des savoir-faire enseignés au cycle 2 de l'école, mais dans la plupart des exercices proposés, on demande de mesurer un segment de droite et non une ligne courbe, ce qui rend cet exercice particulièrement inhabituel. En situation d'enseignement, on pourrait imaginer que l'élève dispose d'une bande de papier ou d'une ficelle pour reporter la longueur du serpent et qu'il mesure ensuite la longueur de cette bande à l'aide de l'étalon. Il en est autrement en situation d'évaluation où un tel matériel n'est pas mis de façon explicite à la disposition de l'élève.

Nous considérons donc qu'il s'agit d'un niveau de mise en fonctionnement des connaissances avec des « intermédiaires » puisque l'élève doit donc prendre l'initiative de reporter la longueur de la dalle et d'adapter ses reports sur une ligne courbe ; cela correspond au niveau de complexité D1 dans la taxonomie de la complexité cognitive (il s'agit d'étendre et d'adapter l'utilisation d'une unité étalon à une situation peu usuelle).



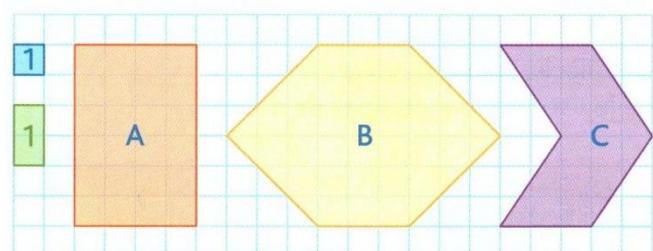
Le triangle se trouve sur un quadrillage en centimètres. Quelle est sa surface ?

(A) 4,5 centimètres carrés  
 (B) 6 centimètres carrés  
 (C) 9 centimètres carrés  
 (D) 9,5 centimètres carrés

Comme pour l'exemple 4 sur les fractions que nous avons présenté précédemment, la formulation de la question aurait été mathématiquement plus correcte si on avait demandé non pas la surface du triangle, mais son aire (le texte anglais d'origine est « What is its area ? »). Hormis la recommandation que nous pouvons faire d'une vigilance plus grande à la traduction des énoncés mathématiques, la question est de savoir dans quelle mesure un langage inapproprié peut gêner les élèves français dans leur réponse.

Mesurer l'aire d'une surface sur un quadrillage figure explicitement dans les programmes de CM1 de 2008 ; en revanche la connaissance des unités d'aire usuelles, comme le  $\text{cm}^2$ , ne figure qu'au programme de CM2.

De nombreux exercices proposés au CM1 demandent la mesure d'une aire, mais sur un quadrillage avec une unité étalon, comme l'exercice ci-contre.



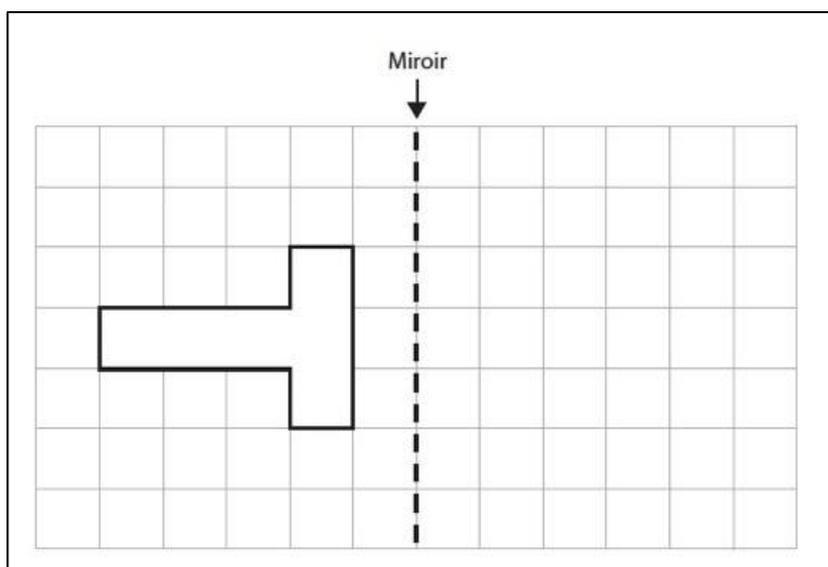
- Mesure l'aire des figures A, B et C en prenant le carreau bleu comme unité.
- Classe les surfaces de la plus petite à la plus grande aire.
- Recommence avec l'unité verte.
- Obtiens-tu les mêmes résultats ?

Source : Tous en maths CM1 (Nathan, 2014)

Dans l'exercice TIMSS, comme seule l'unité de longueur est représentée (et pas l'unité d'aire sous la forme d'un carré grisé sur le quadrillage), et que le terme d'« aire » ne figure pas dans la consigne, nous avons considéré que l'élève doit adapter l'énoncé avant de mettre en jeu ses connaissances (NMF = 2) ou encore qu'il doit appliquer une procédure dans une situation familière moyennement complexe (niveau C2 de complexité cognitive ).

### Exemple 13 : TIMSS4 2015 – Construction du symétrique d'une figure (M051059)

Trace l'image réfléchie de la forme ci-dessous.

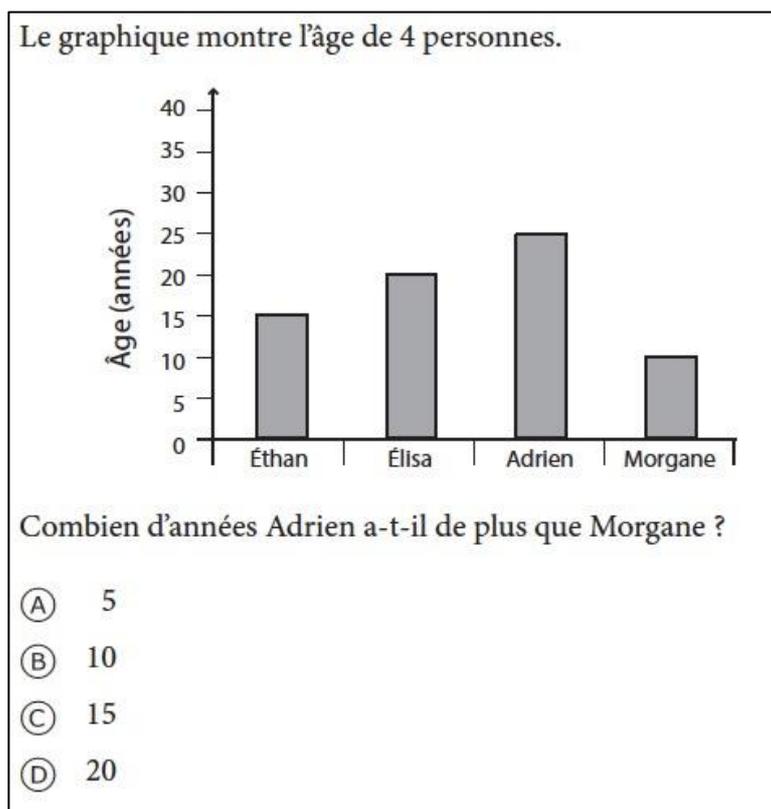


Si la construction du symétrique d'une figure par rapport à un axe sur papier quadrillé est un savoir-faire qui relève du CM1 et qu'il s'agit ici d'un exercice d'application directe (NMF = 1, niveau A4 de complexité cognitive), nous souhaitons pointer à nouveau avec cet exercice la question de la formulation de la consigne.

En effet, la consigne formulée en français est la traduction directe de celle proposée dans la version anglaise du test « *draw the reflection of the shape below* » alors que l'on demande plutôt habituellement aux élèves de CM1 (en France) de « tracer un symétrique par rapport à un axe ». Comme pour l'exemple 10, et peut-être même davantage, il est difficile d'apprécier l'impact d'une telle formulation sur la compréhension de la tâche par les élèves, la situation évoquant suffisamment la symétrie axiale pour qu'ils s'engagent dans la construction sans même lire la consigne.

## Exemple d'exercice du domaine « Données »

### Exemple 14 : TIMSS4 2015 – Représentation de données (M041177)



Cet exercice nous paraît particulièrement intéressant parce qu'il évalue bien un savoir-faire présent dans les programmes du CM1, à savoir « interpréter un tableau ou un graphique », mais la lecture de la réponse n'est pas directe et demande soit le calcul de la différence entre l'âge d'Adrien et celui de Morgane, soit la lecture directe de l'écart entre les deux âges. Puisque la lecture n'est pas directe, mais que la procédure de résolution est en partie indiquée par la question avec le « de plus », nous avons considéré que cet exercice relevait du niveau 2 de mise en fonctionnement des connaissances (NMF = 2) et de la catégorie C2 (application dans une situation familière moyennement complexe) de la taxonomie cognitive.

### 3. Analyse globale de l'enquête TIMSS4 2015

Après avoir mené une analyse en termes de complexité cognitive et de niveaux de mise en fonctionnement des connaissances pour chacune des questions de l'évaluation, il est possible de décrire de façon globale le contenu de l'évaluation TIMSS CM1. Une telle analyse permettra ainsi de mieux comprendre les résultats obtenus une fois qu'ils seront parus.

Nous avons choisi de respecter la répartition figurant dans les programmes français de 2008 et donc de considérer que les problèmes mettant en jeu la proportionnalité appartiendraient au domaine « Organisation et gestion de données ».

Nous avons travaillé à partir des 171 questions de l'évaluation 2015, réparties en 14 cahiers. Dans l'analyse que nous avons menée, nous avons distingué dans le domaine « Nombres et calcul » tel qu'il est identifié dans les programmes français de l'école primaire ce qui relevait des nombres entiers et des fractions et décimaux afin de mieux faire apparaître ce qui relevait ou non de ces programmes. Pour les nombres entiers, nous avons séparé ce qui relevait de la numération (écriture des nombres en chiffres, en unités de numération...) des propriétés arithmétiques des nombres (multiples, diviseurs...). Le calcul quant à lui, inclut les nombres entiers et les nombres décimaux, mais aussi ce qui relève des opérations à trous ou de la résolution d'équations.

**Tableau 11 : Répartition par domaines, selon les programmes français en vigueur en 2015**

Domaine		Nombre de questions	Répartition en pourcentage
<b>Nombres et calculs</b>	Nombres entiers - numération	15	8,8 %
	Nombres entiers - arithmétique	7	4,1 %
	Fractions et décimaux	13	7,6 %
	Calcul	33	19,3 %
	Résolution de problèmes (hors proportionnalité)	29	17,0 %
	<b>Total « Nombres et calculs »</b>	<b>97</b>	<b>56,7 %</b>
<b>Géométrie</b>	Plane	22	12,9 %
	Espace	10	5,8 %
	<b>Total « Géométrie »</b>	<b>32</b>	<b>18,7 %</b>
<b>Grandeurs et mesures</b>		<b>21</b>	<b>12,3 %</b>
<b>Organisation et gestion de données (OGD)</b>	Lecture et interprétation graphiques	19	11,1 %
	Résolution de problèmes de proportionnalité	2	1,2 %
	<b>Total « OGD »</b>	<b>21</b>	<b>12,3 %</b>

Le domaine des programmes « Nombre et calcul » est fortement représenté puisqu'il occupe plus de la moitié du test (56,7 %). Si la géométrie représente en tout 18,7 % des exercices, la géométrie dans l'espace est finalement peu présente (5,8 % des questions) ; les problèmes de proportionnalité sont eux aussi, très peu représentés (1,2 % de l'ensemble).

Nous observons donc que les quatre domaines des programmes de CM1 sont évalués. Avant de passer à une analyse plus fine du contenu mathématique, nous signalons que globalement, 45,6 % des questions demandent une réponse ouverte, 52,6 % sont sous la forme de QCM et 1,8 % sous la forme de Vrai-Faux. Enfin 63,2 % ne sont pas contextualisées (intra-mathématiques). Nous retrouvons ici une des grandes différences entre TIMSS et PISA. Pour les autres questions, le contexte est bien souvent du « faux-concret » qui représente un prétexte ou un habillage (comme dans la résolution de problèmes).

### **Répartition par domaine des questions « programmes et hors-programmes »**

En plus des éléments du sous-thème « Expressions, équations simples et relations » du domaine « Nombres entiers » déjà évoqué lors de l'analyse didactique de certains exercices, d'autres savoir-faire figurant dans le cadre et évalués dans l'enquête ne sont pas présents dans les programmes de mathématiques de l'école. Par exemple, pour :

- les nombres entiers : « Identifier les multiples et les diviseurs » ;
- les fractions et les décimaux : « Identifier des fractions simples équivalentes ; comparer et ordonner des fractions simples; additionner et soustraire des fractions simples, y compris celles rencontrées dans des situations de problèmes » ; la notion d'arrondi est aussi dans le cadre, mais n'est enseignée en France qu'à partir de la 6<sup>e</sup> ;
- la géométrie : est évoquée dans le cadre « la symétrie de rotation », c'est-à-dire la symétrie centrale, qui est enseignée à partir de la 5<sup>e</sup> ; les représentations en deux dimensions de solides ne sont pas précisées dans le cadre, mais différents exercices libérés des évaluations TIMSS précédentes montrent que des représentations par vue peuvent être proposées ;
- l'organisation et la gestion de données : il est clairement spécifié que les questions nécessitent d'aller « au-delà de la lecture directe des données présentées (par exemple, résoudre des problèmes et effectuer des calculs en utilisant les données, combiner des données provenant de deux ou plusieurs sources, faire des inférences et tirer des conclusions fondées sur des données) ».

Une analyse plus précise de l'ensemble des questions nous amène à estimer que 37 questions sont « hors programme », soit environ 23 % des questions de l'évaluation.

**Tableau 12 : Répartition des questions hors programme du test 2015 selon les domaines des programmes**

Domaine		Nombre de questions estimées hors programme CM1
<b>Nombre et calculs</b>	Nombres entiers - numération	1
	Nombres entiers - arithmétique	6
	Fractions et décimaux	5
	Calcul	9
	Résolution de problèmes (hors proportionnalité)	7
<b>Géométrie</b>	Plane	2
	Espace	4
<b>Grandeurs et mesures</b>		3
<b>Organisation et gestion de données</b>	Lecture et interprétation graphiques	0
	Résolution de problèmes de proportionnalité	0

Au vu du cadre de l'évaluation rappelé précédemment, les exercices estimés hors programme se trouvent donc principalement dans la catégorie « calcul » (incluant la résolution d'équation ou d'opération « à trous ») ou « arithmétique des entiers » (avec les notions de multiple et de diviseur), mais aussi dans le cadre de la résolution de problèmes puisqu'il est parfois demandé l'expression arithmétique du résultat d'un problème, avec dans certains cas utilisation de parenthèses.

