

CONFÉRENCE DE CONSENSUS

L'ENSEIGNEMENT ET L'APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES AU PRIMAIRE

➔ LES MANUELS SCOLAIRES DE MATHÉMATIQUES À
L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE AU SÉNÉGAL
MÉTHODOLOGIE MISE EN ŒUVRE ET RÉSULTATS

LES 5 ET 6 DÉCEMBRE 2023

Centre africain d'études supérieures
en gestion (Cesag)
Dakar, Sénégal

En collaboration avec



Avec le soutien de



LES MANUELS SCOLAIRES DE MATHÉMATIQUES À L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE AU SÉNÉGAL : MÉTHODOLOGIE MISE EN ŒUVRE ET RÉSULTATS

DE LA POLITIQUE ÉDITORIALE DU SÉNÉGAL À L'ANALYSE DESCRIPTIVE DES MANUELS DE L'ÉDITEUR DIDACTIKOS ET À LEUR UTILISATION EN CLASSE

Nadine GRAPIN

Laboratoire de Didactique André Revuz (LDAR)
Université Paris-Est Créteil

Éric MOUNIER

Laboratoire de Didactique André Revuz (LDAR)
Université Paris-Est Créteil

Maryvonne PRIOLET

Laboratoire *Icare*– Institut de Coopération Austral
Université de La Réunion

Mai 2024



MENTIONS LÉGALES

Pour citer ce document, merci d'utiliser la référence suivante :
Grapin, N., Mounier, É., & Priolet, M. (2024). *Les manuels scolaires de mathématiques à l'école élémentaire au Sénégal : méthodologie mise en œuvre et résultats. De la politique éditoriale du Sénégal à l'analyse descriptive des manuels de l'éditeur Didactikos et à leur utilisation en classe*. Confemen, Cnesco-Cnam.

Ce texte s'inscrit dans une série de rapports publiés par la Conférence des ministres de l'Éducation des États et gouvernements de la Francophonie (Confemen) et le Centre national d'étude des systèmes scolaires (Cnesco) sur la thématique :
Enseignement et apprentissage des mathématiques au primaire.

Les opinions et arguments exprimés n'engagent que les auteurs du rapport.

Remerciements

Les auteurs du présent rapport tiennent à remercier tout particulièrement les personnes qui ont facilité l'accès aux contacts et à la documentation (personnels du Cnesco) et M. Seydou Diop, expert en éducation (Sénégal).

Disponible sur le site de la Confemen :
www.confemen.org

Conférence des ministres de l'Éducation
des États et gouvernements de la
Francophonie
BP 3220, Dakar (Sénégal)

Contact : confemen@confemen.org –
+221 33 859 29 79

Disponible sur le site du Cnesco :
www.cnesco.fr

Centre national d'étude des systèmes
scolaires
41 rue Gay Lussac, 75005 Paris

Contact : cnesco@lecnam.net –
(+33) 06 98 51 82 75

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES TABLEAUX	6
LISTE DES FIGURES	7
LISTE DES ANNEXES	8
INTRODUCTION GÉNÉRALE.....	9
I. ANALYSE DES MANUELS SCOLAIRES DE MATHÉMATIQUES	11
A. Introduction	11
B. Analyse globale des manuels de la collection Didactikos.....	12
1. Les manuels scolaires au Sénégal et la place des manuels de la collection Didactikos	12
a. Une politique de choix multiple des manuels scolaires	12
b. La place de la collection de manuels scolaires Didactikos	14
2. Analyse des indices immédiatement perceptibles	14
a. Les couvertures des manuels de la collection (Figure 1)	14
b. Le poids des manuels de la collection (Tableau 1)	16
c. Les équipes impliquées dans l'élaboration des manuels de la collection (Tableau 2)....	16
d. Les guides d'utilisation des manuels	18
3. Structure générale des manuels de la collection.....	19
a. Synopsis des manuels de la collection (Tableau 4)	19
b. Répartition des champs d'activités.....	21
c. Nombre de doubles-pages dédiées à chacun des champs d'activités	24
d. Répartition des paliers par étape et par activité.....	26
e. Place des activités d'évaluation, d'intégration et de remédiation	27
4. Organisation des doubles-pages	29
a. L'apparence de la double-page	29
b. La place des savoirs dans les doubles-pages	29
c. La place du calcul mental (Tableau 8)	31
5. Éléments de conclusion sur l'analyse globale	33
C. Première analyse locale : les techniques opératoires de l'addition et de la soustraction aux CI, CP et CE1 dans les manuels de la collection Didactikos.....	33
1. Cadre théorique, objectif et méthodologie.....	33
a. Définition des techniques opératoires.....	34
b. Les objectifs de l'analyse	36
c. Méthodologie d'analyse	37
2. Indicateurs globaux.....	39
a. Regard sur la programmation : répartition des doubles-pages par « champ d'activités » dans le manuel de CP	39
b. Zoom sur les doubles-pages « activités numériques » du manuel de CP	42
c. Programmation de la numération écrite chiffrée par rapport aux techniques opératoires au CP et CE1	48