**Tableau 13 : Répartition des questions du test 2015 par niveau de mise en fonctionnement (NMF) des connaissances**

Domaine		NMF « direct »	NMF « avec adaptation »	NMF « avec intermédiaires »
<b>Nombres et calculs</b>	Nombres entiers - numération	11 (6,4 %)	1 (0,6 %)	2 (1,2 %)
	Nombres entiers - arithmétique	0	0	1 (0,6 %)
	Fractions et décimaux	5 (2,9 %)	1 (0,6 %)	2 (1,2 %)
	Calcul	16 (9,3 %)	7 (4,1 %)	1 (0,6 %)
	Résolution de problèmes (hors proportionnalité)	8 (4,7 %)	9 (5,3 %)	5 (2,9 %)
<b>Géométrie</b>	Plane	15 (8,8 %)	5 (2,9 %)	0
	Espace	3 (5,3 %)	2 (1,2 %)	1 (0,6 %)
<b>Grandeurs et mesures</b>		7 (4,1 %)	6 (3,5 %)	5 (2,9 %)
<b>Organisation et gestion de données</b>	Lecture et interprétation graphiques	9 (5,3 %)	7 (4,1 %)	3 (1,7 %)
	Résolution de problèmes de proportionnalité	0	2 (1,2 %)	0
<b>TOTAL</b>		<b>74 (43,3 %)</b>	<b>40 (23,4 %)</b>	<b>20 (11,7 %)</b>

*Lecture : La somme des pourcentages n'est pas égale à 100 % puisque nous n'avons pas attribué de niveaux de mise en fonctionnement des connaissances pour les questions nécessitant des savoirs qui ne figurent pas dans les programmes du CM1 ou avant.*

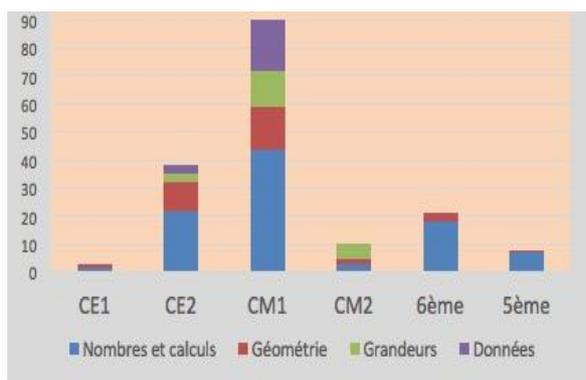
Nous constatons qu'une majorité d'exercices demandent un niveau direct de mise en fonctionnement des connaissances ; néanmoins, des exercices demandant des adaptations ou des intermédiaires sont eux aussi bien présents, ce qui confère un certain équilibre, en termes de complexité à l'évaluation.

Le tableau 14 et les figures 8 à 11 ci-dessous rassemblent et illustrent l'ensemble des résultats de l'analyse.

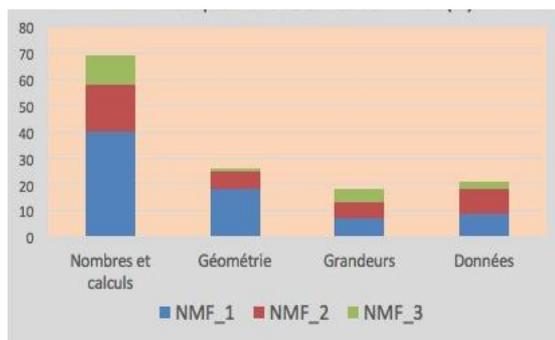
**Tableau 14 : Répartition des questions de mathématiques de TIMSS4 2015 par niveau scolaire et par niveau de mise en fonctionnement (NMF) des connaissances selon les processus et les domaines.**

TIMSS4 2015	Nombre de questions		CE1	CE2	CM1	CM2	6 <sup>e</sup>	5 <sup>e</sup>	NMF_1	NMF_2	NMF_3
<b>Total</b>	<b>171</b>		3	38	<b>90</b>	10	21	8	<b>74</b>	40	20
<b>Pourcentage</b>	<b>100 %</b>		2 %	22%	<b>53 %</b>	6 %	<b>12 %</b>	<b>5%</b>	<b>43 %</b>	23 %	12 %
<b>Connaître</b>	<b>59</b>	35 %	2	19	<b>27</b>	2	8	1	<b>39</b>	7	2
<b>Appliquer</b>	<b>71</b>	<b>42 %</b>	1	17	<b>37</b>	4	8	4	<b>35</b>	20	2
<b>Raisonner</b>	<b>41</b>	24 %	0	2	<b>26</b>	4	5	3	<b>0</b>	13	16
<b>Nombres et calculs</b>	<b>97</b>	<b>57 %</b>	2	22	<b>44</b>	3	18	7	<b>40</b>	18	11
<b>Géométrie</b>	<b>32</b>	19 %	1	10	<b>15</b>	2	3	1	<b>18</b>	7	1
<b>Grandeurs</b>	<b>21</b>	12 %	0	3	<b>13</b>	5	0	0	<b>7</b>	6	5
<b>Données</b>	<b>21</b>	12 %	0	3	<b>18</b>	0	0	0	<b>9</b>	9	3

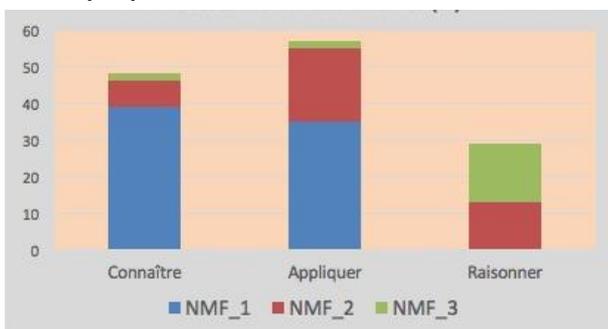
**Figure 8 : Répartition des questions de TIMSS4 2015 par niveau scolaire selon les domaines**



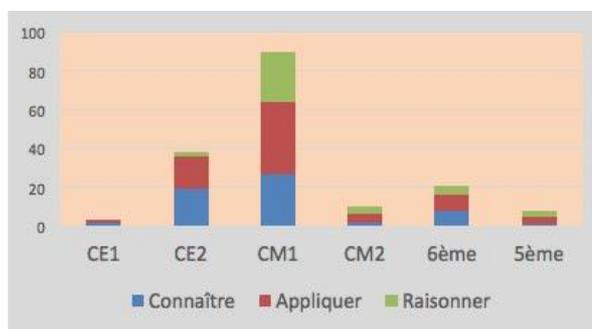
**Figure 9 : Répartition des questions de TIMSS4 2015 par niveau scolaire selon les niveaux de mise en fonctionnement des connaissances**



**Figure 10 : Répartition des questions de TIMSS4 2015 par processus TIMSS selon les domaines**



**Figure 11 : Répartition des questions de TIMSS4 2015 par niveau scolaire selon les processus TIMSS**



## C. Analyse de l'enquête PISA

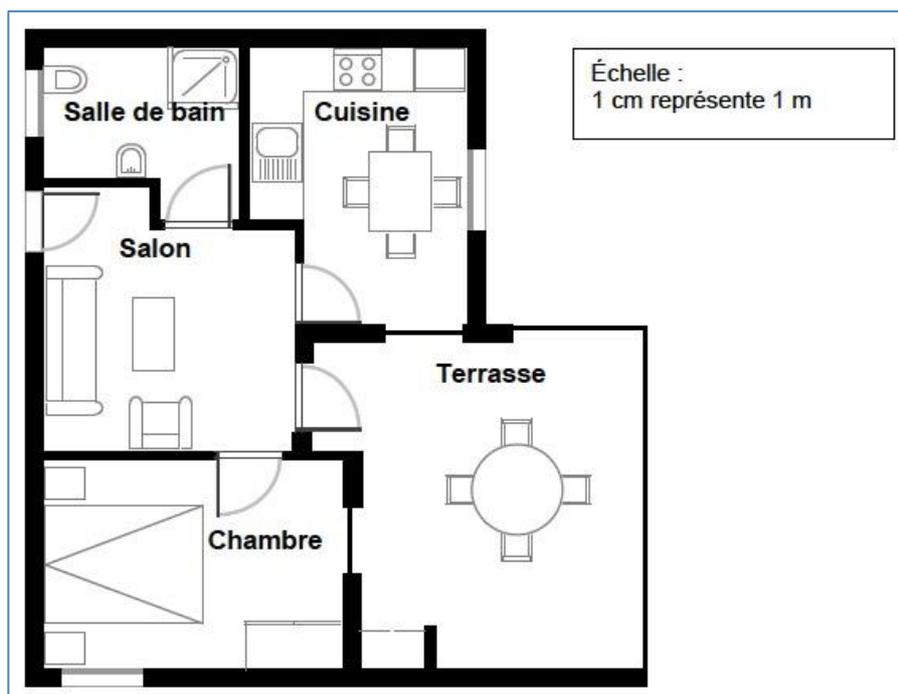
Une chose qui frappe l'observateur qui découvrirait les exercices de « mathématiques » proposés dans les tests PISA est l'importance du texte. Cela ne nous apparaît pas contradictoire avec les objectifs de PISA : en effet, les situations de la « vie réelle » se présentent le plus souvent très « habillées ». Il n'y a finalement qu'à l'école où l'on puisse rencontrer des équations ou des objets géométriques totalement abstraits. PISA, dans son questionnement mathématique, a pris le parti de ne pas se centrer sur les savoirs scolaires, et d'ancrer les situations d'évaluation dans le « monde réel » (les contextes). Il s'agit là d'une question de validité interne de l'étude ; question sur laquelle nous reviendrons dans le chapitre 3 de ce volume.

Nous présentons dans cette partie des questions libérées qui ont effectivement été utilisées dans l'enquête PISA 2012. Pour chaque exercice, nous indiquons l'énoncé, avec la ou les questions posées, le classement de l'exercice par PISA, son objectif et les consignes de codage. Nous en présentons ensuite une courte analyse fondée sur les deux approches définies au début ce chapitre.

### 1. Présentation et analyse de questions de PISA 2012

#### Exemple 1 : PISA 2012 - Achat d'un appartement (PM00FQ01)

Voici le plan de l'appartement que les parents de Georges veulent acheter auprès d'une agence immobilière.



Pour estimer l'aire totale de l'appartement (terrasse et murs compris), on peut mesurer la taille de chaque pièce, calculer leur aire, puis additionner toutes ces aires.

Une méthode plus efficace permet toutefois d'estimer l'aire totale en mesurant seulement quatre longueurs. Indiquez sur le plan ci-dessus les quatre longueurs nécessaires pour estimer l'aire totale de l'appartement.

**Tableau 15 : Classement PISA de l'exercice de PISA 2012 « Achat d'un appartement »**

Contenu	Processus	Contexte	Format
Espace et formes	Formuler	Personnel	Réponse construite

**Objectif de l'exercice selon PISA :** *Utiliser un raisonnement appliqué aux espaces pour montrer sur un plan (ou par une autre méthode) le nombre minimum de dimensions latérales nécessaires pour déterminer la surface d'un plan.*

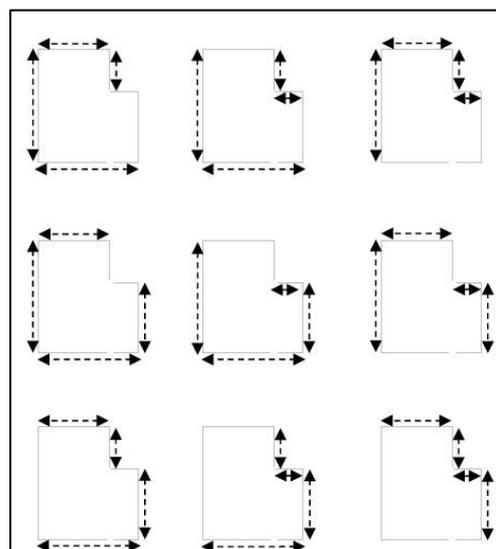
**Consigne de codage :**

Crédit complet :

*L'élève a indiqué les quatre dimensions nécessaires pour estimer l'aire de l'appartement sur le plan. Il y a 9 solutions possibles, ainsi que le montre le schéma ci-contre.*

*Ou :*

*$A = (9,7 \text{ m} \times 8,8 \text{ m}) - (2 \text{ m} \times 4,4 \text{ m}), A = 76,56 \text{ m}^2$  [N'a clairement utilisé que 4 dimensions pour mesurer et calculer l'aire demandée.]*



**Analyse**

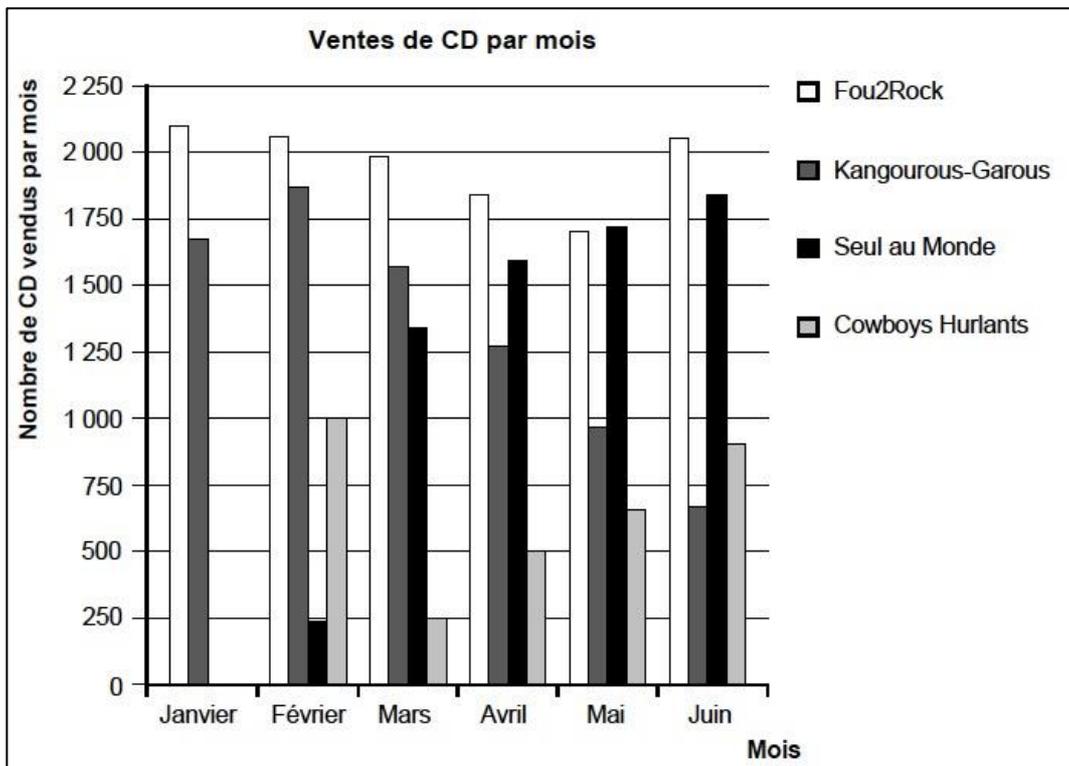
En termes de complexité, nous avons placé cette question en B6 : il s'agit pour les élèves bien de comprendre la situation et de réaliser que la surface dont on veut calculer l'aire (sans aller jusqu'à la calculer effectivement) peut s'obtenir en soustrayant une aire d'une autre aire. Mais un raisonnement sur les aires et le rapport longueurs/aires constituent des obstacles pour une bonne partie des élèves, comme le montrent les résultats du tableau 16. Malgré cela, nous avons placé cette question au niveau 1 des niveaux de mise en fonctionnement des connaissances (NMF\_2).

**Tableau 16 : Taux de réussite à l'exercice de PISA 2012 « Achat d'un appartement »**

	France	Allemagne	Canada	Finlande	Japon
<b>PISA 2012</b>	43 %	43 %	51 %	54 %	52 %

**Exemple 2 : PISA 2012 – Hit-Parade (PM918Q1-Q2-Q3)**

En janvier, les groupes Fou2Rock et Kangourous-Garous ont chacun sorti un nouveau CD. En février, c'était au tour des groupes Seul au Monde et Cowboys Hurlants de sortir chacun leur CD. Le diagramme suivant montre les ventes de ces CD de janvier à juin.



**Hit-parade - Question 1 (PM918Q1)**

Combien de CD le groupe Cowboys Hurlants a-t-il vendus en avril ?

- A. 250
- B. 500
- C. 1 000
- D. 1 270

**Tableau 17 : Classement PISA de la question 1 de l'exercice de PISA 2012 « Hit-Parade »**

Contenu	Processus	Contexte	Format
Incertitude et données	Interpréter	Sociétal	QCM simple

**Objectif de la question selon PISA :** Lire un diagramme en bâtons.

**Consigne de codage :**

Crédit complet : Réponse B (500)

**Analyse**

Il s'agit pour les élèves de savoir lire un diagramme en bâtons, en repérant les données d'une série statistique parmi quatre. Nous avons placé cette question au niveau de complexité B6 (compréhension des situations) et au niveau 1 (direct) pour la mise en jeu des connaissances (qui relèvent de la fin de l'école primaire ou du début du collège).

Cette question a été massivement réussie par les élèves, ce qui en fait une question « facile » pour PISA.

**Tableau 18 : Taux de réussite à la question 1 de l'exercice de PISA 2012 « Hit-parade »**

	France	Allemagne	Canada	Finlande	Japon
<b>PISA 2012</b>	89 %	88 %	87 %	86 %	85 %

L'exercice comporte une deuxième et une troisième question, tout aussi réussies que la précédente.

Hit-parade - Question 2 (PM918Q2)

Au cours de quel mois le groupe Seul au Monde a-t-il vendu, pour la première fois, plus de CD que le groupe Kangourous-Garous ?

- A. Aucun mois
- B. Mars
- C. Avril
- D. Mai

**Tableau 19 : Taux de réussite à la question 2 de l'exercice de PISA 2012 « Hit-parade »**

	France	Allemagne	Canada	Finlande	Japon
<b>PISA 2012</b>	76 %	85 %	83%	88 %	91 %

Hit-parade - Question 3 (PM918Q3)

Le producteur des Kangourous-Garous s'inquiète car le nombre de CD qu'ils ont vendus a diminué de février à juin.

À combien peut-on estimer leurs ventes du mois de juillet si cette tendance à la baisse continue ?

- A. 70 CD
- B. 370 CD
- C. 670 CD
- D. 1 340 CD

**Tableau 20 : Taux de réussite à la question 3 de l'exercice de PISA 2012 « Hit-parade »**

	France	Allemagne	Canada	Finlande	Japon
<b>PISA 2012</b>	81 %	77 %	84 %	85 %	88 %

Exemple 3 : PISA 2012 – Débit d'une perfusion (PM903Q1-Q03)

Les perfusions intraveineuses servent à administrer des liquides et des médicaments aux patients.

Les infirmières doivent calculer le débit  $D$  d'une perfusion en gouttes par minute.

Elles utilisent la formule  $D = \frac{d \cdot v}{60 \cdot n}$  où  $d$  est le facteur d'écoulement en gouttes par millilitre (mL),  $v$  est le volume (en mL) de la perfusion,  $n$  est le nombre d'heures que doit durer la perfusion.



Débit d'une perfusion - Question 1 (PM903Q01)

Une infirmière veut doubler la durée d'une perfusion.

Décrivez avec précision la façon dont  $D$  change si  $n$  est doublé et si  $d$  et  $v$  ne changent pas.

**Tableau 21 : Classement PISA de la question 1 de l'exercice de PISA 2012 « Débit d'une perfusion »**

Contenu	Processus	Contexte	Format
Variations et relations	Employer	Professionnel	Réponse construite (expert)

**Objectif de la question selon PISA :** Expliquer quel est l'effet produit sur la valeur du résultat, lorsqu'on double une variable dans une formule, sachant que toutes les autres variables restent constantes.

**Consigne de codage :**

Crédit complet :

L'explication décrit à la fois le sens de l'effet et sa valeur.

- Il est divisé par deux.
- C'est la moitié.
- D diminuera de 50 %.
- D sera deux fois moins important.

Crédit partiel :

Une réponse incomplète qui indique seulement le sens de l'effet ou sa valeur, mais dont les éléments ne sont tous deux pas incorrects.

- D devient plus petit. [Pas de valeur]
- Il y a un changement de 50 %. [Pas de sens]

**Débit d'une perfusion - Question 2 (PM903Q03)**

Les infirmières doivent aussi calculer le volume  $v$  de la perfusion en fonction du débit de perfusion  $D$ .

Une perfusion d'un débit de 50 gouttes par minute doit être administrée à un patient pendant 3 heures. Pour cette perfusion, le facteur d'écoulement est de 25 gouttes par millilitre.

Quel est le volume en mL de cette perfusion ?

Volume de la perfusion : ..... mL

**Tableau 22 : Classement PISA de la question 2 de l'exercice de PISA 2012 « Débit d'une perfusion »**

Contenu	Processus	Contexte	Format
Variations et relations	Employer	Professionnel	Réponse construite (simple)

**Objectif de la question selon PISA :** *Transposer une équation et y substituer deux variables par des valeurs numériques données.*

**Consigne de codage :**

Crédit complet :

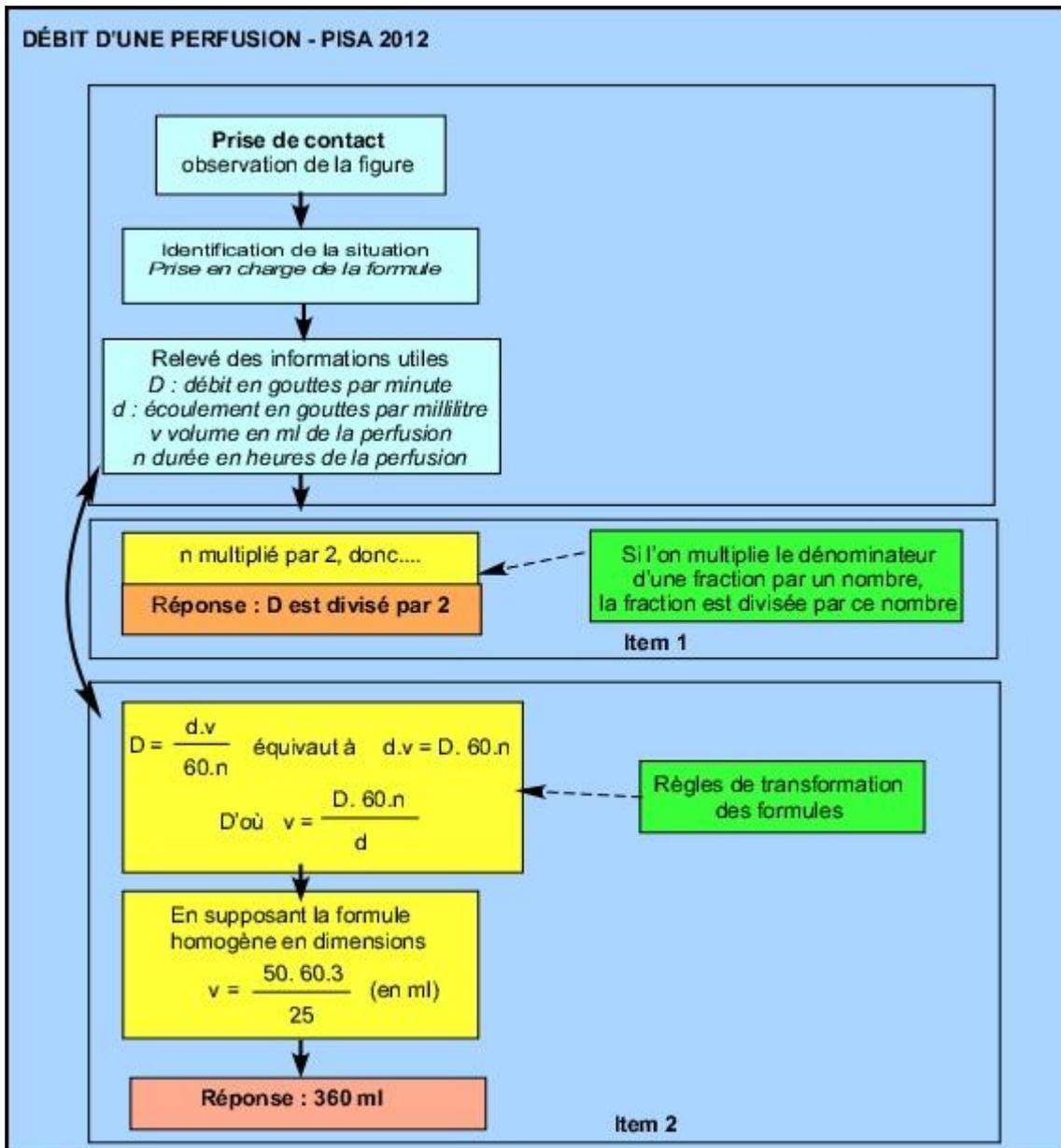
360 ou une solution correctement transposée avec des variables de substitution correctes.

- 360
- $(60 \times 3 \times 50) \div 25$  [Transposition et substitution correctes]

**Analyse :**

Les questions de l'exercice « Débit d'une perfusion » sont résolument placées dans le contexte professionnel.

L'organigramme ci-dessous montre que pour répondre à la première question, il suffit d'appliquer une règle de calcul simple sur les fractions. Si cette règle de calcul relève bien du collège il n'est pas certain qu'elle soit effectivement connue et mobilisable dans un tel contexte par les collégiens. En effet, l'habillage de cette question a sans doute gêné les élèves, alors que l'essentiel de la modélisation est déjà fait.



Pour la seconde question, deux étapes sont nécessaires pour y répondre : transformer l'écriture algébrique proposée, puis remplacer les lettres par les valeurs données.

Nous avons donc classé les questions 1 et 2 respectivement au niveaux de complexité C1 et C3 et aux niveaux de mise en fonctionnement des connaissances 1 et 2 :

	<b>Complexité</b>	<b>Niveau de mise en fonctionnement des connaissances</b>
<b>Question 1</b>	C1	1
<b>Question 2</b>	C3	2

Voici les taux de réussite observés à ces deux questions.

**Tableau 23 : Taux de réussite à la question 1 de l'exercice de PISA 2012 « Débit d'une perfusion »**

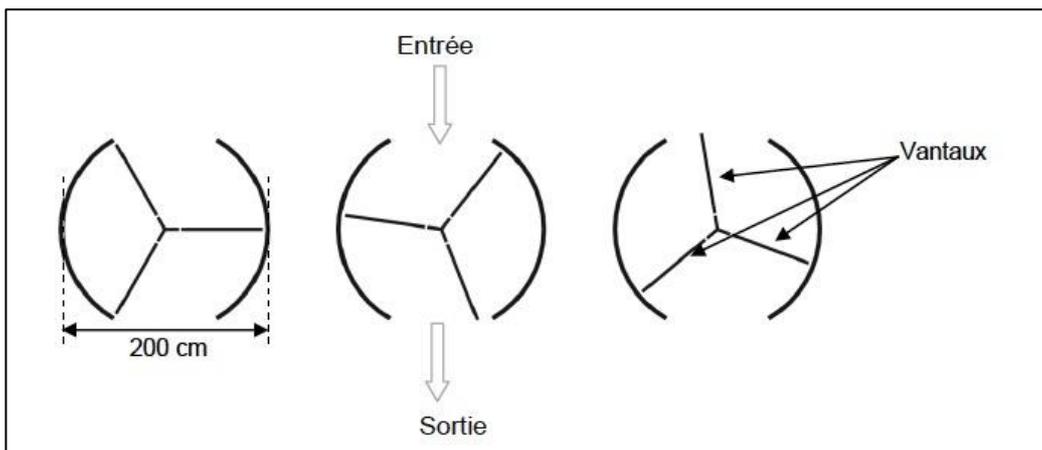
	<b>France</b>	<b>Allemagne</b>	<b>Canada</b>	<b>Finlande</b>	<b>Japon</b>
<b>PISA 2012</b>	18 %	28 %	25 %	24 %	35 %

**Tableau 24 : Taux de réussite à la question 2 de l'exercice de PISA 2012 « Débit d'une perfusion »**

	<b>France</b>	<b>Allemagne</b>	<b>Canada</b>	<b>Finlande</b>	<b>Japon</b>
<b>PISA 2012</b>	23 %	25 %	37 %	23 %	43 %

**Exemple 4 : PISA 2012 – Porte à tambour (PM995Q01-02-03)**

Une porte à tambour est composée de trois « ailes », appelées vantaux, qui tournent à l’intérieur d’un espace circulaire. Le diamètre intérieur de cet espace est de 2 mètres (200 centimètres). Les trois vantaux de la porte divisent l’espace en trois sections identiques. Le schéma ci-dessous montre les vantaux de la porte dans trois positions différentes, vus de dessus.



**Porte à tambour - Question 1 (PM995Q01)**

Combien mesure (en degrés) l’angle formé par deux vantaux de la porte ?

Mesure de l’angle : ..... °

**Tableau 25 : Classement PISA de la question 1 de l’exercice de PISA 2012 « Porte à tambour »**

Contenu	Processus	Contexte	Format
Espace et formes	Employer	Scientifique	Réponse construite

**Objectif de la question selon PISA :** Calculer l’angle central d’une section d’un cercle.

**Consigne de codage :**

**Crédit complet :** Réponse : 120

Les deux ouvertures de la porte (les arcs de cercle pointillés sur le schéma) font la même taille. Si ces ouvertures étaient trop larges, les vantaux ne pourraient pas garder l'espace clos et l'air pourrait alors circuler librement entre l'entrée et la sortie, provoquant une perte ou un gain de chaleur indésirables. Cela est illustré sur le schéma ci-contre.

Quelle est la longueur maximum (en centimètres, cm) que l'arc de cercle de chaque ouverture de porte peut avoir, afin que l'air ne puisse jamais circuler librement entre l'entrée et la sortie ?

Longueur maximum de l'arc de cercle : ..... cm

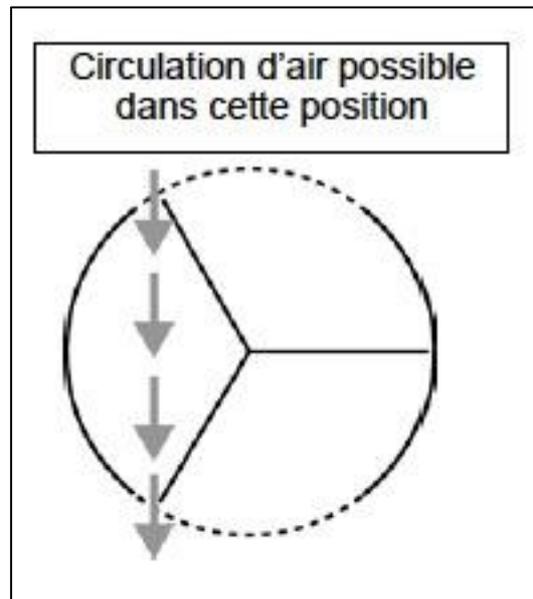


Tableau 26 : Classement PISA de la question 2 de l'exercice de PISA 2012 « Porte à tambour »

Contenu	Processus	Contexte	Format
Espace et formes	Formuler	Scientifique	Réponse construite

**Objectif de la question selon PISA :** *Interpréter un modèle géométrique issu d'une situation de la vie courante pour calculer la longueur d'un arc.*

**Consigne de codage :**

**Crédit complet :**

Réponse dans l'intervalle de 103 à 105. [Accepter les réponses calculées comme  $\frac{1}{6}$  de la circonférence ; par exemple :  $\frac{100\pi}{3}$ .] Accepter également 100 comme réponse, uniquement s'il est clair que cette réponse provient de l'utilisation de  $\pi = 3$ . Remarque : s'il n'y a pas de démarche de travail accompagnant la réponse 100, il est possible que celle-ci ait été obtenue en devinant simplement que la longueur doit être la même que celle du rayon (longueur d'un simple vantail).

La porte effectue 4 tours complets par minute. Dans chacune des trois sections de la porte, il y a de la place pour deux personnes au maximum.

Quel est le nombre maximum de personnes qui peuvent entrer dans l'immeuble par cette porte en 30 minutes ?

- A. 60
- B. 180
- C. 240
- D. 720

**Tableau 27 : Classement PISA de la question 3 de l'exercice de PISA 2012 « Porte à tambour »**

Contenu	Processus	Contexte	Format
Quantité	Formuler	Scientifique	QCM

**Objectif de la question selon PISA :** *Identifier des informations et construire un modèle quantitatif (implicite) pour résoudre un problème.*

**Consigne de codage :**

**Crédit complet :** D (720)

**Analyse :**

Cet exercice nous semble bien illustrer les risques que prend PISA en voulant à tout prix inscrire ses questions dans le monde concret.

L'organigramme qui suit met en évidence les contenus mathématiques nécessaires pour pouvoir traiter les 3 questions de cet exercice. Ces contenus, indiqués dans les cadres jaunes, sont en réalité assez minces :

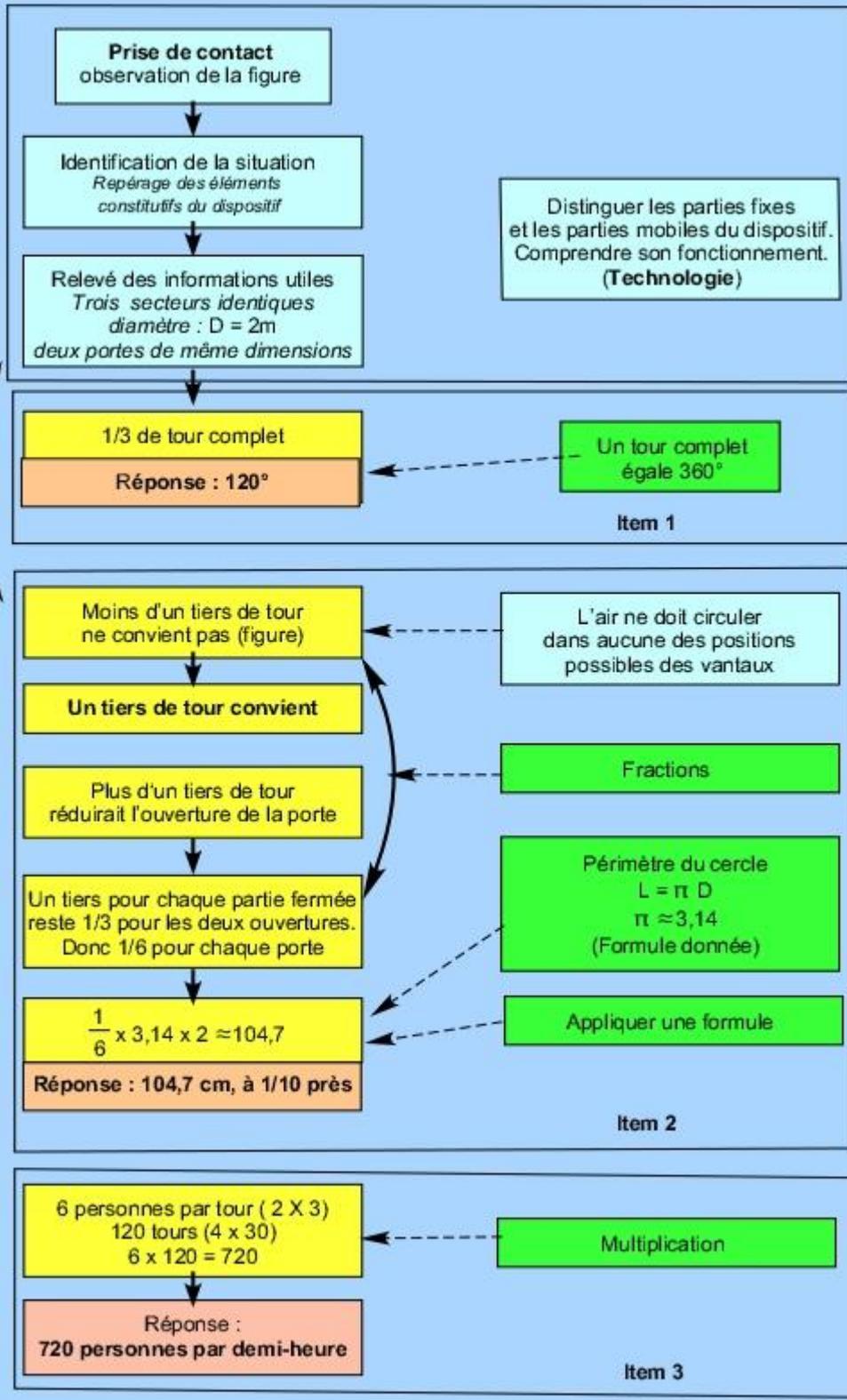
- Mesure en degrés de l'angle plein :  $360^\circ$ .
- Savoir appliquer une formule (la formule elle-même est donnée dans le cahier de test).

Ces connaissances relèvent du début du collège.

L'organigramme met en évidence la complexité du processus de résolution. Si l'on utilise les catégories du cycle de modélisation de PISA, l'essentiel sera à classer dans la catégorie « formuler » ; c'est d'ailleurs ce que fait PISA. Mais, pour formuler, il faut comprendre la situation, ou du moins, la formulation se construit en même temps que la compréhension.

L'organigramme présenté montre bien que la difficulté est d'ordre « technologique » et non mathématique : il s'agit d'abord de comprendre comment fonctionne une porte tournante.

PORTE À TAMBOUR - PISA MATHÉMATIQUES 2012



Il n'est pas certain par exemple que des élèves habitués à aller dans des grands magasins aient pu être avantagés. « Portes à vantaux » ne désigne nulle part explicitement ce que le texte d'origine appelle « *revolving door* » et qui aurait pu être mieux traduit par « porte tournante ».

Les observations faites ci-dessus nous conduisent à classer ces trois questions de la façon suivante :

	Complexité	Niveau de mise en fonctionnement des connaissances
Question 1	B6	1
Question 2	B7	3
Question 3	C1	2

Les résultats des élèves à cet exercice sont faibles, pour les questions 1 et 3 où ils restent de l'ordre de 50 % dans la plupart des pays, et très faibles pour la question 2, les résultats des élèves français étant inférieurs à ceux des autres pays présentés. Il est difficile d'apprécier à quel point l'environnement textuel a gêné les élèves. Il est vraisemblable qu'une partie d'entre eux ont pris les informations sur la figure : trois angles égaux, donc chaque angle mesure le tiers d'un angle plein. Reste alors à savoir et à utiliser qu'un angle plein, ou un tour complet, a une mesure de 360°.

**Tableau 28 : Taux de réussite à la question 1 de l'exercice de PISA 2012 « Porte à tambour »**

	France	Allemagne	Canada	Finlande	Japon
PISA 2012	49 %	64 %	57 %	62 %	75 %

**Tableau 29 : Taux de réussite à la question 2 de l'exercice de PISA 2012 « Porte à tambour »**

	France	Allemagne	Canada	Finlande	Japon
PISA 2012	3 %	3 %	4 %	6 %	8 %

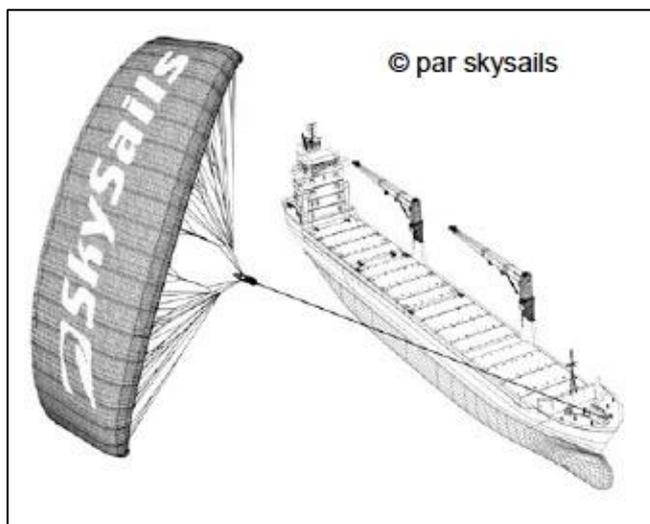
**Tableau 30 : Taux de réussite à la question 3 de l'exercice de PISA 2012 « Porte à tambour »**

	France	Allemagne	Canada	Finlande	Japon
PISA 2012	43 %	49 %	54 %	53 %	53 %

**Exemple 5 : PISA 2012 – Cargo à voile (PM923Q01-03-04)**

Quatre-vingt-quinze pour cent du commerce mondial s’effectue par voie maritime, par environ 50 000 bateaux-citernes, vraquiers et porte-conteneurs. La plupart de ces cargos fonctionnent au diesel.

Des ingénieurs ont l’intention de mettre au point un système utilisant la puissance du vent pour assister les cargos. Ils proposent de fixer un cerf-volant servant de voile sur les cargos et ainsi d’utiliser la puissance du vent pour diminuer la consommation de diesel ainsi que l’impact de ce carburant sur l’environnement.



**Cargo à voile - Question 1 (PM923Q01)**

Les cerfs-volants ont l’avantage de voler à une hauteur de 150 m. Là-haut, la vitesse du vent est approximativement de 25 % supérieure à celle au niveau du pont du cargo.

Quelle est la vitesse approximative à laquelle le vent souffle dans le cerf-volant lorsque la vitesse du vent est de 24 km/h sur le pont du cargo ?

- A. 6 km/h
- B. 18 km/h
- C. 25 km/h
- D. 30 km/h
- E. 49 km/h

**Tableau 31 : Classement PISA de la question 1 de l’exercice de PISA 2012 « Cargo à voile »**

Contenu	Processus	Contexte	Format
Quantité	Formuler	Scientifique	QCM

**Objectif de la question selon PISA :** *Calculer un pourcentage dans une situation de la vie réelle.*

### Consigne de codage :

Crédit complet : D (30 km/h)

### Analyse :

L'énoncé est assez long si l'on tient compte de l'amorce. Certains élèves peuvent en avoir une lecture cursive et ne retenir que les 25 % à ajouter à une vitesse de 24 km/h. D'autres élèves, qui veulent s'assurer de ne laisser passer aucune information, devront éliminer les données inutiles.

Nous avons classé cette question au niveau de complexité C1 et au niveau 1 de la mise en fonctionnement des connaissances.

La réponse à cette question peut être obtenue par un calcul mental simple. Pourtant, une bonne partie des élèves, et pas seulement des élèves français, n'a pas su répondre à cette question.

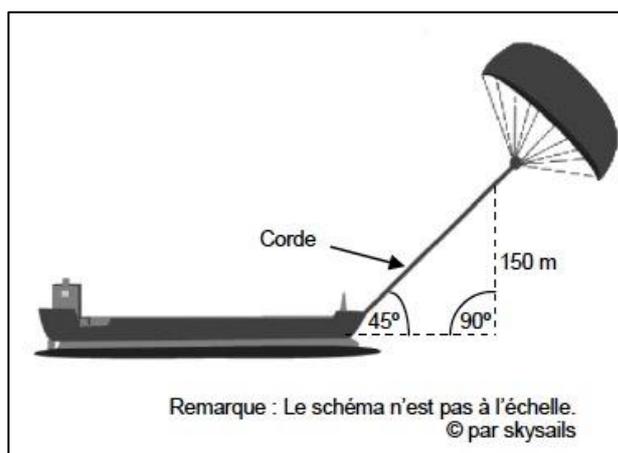
**Tableau 32 : Taux de réussite à la question 1 de l'exercice de PISA 2012 « Cargo à voile »**

	France	Allemagne	Canada	Finlande	Japon
PISA 2012	54 %	64 %	58 %	73 %	57 %

### Cargo à voile - Question 2 (PM923Q03)

Quelle doit être approximativement la longueur de la corde du cerf-volant pour pouvoir tirer le cargo à un angle de  $45^\circ$  depuis une hauteur verticale de 150 m, comme indiqué sur le schéma ci-contre ?

- A. 173 m
- B. 212 m
- C. 285 m
- D. 300 m



**Tableau 33 : Classement PISA de la question 2 de l'exercice de PISA 2012 « Cargo à voile »**

Contenu	Processus	Contexte	Format
Espace et formes	Employer	Scientifique	QCM simple

**Objectif de la question selon PISA :** Utiliser le théorème de Pythagore en l'appliquant à un contexte géométrique authentique.

**Consigne de codage :**

Crédit complet : B (212 m)

**Analyse :**

La question est pratiquement intra-mathématique. Les élèves ont à identifier un triangle rectangle isocèle à partir de la figure fournie avec le texte, et faire intervenir le théorème de Pythagore ou le cosinus d'un angle aigu d'un triangle rectangle (ou éventuellement la formule donnant la longueur de la diagonale d'un carré en fonction de son côté).

Nous classons cette question au niveau de complexité C2 et au niveau 3 pour la mise en fonctionnement des connaissances.

Malgré la proximité de l'énoncé avec des situations qui sont proposées aux élèves en classe en troisième, cette question n'est pas bien réussie par les élèves français, et à peine mieux par les élèves des autres pays présentés.

**Tableau 34 : Taux de réussite à la question 2 de l'exercice de PISA 2012 « Cargo à voile »**

	France	Allemagne	Canada	Finlande	Japon
PISA 2012	45 %	54 %	57 %	50 %	53 %

**Cargo à voile - Question 3 (PM923Q04)**

En raison du prix élevé du diesel (0,42 zed par litre), les propriétaires du cargo Nouvelle Vague envisagent de l'équiper d'un cerf-volant.

On estime qu'un cerf-volant de ce type permettrait de réduire globalement la consommation de diesel d'environ 20 %.

Nom : *Nouvelle Vague*

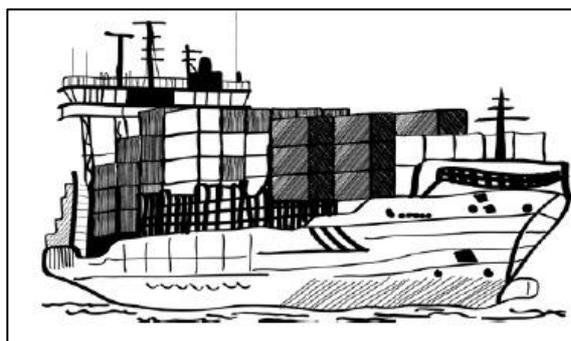
Type : cargo

Longueur : 117 mètres

Largeur : 18 mètres

Charge utile : 12 000 tonnes

Vitesse maximale : 19 nœuds



Consommation de diesel par an sans cerf-volant : approximativement 3 500 000 litres

Équiper le Nouvelle Vague d'un cerf-volant coûte 2 500 000 zeds.

Au bout de combien d'années environ, les économies de diesel auront-elles couvert le coût du cerf-volant ? Justifiez votre réponse à l'aide de calculs.

Nombre d'années : .....

**Tableau 35 : Classement PISA de la question 3 de l'exercice de PISA 2012 « Cargo à voile »**

Contenu	Processus	Contexte	Format
Variations et relations	Formuler	Scientifique	Réponse construite

**Objectif de la question selon PISA :** *Résoudre une situation de la vie réelle impliquant une économie de coûts et une consommation de diesel.*

**Consigne de codage :**

**Crédit complet :**

Réponses allant de 8 à 9 ans fournies avec des calculs (mathématiques) corrects.

Consommation de diesel par an sans cerf-volant : 3,5 millions de litres, au prix de 0,42 zed/litre, coûtent en diesel sans cerf-volant : 1 470 000 zeds. Si l'on réalise 20 % d'économies d'énergie avec le cerf-volant, ceci revient à une économie de  $1\,470\,000 \text{ zeds} \times 0,2 = 294\,000 \text{ zeds}$  par an. Donc  $2\,500\,000 \div 294\,000 \approx 8,5$  le cerf-volant devient donc (financièrement) rentable après environ 8 à 9 ans.

**Analyse :**

Cet exercice se présente comme un problème de certificat d'études des années 60, qui nécessite un raisonnement arithmétique à plusieurs étapes avec de nombreuses données inutiles que les élèves doivent mettre de côté. Nous classons cette question au niveau de complexité C3 et au niveau 3 pour la mise en fonctionnement des connaissances. Le taux de réussite dans différents pays montre bien que cette question est loin d'être facile pour des élèves de 15-16 ans.

**Tableau 36 : Taux de réussite à la question 3 de l'exercice de PISA 2012 « Cargo à voile »**

	France	Allemagne	Canada	Finlande	Japon
PISA 2012	13 %	20 %	21 %	16 %	19 %

## 2. Analyse globale de l'enquête PISA 2015<sup>30</sup>

Les questions libérées présentées ci-dessus donnent une bonne idée du type de questionnement utilisé et de la place qu'y prennent les contenus mathématiques et les processus de résolution.

Le tableau ci-dessous rassemble les résultats de l'analyse que nous avons faite pour l'ensemble des questions de l'enquête PISA 2012. Cette analyse se justifie par le fait que PISA 2015 a posé environ 80 % de ces questions en conservant l'équilibre de l'enquête.

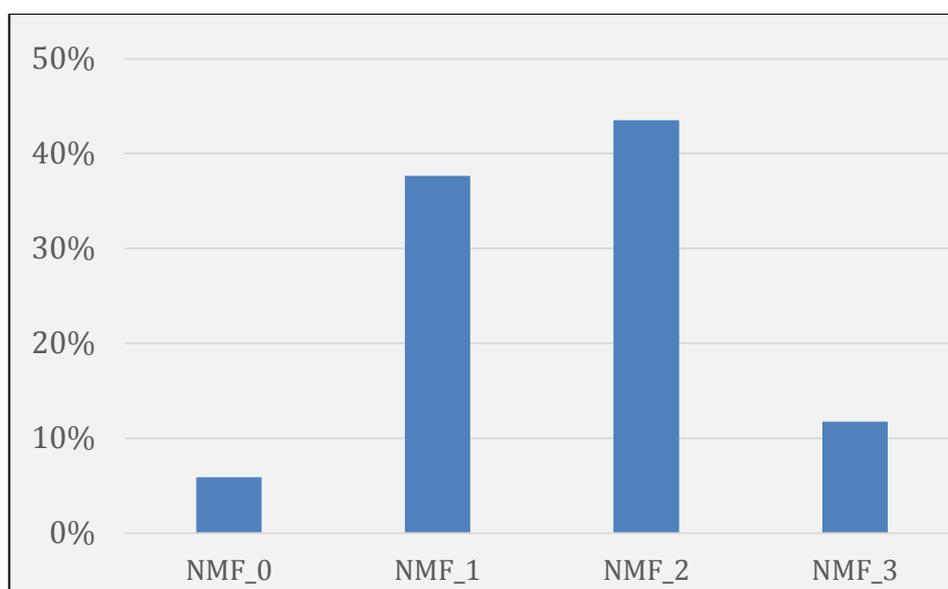
**Tableau 37 : Répartition des questions de mathématiques de PISA 2012 par niveau de complexité et par niveau de mise en fonctionnement (NMF) des connaissances selon les processus et les domaines**

PISA 2012	Nombre de questions		Niveau de complexité					Niveau de mise en fonctionnement des connaissances			
			A	B	C	D	E	NMF_0	NMF_1	NMF_2	NMF_3
<b>Total</b>	85		4	28	44	8	0	5	32	37	10
<b>Pourcentage</b>		100 %	5 %	33 %	52 %	9 %	0 %	6 %	38 %	44 %	12 %
<b>Formuler</b>	28	33 %	1	8	14	4	0	1	5	13	8
<b>Employer</b>	36	42 %	2	5	27	2	0	0	17	17	2
<b>Interpréter</b>	21	25 %	1	15	3	2	0	4	10	7	0
<b>Quantité</b>	21	25 %	0	2	16	3	0	0	7	13	1
<b>Variations et relations</b>	21	25 %	1	6	13	1	0	1	7	12	1
<b>Espace et forme</b>	21	25 %	0	9	8	4	0	0	8	7	6
<b>Incertitude et données</b>	21	25 %	1	15	3	2	0	4	10	7	0

Les deux méthodes de classement donnent à peu près les mêmes résultats. L'étude de Roditi & Salles (2015) indépendante de la nôtre fournit également des résultats très voisins.

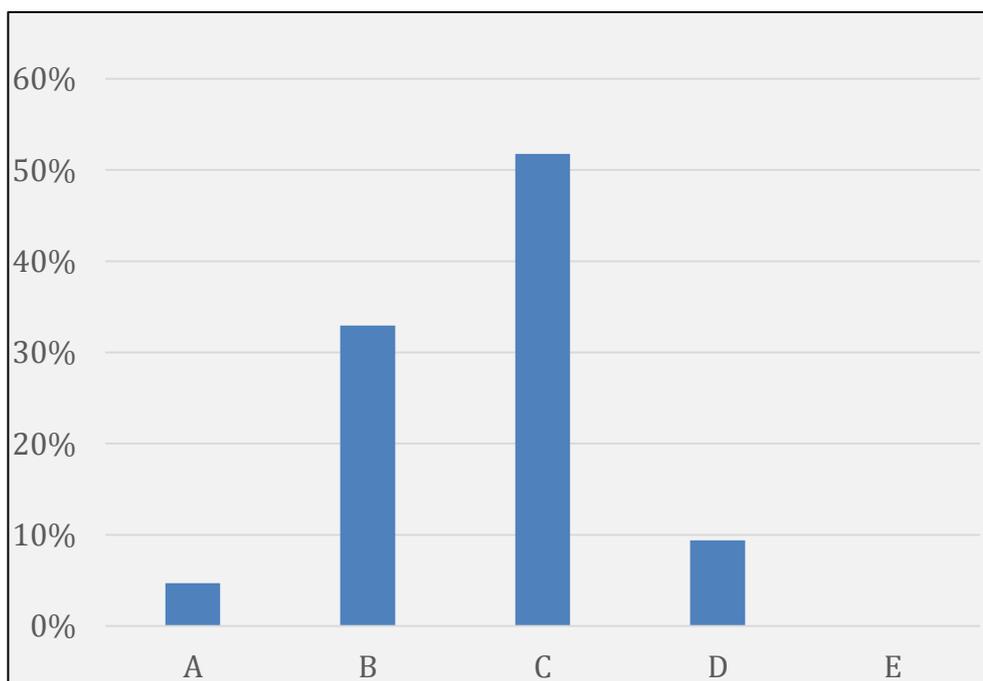
<sup>30</sup> Toutes les analyses, tous les tableaux et tous les diagrammes de notre étude ont été réalisés par nos soins, de façon indépendante et directement à partir des bases de données de PISA et des rapports techniques.

**Figure 12 : Distribution des questions de mathématiques de PISA 2012 selon les niveaux de mise en fonctionnement (NMF) des connaissances**



Il se confirme qu'il y a très peu de questions qui portent directement sur des objets mathématiques (environ 5%). Toutes les autres questions demandent au moins de transformer l'énoncé pour permettre la mise en œuvre de connaissances et de compétences (Formuler). Dans près de la moitié des cas, c'est le processus « Employer » qui sollicite l'essentiel de l'activité de l'élève. L'importance de ce processus dans PISA 2012 répond aux critiques émises lors des enquêtes précédentes sur la place congrue laissée aux connaissances mathématiques. En observant la complexité des questions, on constate que plus de la moitié d'entre elles sont dans la catégorie « Appliquer » (Figure 13).

**Figure 13 : Distribution des questions de mathématiques de PISA 2012 selon leur niveau de complexité**



Dans une étude antérieure, qui portait sur un échantillon représentatif des questions de PISA 2003 (44 questions), nous avons obtenu les résultats ci-dessous (Bodin, 2006a ; Bodin, 2007).

**Tableau 38 : Distribution des questions de mathématiques de PISA 2003 selon leur niveau de complexité**

Niveau A	Niveau B	Niveau C	Niveau D	Niveau E
12 %	36 %	<b>26 %</b>	24 %	2 %

Comme le montre le tableau 38, l'accent s'est nettement déplacé de 2003 à 2012, sur la catégorie « Appliquer » (niveau C) que l'on peut évidemment rapprocher du processus « Employer » de PISA.

Enfin, même si l'objet de notre étude n'est pas d'analyser les résultats des enquêtes PISA, le tableau 39 nous semble intéressant car il illustre le fait que, dans la plupart des pays, les élèves sont plus à l'aise dans une question demandant surtout (en général implicitement) d'utiliser leurs connaissances que dans celles mettant davantage en jeu le processus « Formuler » qui concerne en fait l'entrée dans la résolution d'un problème. Ils sont encore plus à l'aise lorsqu'il s'agit surtout de donner du sens à une situation ou d'interpréter un résultat. Ceci est vrai pour les élèves français, mais aussi pour les élèves finlandais ou japonais.

**Tableau 39 : Quelques résultats des élèves en mathématiques à PISA 2012 selon les processus et les domaines**

PISA 2012	Nombre de questions	France	Finlande	Japon
<b>Total</b>	<b>85</b>	<b>48</b>	<b>53</b>	<b>56</b>
<b>Formuler</b>	27	33	39	46
<b>Employer</b>	36	51	54	58
<b>Interpréter</b>	21	63	68	67
<b>Quantité</b>	21	59	66	64
<b>Variations et relations</b>	21	42	46	51
<b>Espace et formes</b>	21	38	41	51
<b>Incertitude et données</b>	21	53	58	59

## D. Analyse de l'enquête TIMSSADV 2015

Lors du travail préparatoire à ce rapport du Cnesco, nous avons également pu travailler sur l'ensemble des questions de TIMSSADV 2015 et en particulier comparer leur contenu avec celles de TIMSSADV 1995.

Ces questions portent résolument sur des connaissances et des savoir-faire mathématiques et les habillages y sont réduits au minimum.

### 1. Présentation et analyse de questions de TIMSSADV

Comme nous l'avons fait pour TIMSS4, nous présentons d'abord quelques questions libérées de TIMSSADV 2008, pour lesquelles nous avons les résultats. Nous présentons ensuite quelques questions de TIMSSADV 2015.

#### Exemple 1 : TIMSSADV 2008 – Fonction continue par morceaux (MA13002)

Une fonction  $f$  est définie par :

$$f(x) = -x - 1 \quad \text{si} \quad -2 < x \leq -1$$

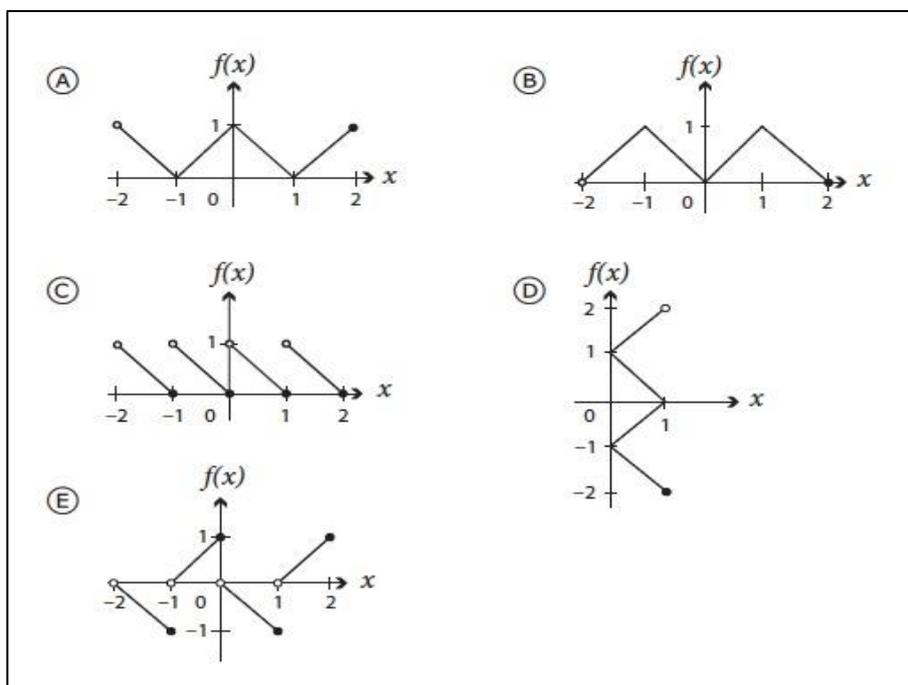
$$f(x) = x + 1 \quad \text{si} \quad -1 < x \leq 0$$

$$f(x) = -x + 1 \quad \text{si} \quad 0 < x \leq 1$$

$$f(x) = x - 1 \quad \text{si} \quad 1 < x \leq 2$$

Quelle est, parmi les représentations graphiques ci-dessous, la représentation graphique de  $f$  ?

Entourer votre réponse



**Tableau 40 : Classement TIMSS de l'exercice de TIMSSADV 2008 « Fonction continue par morceaux »**

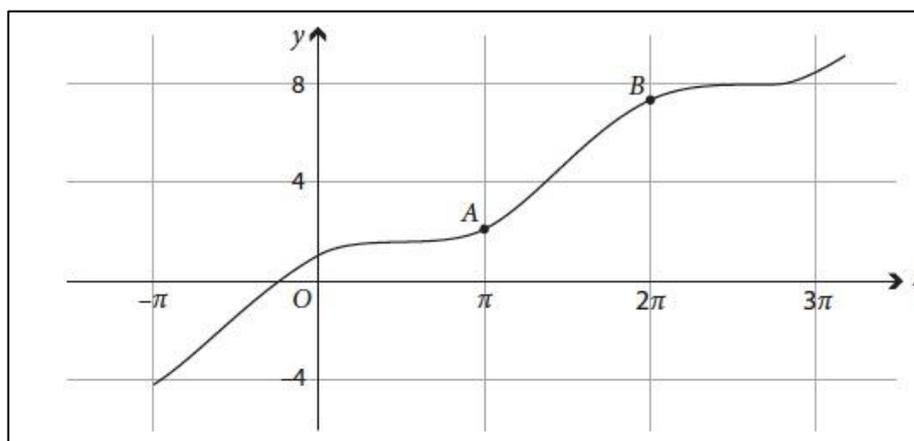
Domaine de Contenu	Sujet	Domaine cognitif	Sous-domaine cognitif	Format
Algèbre	Représentation de fonctions	Raisonner	Analyser	QCM

La question est typique des questions de TIMSS et très conforme à ce qui est courant dans les classes et dans les examens de nombreux pays. En 1995, elle n'était pas de nature à gêner les élèves français de terminale scientifique. La solution est immédiate compte tenu de l'ordre des réponses proposées : il suffit en effet de vérifier que la courbe A vérifie les quatre conditions. Cela ne demande qu'une adaptation de connaissances *a priori* disponibles. Cela nous amène à placer cette question au niveau de complexité B5 et au niveau 2 en ce qui concerne la mise en fonctionnement des connaissances.

Cette question ayant été reprise de TIMSS 1995, nous donnons ci-dessous des résultats de 2008 et de 1995. Il faut signaler à ce sujet que l'interprétation des résultats de TIMSSADV est de façon générale délicate. En effet, les pays décident quels élèves en fin d'études secondaires sont considérés comme suivant une voie à orientation scientifique. Ainsi en 1995, l'échantillon d'élèves testés en Fédération de Russie représentait 2 % des élèves en fin d'études secondaires, alors qu'en France il en représentait 20 %. Par ailleurs, la moyenne d'âge des élèves testés en Russie était de 16,9 ans alors qu'elle était de 18,2 ans en France.

**Tableau 41 : Taux de réussite à l'exercice de TIMSSADV « Fonction continue par morceaux » en 1995 et en 2008**

	France	Italie	Pays-Bas	Suède	Russie
<b>TIMSSADV 1995</b>	<b>84 %</b>	63 %	Non passé	67 %	80 %
<b>TIMSSADV 2008</b>	Non passé	51 %	87 %	41 %	75 %



Sophie étudie la représentation graphique de la fonction  $f$  telle que  $f(x) = x + \cos x$  tracée ci-dessus.

Elle dit que la pente de la tangente au point A est la même que la pente de la tangente au point B.

Expliquer pourquoi elle a raison.

Tableau 42 : Classement TIMSS de l'exercice de TIMSSADV 2008 « Pente et dérivée »

Domaine de Contenu	Sujet	Domaine cognitif	Sous-domaine cognitif	Format
Analyse	Application des dérivées	Raisonner	Justifier	QCM

### Consignes de codage

Réponse correcte :

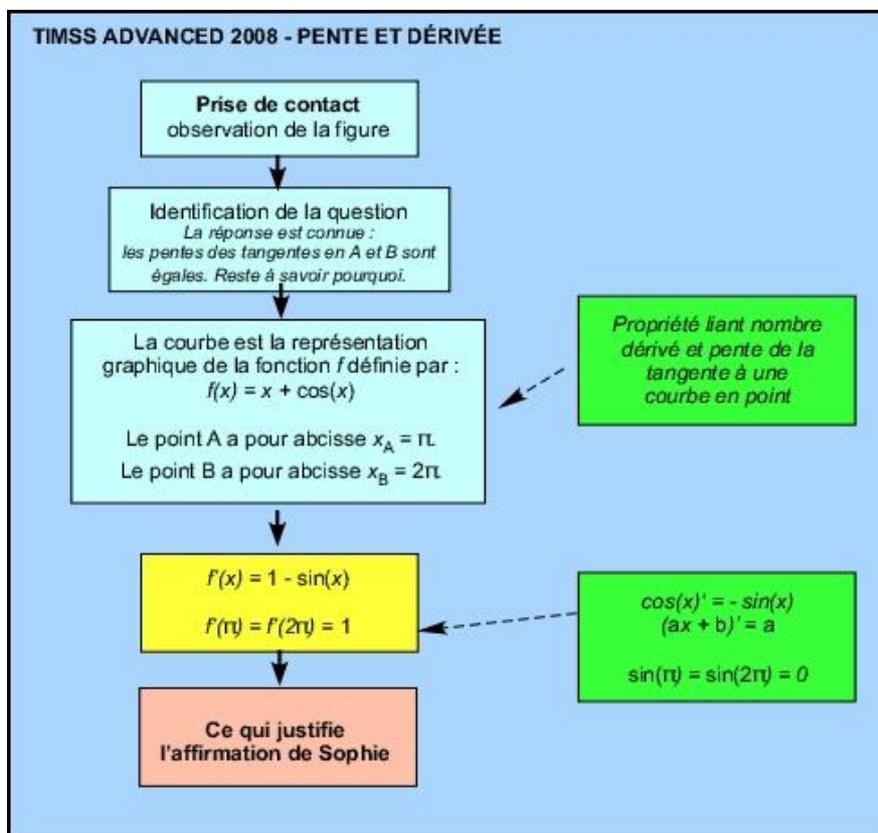
- Explication impliquant la dérivation et montrant que la dérivée de  $f$  est la même pour  $x = \pi$  et pour  $x = 2\pi$ , ou utiliser les propriétés de la fonction cosinus pour établir directement que la valeur de la dérivée pour  $x = \pi$  est la même que pour  $x = 2\pi$ .
- Ou utilisation d'une calculatrice avec des explications adéquates.

Réponse incorrecte :

- Utilisation de la calculatrice avec réponse incorrecte ou explication inadéquate.
- Dérivation correcte, mais n'explique pas correctement pourquoi les pentes sont égales.

### Analyse :

La question est ancrée dans le monde mathématique. Sa résolution demande des connaissances (en vert dans l'organigramme qui suit) qui doivent être mobilisées non seulement pour effectuer des calculs, mais aussi pour justifier une affirmation.

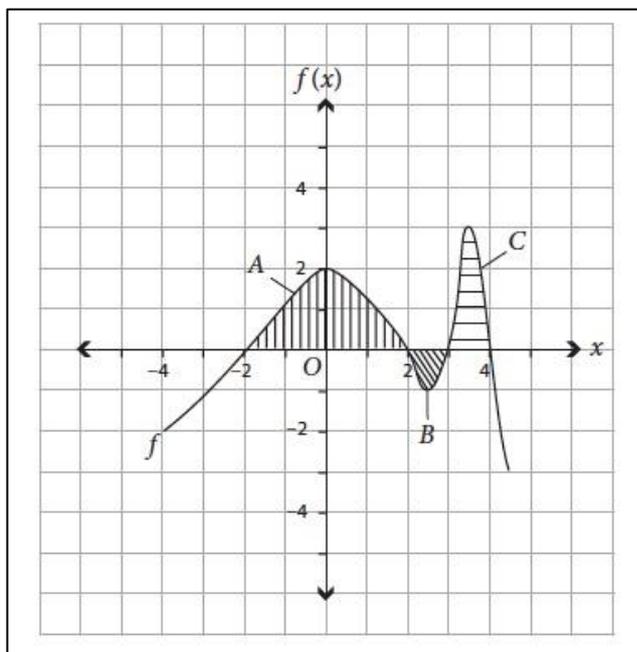


Il faut faire intervenir un intermédiaire ( un calcul de nombres dérivés), ce qui correspond au niveau 3 en matière de mise en fonctionnement des connaissances, tandis que le niveau de complexité moyennement élevé de cette question nous fait classer cette question au niveau D1.

On observe pour cette question des taux de réussite très différents d'un pays à l'autre. Cette question n'ayant pas été proposée en 1995, il n'y a pas de résultats pour la France.

**Tableau 43 : Taux de réussite à l'exercice de TIMSSADV « Pente et dérivée » en 2008**

	Italie	Pays-Bas	Suède	Russie
TIMSSADV 2008	19 %	53 %	22 %	39 %



Pour les aires entre le graphe de  $f(x)$  et l'axe des  $x$ ,

L'aire A est 4,8 unités ; l'aire de B est de 0,8 unités et l'aire de C est de 2 unités.

Quelle est la valeur de  $\int_{-2}^4 f(x)dx$  ?

- A. 5,6
- B. 6,0
- C. 6,8
- D. 7,6

Tableau 44 : Classement TIMSS de l'exercice de TIMSSADV 2008 « Aire »

Domaine de Contenu	Sujet	Domaine cognitif	Sous-domaine cognitif	Format
Analyse	Intégration	Connaître	Extraire	QCM

Tableau 45 : Taux de réussite à l'exercice de TIMSSADV « Aire » en 2008

	Italie	Pays-Bas	Suède	Russie
TIMSSADV 2008	26 %	36 %	26 %	41 %

### Analyse :

Un classique des études internationales depuis au moins 40 ans. Les élèves doivent connaître et savoir utiliser les propriétés suivantes de l'intégrale :

1. Étant donné une fonction  $f$  continue sur un intervalle  $]a ; c[$  de  $\mathbb{R}$ ,

$$\text{si } b \in ]a ; c[ , \int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx.$$

2. L'intégrale d'une fonction continue positive sur un intervalle  $]a ; b[$  de  $\mathbb{R}$ ,  $a < b$ , est égale à l'aire de la surface comprise entre la courbe, l'axe des  $x$  et les droites d'équations  $x = a$  et  $x = b$ .
3. L'intégrale d'une fonction continue négative sur un intervalle  $]a ; b[$  de  $\mathbb{R}$ ,  $a < b$ , est un nombre négatif égal à l'opposé de l'aire de la surface comprise entre la courbe, l'axe des  $x$  et les droites d'équations  $x = a$  et  $x = b$ .

Sans avoir à formuler ces trois propriétés et peut-être sans être capables de les formuler, les élèves habitués à ce type de tâches peuvent produire rapidement la réponse correcte (A-B + C). Il s'agit d'appliquer une technique. La réponse D qui correspond à A+ B +C, et donc à l'absence de prise en compte de la propriété 3, est la réponse la plus fréquente, plus fréquente même que la bonne réponse.

Nous avons placé cette question au niveau de complexité C2 (application dans des situations familières moyennement complexes) et au niveau 2 en ce qui concerne la mise en fonctionnement des connaissances (adaptation). Notons qu'un exercice semblable posé par TIMSSADV en 1995 avait obtenu 39 % de bonnes réponses en France ; ce qui était alors l'un des meilleurs résultats de l'enquête.

### Exemple 4 : TIMSSADV 2015 – Limite d'une fonction rationnelle (MA23050)

La fonction  $f$ , définie par :

$$f(x) = \frac{(x-1)(3x+1)}{(2x-1)(x-2)},$$

est négative pour tout  $x$  tel que :

- (A)  $-\frac{1}{3} < x < 3$
- (B)  $\frac{1}{2} < x < 2$
- (C)  $1 < x < 3$
- (D)  $\frac{1}{2} < x < 2$  or  $2 < x < 3$
- (E)  $-\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$  or  $1 < x < 2$

**Tableau 46 : Classement TIMSS de l'exercice de TIMSSADV 2015 « Limite d'une fonction rationnelle »**

Domaine de Contenu	Sujet	Domaine cognitif	Sous-domaine cognitif	Format
Algèbre	Fonctions	Appliquer	Mettre en œuvre	QCM

**Analyse :**

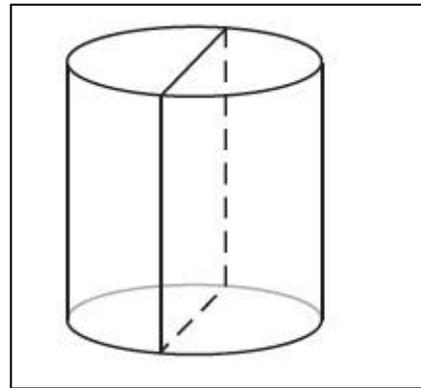
Cette question est considérée comme classique en terminale S au niveau ; nous la classons C1 pour la complexité cognitive et au niveau 1 en ce qui concerne la mise en fonctionnement des connaissances.

**Exemple 4 : TIMSSADV 2015 – Cylindre et extremum (MA13016).**

Cet exercice est une question d'ancrage, déjà proposée aux élèves en 1995.

L'intersection d'un cylindre et d'un plan contenant son axe est un rectangle de 6 m de périmètre. Le rayon du cylindre vérifiant cette condition et ayant le volume maximal est :

- A. 2,5 m
- B. 2 m
- C. 1 m
- D. 0,5 m



**Analyse :**

Cette question est un problème d'optimisation qui demande aux élèves à la fois des connaissances mathématiques de nature diverse, des initiatives fondées sur la disponibilité de ces connaissances pour arriver à la réponse en plusieurs étapes. Cette combinaison de connaissances et d'étapes intermédiaires rendent cette question difficile. Nous la classons C3 pour la complexité cognitive et au niveau 3 en ce qui concerne la mise en fonctionnement des connaissances.

Cette question a été utilisée par TIMSSADV 1995 avec les résultats suivants :

**Tableau 47 : Taux de réussite à l'exercice de TIMSSADV « Cylindre et extremum » en 1995**

	France	Allemagne	Suède	Russie
<b>TIMSSADV 1995</b>	<b>31 %</b>	34 %	42 %	48 %

## 2. Analyse globale de l'enquête TIMSSADV 2015

Comme nous l'avons fait pour PISA et pour TIMSS4, nous avons étudié l'ensemble des questions de TIMSSADV. Le tableau ci-dessous rassemble les classements que nous en avons faits.

**Tableau 48 : Répartition des questions de mathématiques de TIMSSADV 2015 par niveau de complexité et par niveau de mise en fonctionnement (NMF) des connaissances selon les processus et les domaines**

TIMSSADV 2015	Nombre de questions		Niveau de complexité					Niveau de mise en fonctionnement des connaissances				
			A	B	C	D	E	NMF_0	NMF_1	NMF_2	NMF_3	
<b>Total</b>	<b>99</b>		<b>3</b>	<b>9</b>	<b>66</b>	<b>20</b>	<b>1</b>	<b>9</b>	<b>36</b>	<b>33</b>	<b>19</b>	
<b>Pourcentage</b>		<b>100 %</b>	<b>3 %</b>	<b>9 %</b>	<b>67 %</b>	<b>20 %</b>	<b>1 %</b>	<b>9 %</b>	<b>36 %</b>	<b>33 %</b>	<b>19 %</b>	
<b>Connaître</b>	<b>7</b>	<b>7 %</b>	2	4	1	0	0	5	1	1	0	
<b>Appliquer</b>	<b>57</b>	<b>58 %</b>	0	0	53	4	0	1	31	20	4	
<b>Raisonner</b>	<b>35</b>	<b>35 %</b>	1	5	12	16	1	3	4	12	15	
<b>Algèbre</b>	<b>36</b>	<b>36 %</b>	0	5	25	5	1	2	17	12	5	
<b>Géométrie</b>	<b>31</b>	<b>31 %</b>	2	2	21	6	0	3	11	9	7	
<b>Analyse</b>	<b>33</b>	<b>33 %</b>	1	2	20	9	0	4	8	12	7	

Comme on peut le constater, il y a très peu de questions qui portent sur les notions mathématiques considérés comme objets (Connaître). Près de 60 % des questions portent sur l'utilisation des connaissances comme outils (Appliquer) qu'on peut rapprocher du processus « Employer » de PISA, mais qui, à la différence de PISA, offre une catégorisation beaucoup plus facile à effectuer.

Près de 90 % des questions portent sur les niveaux C ou D de complexité tandis que près d'un cinquième est au niveau 3 de la mise en fonctionnement des connaissances.

L'équilibre entre les domaines de contenus est à peu près respecté. Nous avons déjà vu que les questions des catégories algèbre et géométrie portaient souvent sur des contenus qui, dans la plupart des pays, sont enseignés avant la classe terminale de l'enseignement secondaire<sup>31</sup>.

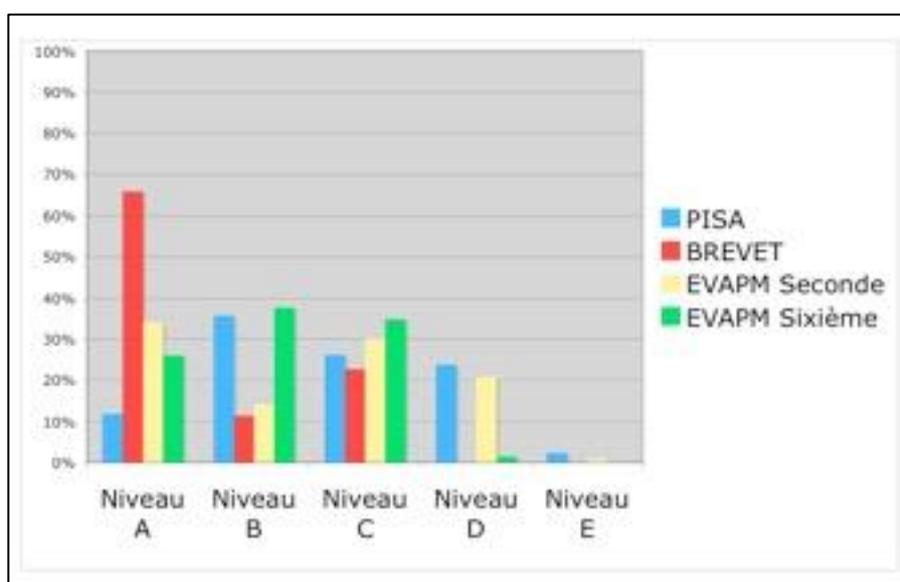
<sup>31</sup> Rappelons que les statistiques et les probabilités ne font pas partie actuellement des domaines évalués dans TIMSS Advanced.

## E. Comparaisons – évolutions

### 1. Comparaisons des enquêtes PISA et TIMSS avec les examens nationaux

Une étude (Bodin, 2006a ; Bodin, 2007) avait comparé les questions de PISA 2003 avec celles d'un sujet de 2005 du Brevet des collèges (aujourd'hui, Diplôme national du brevet). Dans cette étude, les contenus sollicités par PISA et par le sujet du brevet avaient été comparés avec les points de programme des classes de collège. Nous avons également comparé les questions de PISA 2003 avec les questions des enquêtes d'EVAPM (cf. références). Les distributions que nous avons obtenues en matière de complexité des questions étaient rassemblées dans la figure 14 ci-dessous.

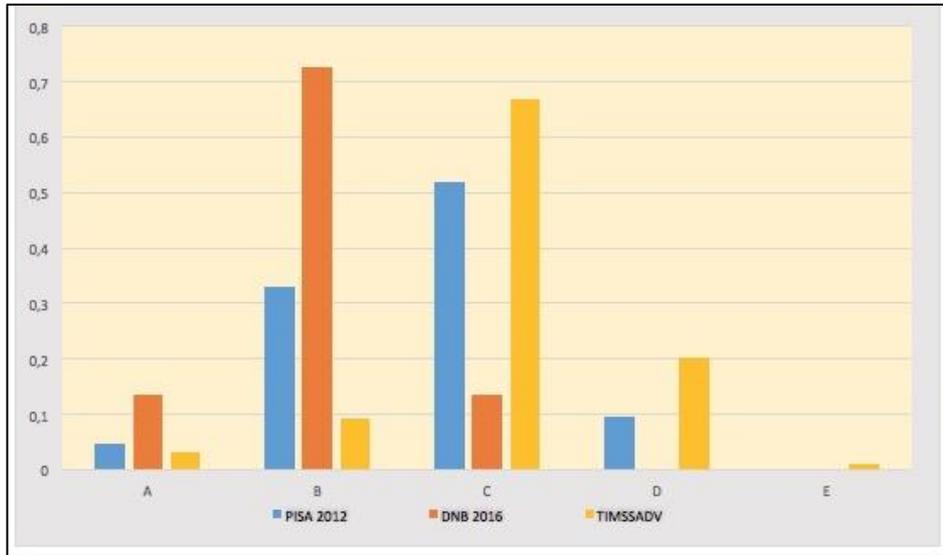
**Figure 14 : Comparaison des niveaux de complexité entre PISA 2003 et différentes évaluations françaises**



Nous avons remarqué alors la grande différence existant entre les niveaux de complexité des questions de PISA 2003, celles de l'examen du brevet et celles des enquêtes EVAPM. Retenons surtout la répartition constatée entre les niveaux de complexité A, B, C et D.

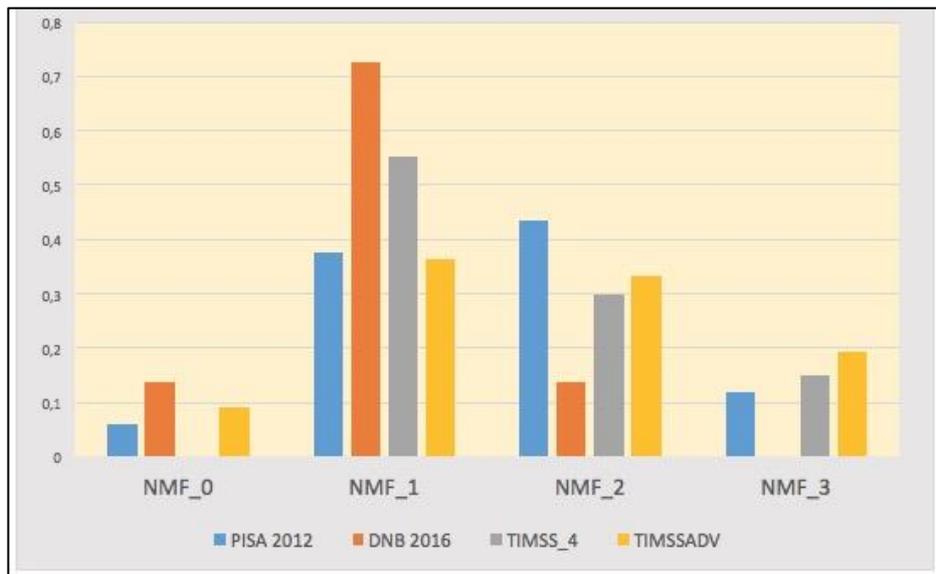
En comparant cette fois PISA 2012, avec d'une part l'épreuve 2016 du diplôme national du brevet (épreuve passée en métropole), et d'autre part TIMSSADV 2015, nous avons obtenu les distributions représentées dans la figure 15.

**Figure 15 : Comparaison des niveaux de complexité entre PISA 2012, le DNB 2016 et TIMSSADV 2015**



Par rapport à 2003, la complexité s’est clairement déplacée vers les niveaux C et D (couleur bleue) pour PISA, mais aussi pour l’épreuve du brevet (couleur orange). On constate cela de façon semblable pour ce qui concerne les niveaux de mise en fonctionnement des connaissances (Figure 16). Dans ce dernier diagramme, nous avons ajouté les données de TIMSS4 (couleur grise). On voit que la distribution des questions correspondantes est très différente de celles de TIMSSADV, ce qui est tout à fait compréhensible.

**Figure 16 : Comparaison des niveaux de mise en fonctionnement des connaissances entre PISA 2012, le DNB 2016, TIMSS 2015 et TIMSSADV 2015**



## 2. Analyse des enquêtes PISA et TIMSS au regard du curriculum français en mathématiques

### Comparaison des enquêtes avec les programmes en vigueur en 2015

À plusieurs reprises, ce rapport a mis en évidence un décalage des questions des enquêtes PISA et TIMSS avec les curriculums et les pratiques en usage en France. Notre étude sur les données de PISA 2003 (Bodin, 2006a ; Bodin, 2007) avait mis en évidence que les contenus strictement mathématiques concernés dans les tests de PISA représentaient alors environ 15 % des éléments de programmes des classes de collège (sixième à troisième incluse). Depuis 2003, la proportion des contenus des programmes scolaires présents dans PISA a nettement augmenté, compte tenu de l'entrée des probabilités et des fonctions dans les programmes de 3<sup>e</sup> depuis 2008.

Pour TIMSS4 (CM1), nous avons montré que, dans le cas français, certaines questions se situent à la marge, voire en dehors, des programmes de l'école primaire. Certains exercices ressemblent en effet davantage à des exercices habituellement identifiés « pour chercher » qu'à des situations habituelles d'évaluation. Il serait alors pertinent de prendre en compte dans le codage de la réponse la démarche ou le raisonnement mis en œuvre par les élèves pour trouver la solution, mais ce n'est pas souvent le cas (PISA accorde parfois des crédits partiels pour la démarche mise en œuvre même si celle-ci n'aboutit pas à la bonne réponse). Inversement, d'autres connaissances figurant dans les programmes en vigueur en 2015 ne sont pas évaluées alors qu'elles occupent une place importante dans les programmes de l'école : par exemple, aucune construction géométrique (figures élémentaires ou à partir d'un programme de tracé) n'est demandée aux élèves. Les constats que nous effectuons ici ne remettent pas en cause la validité de l'évaluation, mais ils constituent un élément d'analyse sur les contenus de cette dernière et permettront d'éclairer les résultats obtenus. D'autres facteurs doivent être pris en compte pour analyser finement les contenus, en particulier les manuels (comme nous l'avons illustré ponctuellement pour TIMSS CM1), les sujets d'examens (avec le DNB pour PISA ou le baccalauréat pour TIMSSADV) ou encore les pratiques enseignantes.

Concernant PISA, nous avons étudié le contenu des évaluations cognitives au filtre des programmes français. Il est également intéressant de constater que l'évolution des programmes peut aussi être mise en lien avec celle des évaluations internationales. En témoigne par exemple l'intégration des probabilités dans les programmes de collège de 2008. En atteste également l'incitation, depuis l'existence du socle commun de connaissances et de compétences (2005), à recourir, en mathématiques, en sciences et en technologie, à des tâches complexes dans l'apprentissage et dans l'évaluation des élèves, assez proches dans leurs illustrations données dans les documents officiels, d'exercices des enquêtes PISA.

D'ailleurs, à partir de 2013, sont apparus dans les sujets du DNB des exercices ressemblant à ceux de PISA tant par le format des questions, avec l'apparition de QCM, que par des tâches complexes, visant une évaluation des compétences définies dans le socle commun. Ainsi, pour la session 2013 du diplôme national du brevet (DNB), le bulletin officiel n°13 du 29 mars 2012 précise que « le sujet doit permettre d'apprécier la capacité du candidat à mobiliser ses connaissances et à mettre en œuvre une démarche scientifique pour résoudre des problèmes simples ». Par ailleurs, chaque sujet devra comporter au moins un exercice ayant « pour objet une tâche non guidée, exigeant une prise d'initiative de la part du candidat ». De plus, certaines questions peuvent prendre la forme de QCM ou les exercices être contextualisés dans des situations issues de la vie courante ou d'autres disciplines.

Le nouveau socle commun de connaissances, de compétences et de culture (2015) poursuit cette évolution des programmes de la scolarité obligatoire qui vise un double objectif, de formation et de socialisation des élèves, afin de leur donner « une culture commune, fondée sur les connaissances et compétences indispensables, qui leur permettra de s'épanouir personnellement, de développer leur sociabilité, de réussir la suite de leur parcours de formation, de s'insérer dans la société où ils vivront et de participer, comme citoyens, à son évolution ».

Pour TIMSSADV, nous avons rapporté les questions au programme de terminale S, mais aussi à ceux de première S et de seconde générale et technologique. Les résultats sont regroupés dans le tableau 49 ci-dessous. On voit que moins de la moitié des questions portent sur le programme de terminale S, essentiellement des questions d'analyse. Les autres portent sur les programmes de seconde et de première S, ce qui ne signifie pas que les élèves ne les fréquentent pas en classe de terminale S.

**Tableau 49 : Adéquation entre les questions de TIMSSADV 2015 et les programmes français en vigueur**

				Terminale S	Première S	Seconde
		100		42	25	33
			100 %	<b>42 %</b>	<b>25 %</b>	<b>33 %</b>
<b>Algèbre</b>		36	<b>36 %</b>	17	8	11
<b>Analyse</b>		33	<b>33 %</b>	25	7	1
<b>Géométrie</b>		31	<b>31 %</b>	0	10	21
<b>Connaître</b>		7	<b>7 %</b>	4	2	1
<b>Appliquer</b>		57	<b>57 %</b>	23	11	23
<b>Raisonner</b>		36	<b>36 %</b>	15	12	9

Des questions sont cependant à la limite des programmes, c'est-à-dire qu'on peut supposer qu'elles sont abordées seulement dans certaines classes, par certains professeurs, parce qu'elles ne correspondent pas à des points figurant explicitement dans les programmes. On en dénombre 7, qui font intervenir la dérivée seconde d'une fonction, les limites à droite et à gauche d'une fonction discontinue en un point, les points d'inflexion d'une courbe représentative, la loi des sinus,...

## **Influence de PISA sur l'évolution des programmes de mathématiques de 2015 (entrés en application à la rentrée 2016)**

Au-delà de l'évolution du contenu des programmes telle que nous avons pu l'observer, nous nous sommes interrogés<sup>32</sup> sur l'éventuelle influence qu'auraient pu avoir les résultats des enquêtes PISA sur la rédaction des programmes de l'école et du collège de 2015.

Les résultats de PISA 2012 avaient montré que la France constituait le pays le plus inégalitaire de l'OCDE puisque la performance des élèves est la plus corrélée avec leur environnement socio-économique (Rapport du Cnesco sur les inégalités scolaires d'origines sociale et migratoire, 2016) ; par exemple, le risque de ne pas atteindre le seuil de compétence en résolution de problèmes est en moyenne deux fois plus élevé environ chez les élèves défavorisés que chez les élèves plus favorisés. Suite à ces observations sur les inégalités d'accès à une éducation de qualité et dans un souci d'équité, le Conseil supérieur des programmes (CSP) a mis en avant dans le préambule de la charte des programmes le fait que : « les savoirs enseignés à l'école (...) doivent relever du caractère inclusif de l'École et bénéficier à la totalité des élèves ; ces savoirs ne sauraient être définis d'une façon telle que leur enseignement nécessiterait en permanence pour tel ou tel élève des aides ou compensations extérieures à la classe (...). »

Émanent aussi de l'approche utilisée dans les enquêtes PISA des orientations générales telles qu'une approche non « cumulative » des programmes, la compréhension de l'écrit comme enjeu majeur pour toutes les disciplines et le renforcement des liens entre les mathématiques et les autres disciplines.

Par ailleurs, le cadre de l'enquête PISA a été utilisé, en complément d'autres éléments, lors de l'écriture de la partie relative aux compétences mathématiques pour identifier celles qui aideront les jeunes « à prendre des décisions, à résoudre des problèmes ou à faire face à des événements imprévus ». L'importance de la résolution de problèmes telle qu'elle apparaît dans PISA transparaît aussi dans les programmes que ce soit à partir de problèmes élémentaires puis intermédiaires et enfin avec des situations dont la résolution demande de prendre des initiatives. Comme les résultats aux enquêtes PISA ont montré chez les élèves, et en particulier chez les élèves français, d'importantes difficultés à penser les mathématiques comme *modélisation*, les concepteurs des programmes ont mis l'accent sur cette compétence qu'ils considèrent comme essentielle, depuis le cycle 2.

---

<sup>32</sup> Nous avons consulté pour cela Xavier Buff, membre du Conseil Supérieur des Programmes et coordinateur de la conception des programmes de mathématiques



## Conclusion

Nous avons rappelé l'influence importante qu'exercent les enquêtes PISA et TIMSS sur l'ensemble des systèmes éducatifs de la planète et sur les rapprochements qu'ils induisent entre ces systèmes. Nous nous sommes centrés sur les volets mathématique et scientifique de ces enquêtes et avons tenté de porter quelques éclairages sur leurs objectifs, sur leurs méthodologies et sur les instruments qu'ils utilisent pour évaluer les connaissances et les compétences des élèves. Nous avons ainsi pu mettre en évidence des différences importantes existant entre les programmes PISA et TIMSS et montrer aussi leur complémentarité.

Nous avons étudié la validité de ces enquêtes, à la fois sur le registre de la pertinence et sur ceux de la validité interne, qui concerne l'adéquation entre le projet, tel qu'il est présenté dans les cadres de référence, et les évaluations telles qu'elles sont opérationnalisées dans les tests cognitifs (nous laissons de côté les questionnaires contextuels). Nous n'avons pas abordé pas la question de la pertinence. Cette question est de nature politique et philosophique et n'entre pas le cadre de ce rapport.

Concernant PISA, nos analyses didactiques des tâches proposées pour les mathématiques dans les cahiers d'évaluation montrent qu'aussi bien sur le plan de la complexité cognitive que des niveaux de mise en fonctionnement des connaissances, les questions sont souvent d'un niveau raisonnable, voire ambitieux, pour une fin de scolarité obligatoire : plus de la moitié des questions comportent une complexité importante et nécessitent la mobilisation, voire la disponibilité de connaissances que les élèves devraient avoir acquises au cours de leur scolarité primaire ou au collège. Certes, le questionnement cognitif ne traduit qu'incomplètement les ambitions du cadre de référence : les situations proposées aux élèves le sont souvent dans un contexte de « faux concret », et les questions ne mettent en général en jeu qu'une partie du cycle de modélisation. Cela est d'ailleurs reconnu par PISA, qui estime rester au plus près de ce qu'il est possible de faire.

Pour TIMSS, le cadre de référence étant plus simple que celui PISA, sa validité interne ne pose pas de problème. Comme pour PISA, nos analyses nous conduisent à penser que les enquêtes de TIMSS ont un niveau de complexité élevé et qu'elles contiennent bon nombre de questions qui nécessitent plus qu'un niveau simplement technique de mise en fonctionnement des connaissances. Les enquêtes TIMSS, aussi bien au niveau du CM1 que de la terminale scientifique, sont totalement centrées sur des connaissances et des savoir-faire disciplinaires. En ce sens, elles paraîtront plus familières que PISA aux enseignants même si certaines questions qu'elles posent sont parfois éloignées des programmes et/ou des pratiques scolaires actuelles, situation que l'on retrouve dans tous les pays passant les tests.

Les analyses qui figurent dans ce rapport aideront à la compréhension de tous des résultats des enquêtes PISA 2015, TIMSS 2015 et TIMSS *Advanced* 2015, à une diffusion éclairée dans les médias, et pourront également constituer un outil de développement professionnel des enseignants. Mais elles montrent aussi combien la réception de leurs résultats, souvent présentés sous la forme réductrice de palmarès unidimensionnels, doit être prudente, combien la nécessité de croiser les analyses est essentielle pour porter un regard averti sur les acquis des élèves, et la nature de ces acquis. Elles révèlent aussi les investigations supplémentaires à mener en termes de mise en perspective à long terme des résultats de ces enquêtes internationales, d'analyses comparatives internationales des curriculums, en mathématiques et en sciences, et de recherches sur les activités réelles des élèves pendant des évaluations standardisées.



## Références et bibliographie

### Documents officiels OCDE et PISA

OECD (2000). Measuring student knowledge and skills. The PISA Assessment of Reading, Mathematical and Scientific literacy.

OCDE (2000b). Mesurer les connaissances et compétences des élèves. Lecture, Mathématiques et sciences : l'évaluation de PISA 2000.

OCDE (2002). Définitions and sélection des compétences (DESECO): fondements théoriques et conceptuels. Document de stratégie.

OECD (2003). The PISA 2003 assessment framework. Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills.

OCDE (2003b). Cadre d'évaluation de PISA 2003 – Connaissances et compétences en mathématiques, lecture, science et résolution de problèmes.

OCDE (2004) Apprendre aujourd'hui, réussir demain – Premiers résultats de PISA 2003.

OCDE (2005). Définition et sélection des compétences clés.

OCDE (2006). Compétences en sciences, lecture et mathématiques - Le cadre d'évaluation de PISA2006.

OCDE (2009). Le cadre d'évaluation de PISA 2009. Les compétences clés en compréhension de l'écrit, en mathématiques et en sciences.

OECD (2009). Take the Test : sample Questions from OECD's PISA Assessments.

OECD (2013). Beyond PISA 2015 : a longer-term strategy of PISA. PISA Governing Board.

OECD (2013b). PISA 2012 Assessment and Analytical Framework Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy.

OCDE (2013c). Cadre d'évaluation et d'analyse du cycle PISA 2012.

OCDE (2014). Principaux résultats de l'enquête PISA 2012 : ce que les élèves de 15 ans savent et ce qu'ils peuvent faire avec ce qu'ils savent.

OECD (2014). PISA 2012 Results: Creative Problem Solving Students' skills in tackling real-life problems (Volume V).

OECD (2014b). PISA 2012 Technical report.

OCDE (2016). Cadre d'évaluation et d'analyse de l'enquête PISA 2015.

OECD (2016b). PISA : Equations and Inequalities making mathematics accessible to all.

## Références

- Barlet, R., & Mastrot, G. (2000). L'algorithmisation-refuge, obstacle à la conceptualisation L'exemple de la thermochimie en 1er cycle universitaire, *Didaskalia*, 123-160.
- Besson, U. (2009). Paradoxes of thermal radiation. *European Journal of Physics*, 30.
- Bessot, A. (2003). Une introduction à la théorie des situations didactiques. *Les cahiers du Laboratoire Leibnitz*, 91. <http://www-leibniz.imag.fr/LesCahiers/>
- Bodin, A. (2006a). Ce qui est vraiment évalué par PISA en mathématiques. Ce qui ne l'est pas. Un point de vue français. Communication faite à la conférence Franco-Finlandaise sur PISA 6-8 octobre 2005 - Paris *Bulletin de l'APMEP*, N°463.
- Bodin, A. (2006b). Un point de vue sur PISA. *Gazette des mathématiciens* N°108 – Avril 2006 - Société Mathématique de France (SMF).
- Bodin, A. (2007). What does Pisa really assess, in S. Hopman, G. Brinek, M. Retzl (éds): *PISA according to PISA*. Wien: Lit Verlag, 2007.
- Bodin, A. (2008). Lecture et utilisation de PISA pour les enseignants. *Petit x* ; n° 78, pp. 53-78, IREM de Grenoble.
- Bodin, A. (2009). L'étude PISA pour les mathématiques - Résultats français et réactions. *Gazette des mathématiciens* N°120 (Société Mathématique de France).
- Bodin, A. (2010). Organisation et fonctionnement des comparaisons internationales à grande échelle, avec un accent particulier sur PISA. *Communication au 5° Congrès de l'Espace Mathématique Francophone – EMF 2009*. Université Cheikh Anta Diop – DAKAR.
- Douady, R (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet - *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 7/2.
- Dupé, C. & Olivier, Y. (2002) .Évaluation PISA. *Bulletin de l'APMEP* N°439.
- Dupé, C. & Olivier, Y. (2005). Ce que l'évaluation PISA 2003 peut nous apprendre. *Bulletin de l'APMEP*, N°460.
- Gras, R. (1977). *Contributions à l'étude expérimentale et à l'analyse de certaines acquisitions cognitives et de certains objectifs didactiques en mathématiques* – Thèse de doctorat- Université de Rennes.
- Pluinage, F. (1977). *Difficultés des exercices scolaires en mathématique* - Thèse de doctorat - Université de Strasbourg.
- Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies, une approche cognitives des instruments contemporains*. Armand Colin, Paris.
- Robert, A. (1998). Outils d'analyses des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en didactique des mathématiques*, 18/2.
- Robert, A. (2003). Tâches mathématiques et activités des élèves : une discussion sur le jeu des adaptations introduites au démarrage des exercices cherchés en classe de collège. *Petit x*. N°62.

Robert, A. & Vandebrouck, F. (2014). Proximités-en-acte mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves : analyses de séances sur des tâches complexes. *Cahiers du laboratoire de didactique André Revuz*, n°10. IREM –Université Paris Diderot.

Roditi, E. & Salles, F. (2015). Nouvelles analyses de l'enquête Pisa 2012 en mathématiques. Un autre regard sur les résultats. *Éducation & Formations*, n°86-87.

Saltiel, E. & Malgrange, J. L. (1980). 'Spontaneous' ways of reasoning in elementary kinematics. *European Journal of Physics*, 1(2), 73.

Wu, M. (2009). A Critical Comparison of the Contents of PISA and TIMSS Mathematics Assessments. University of Melbourne Assessment Research Centre.

Wu, M. (2010), Comparing the Similarities and Differences of PISA 2003 and TIMSS, OECD Education Working Papers, No. 32, OECD Publishing.

## **Programmes, documents ressources et manuels scolaires consultés pour l'analyse de TIMSS4**

### **Textes officiels**

Durpaire, J-L., Mégard, M. (2012). Le nombre au cycle 3. (2012) (MEN - CNDP). Disponible en ligne :

[http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/44/9/NombreCycle3\\_web\\_VD\\_227449.pdf](http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/44/9/NombreCycle3_web_VD_227449.pdf)  
(Consulté le 20/11/2016).

Programmes du cycle 3 de l'école élémentaire (2008). Disponible en ligne :  
[http://www.education.gouv.fr/bo/2008/hs3/programme\\_CE2\\_CM1\\_CM2.htm](http://www.education.gouv.fr/bo/2008/hs3/programme_CE2_CM1_CM2.htm) (Consulté le 20/11/2016).

Programmes de mathématiques du collège (2008). Disponible en ligne :  
<http://www.education.gouv.fr/cid22120/mene0817023a.html> (Consulté le 20/11/2016).

Socle commun de connaissances de compétences (2006). Disponible en ligne :  
<http://www.education.gouv.fr/bo/2006/29/MENE0601554D.htm> (Consulté le 20/11/2016).

Socle commun de connaissances, de compétences et de culture (2015). Disponible en ligne :  
[http://www.education.gouv.fr/pid25535/bulletin\\_officiel.html?cid\\_bo=87834](http://www.education.gouv.fr/pid25535/bulletin_officiel.html?cid_bo=87834) (Consulté le 20/11/2016).

### **Manuels scolaires**

Brissiaud, R., Clerc, P., Lelièvre, F., Ouzoulias, A. (2010). J'apprends les maths CM1 - Manuel de l'élève. Paris : Retz.

Charnay, R., Combier, G., Dussuc, M-P., Madier, D. (2010). Cap Maths- CM1- Manuel de l'élève. Paris : Hatier.

Peltier, M.L., Briand, J., Ngono B., Vergnes D. (2009). Euromaths CM1 - Manuel de l'élève. Paris : Hatier.

Duquesne-Belfais, M. & Girodet, M-A. (2014). Tous en maths. Paris : Nathan.



## Liste des sigles et acronymes

CSP	Conseil Supérieur des Programmes
Depp	Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance
DNB	Diplôme national du brevet
EVAPM	Evaluation des apprentissages mathématiques
IEA	<i>The International Association for the Evaluation of Educational Achievement</i> Association internationale sur l'évaluation et la réussite scolaire
OECD	<i>Organisation for Economic Co-operation and Development</i>
OCDE	Organisation de coopération et de développement économiques
NLSMA	<i>New Longitudinal Studies of Mathematic Abilities</i>
NMF	Niveau de mise en fonctionnement
PISA	<i>Program for International Student Achievement.</i> Programme international pour l'évaluation des élèves
QCM	Questionnaire à choix multiples
SIMS	<i>Second International Mathematics Study</i> Seconde étude internationale sur l'enseignement des mathématiques et des sciences
TIMSS	<i>Third International Mathematics and Science Study</i> Troisième étude internationale sur l'Enseignement des Mathématiques et des sciences <i>Trends in International Mathematics and Science Study</i> Tendances internationales dans l'enseignement des mathématiques et des sciences
TIMSS4	TIMSS <i>grade</i> 4 (niveau CM1 en France)
TIMSS8	TIMSS <i>grade</i> 8 (niveau 4 <sup>e</sup> en France)
TIMSSADV	TIMSS <i>Advanced</i> (terminale S en France)
TS	Terminale S







**cnesco**  
conseil national  
d'évaluation  
du système scolaire

Carré Suffren  
31-35 rue de la Fédération  
75 015 Paris

Tél. 01 55 55 02 09

[cnesco.communication@education.gouv.fr](mailto:cnesco.communication@education.gouv.fr)

 [www.cnesco.fr](http://www.cnesco.fr)

 @Cnesco

 Cnesco