3. Analyse des doubles-pages concernant la technique opératoire de l'addition et de la soustraction (CI, CP, CE1).....	51
a. Au CP, la découverte des techniques opératoires de l'addition et de la soustraction pour les nombres à deux chiffres	51
b. Au CE1, les TO de l'addition et de la soustraction pour les nombres à trois chiffres	58
4. Le traitement du savoir : les dispositifs didactiques et la place des savoirs nouveaux	64
5. Conclusion	68
D. Deuxième analyse locale : les nombres décimaux dans les manuels de CE2, CM1, CM2	70
1. Cadre théorique pour étudier la place des nombres décimaux dans les manuels	70
2. Objectif, questions de recherche et méthodologie.....	72
3. Planification des pages avec fraction ou écriture à virgule	73
a. Au CE2.....	74
b. Au CM1	75
c. Au CM2	76
d. Pour les trois années (CE2, CM1, CM2).....	77
4. Analyse des doubles-pages et place des savoirs.....	78
a. Le format des doubles-pages	78
b. L'introduction d'un savoir nouveau : les situations de découverte	78
c. L'institutionnalisation d'un savoir nouveau	82
d. Les changements de registres de représentation	84
5. Éléments de conclusion	85
E. Troisième analyse locale : la résolution de problèmes dans le manuel Didactikos CM2	87
1. Cadre théorique, objectifs et méthodologie	88
a. Éléments théoriques relatifs à la résolution de problèmes	88
b. Objectifs de l'analyse et méthodologie	91
2. Résultats : étude des doubles-pages dédiées aux activités de « résolution de problèmes »	94
a. Organisation des doubles-pages sur l'ensemble du manuel et objectifs sur l'année	94
b. Progression de l'enseignement-apprentissage de la résolution de problèmes	94
c. Analyse des situations d'introduction et des textes de savoir.....	95
d. Analyse des exercices d'entraînement et d'évaluation	98
e. Attendus des résolutions d'élève en RDP	99
3. Résultats : étude des problèmes arithmétiques verbaux dans les doubles-pages des semaines 1 à 6 du manuel de CM2.....	102
a. Articulation entre les objectifs des activités de RDP et ceux des activités numériques et de mesure.....	102
b. Étude des problèmes arithmétiques proposés dans le manuel	104
c. Répartition des problèmes dans les doubles-pages	107
d. Répartition des problèmes selon les classes de problèmes	108
e. Répartition selon les classes de problèmes.....	109

f. Répartition des problèmes selon le contexte et les grandeurs en jeu	111
4. Conclusion	114
II. ANALYSE DE L'USAGE DES MANUELS SCOLAIRES DE MATHÉMATIQUES.....	115
A. Cadre théorique et questionnement	115
B. Méthodologie	115
C. Résultats	117
CONCLUSION GÉNÉRALE.....	118
A. Retours sur la méthodologie mise en œuvre	118
1. L'analyse des manuels	118
a. Analyse globale	118
b. Analyses locales	119
2. L'analyse de l'usage des manuels	119
3. Des limites de la méthodologie	120
B. Retour sur les résultats obtenus concernant les manuels scolaires de la collection Didactikos.....	120
1. Continuité / discontinuité	120
2. Les dispositifs didactiques (Rey, 2001)	121
3. L'articulation rituels / savoirs anciens / nouveaux.....	122
4. Le contenu des guides d'utilisation des manuels	122
C. Pour aller plus loin	123
BIBLIOGRAPHIE	124
ANNEXES	129

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1. Poids des six manuels de mathématiques Didactikos.....	16
Tableau 2. Composition des équipes impliquées dans l'élaboration des manuels de la collection	17
Tableau 3. Exemple de comparaison guide / manuel	19
Tableau 4. Synopsis des manuels de la collection	21
Tableau 5. Extrait de la répartition des champs d'activités	22
Tableau 6. Nombre d'occurrences du mot « Intégration » suivant les années.....	28
Tableau 7. Place de l'intégration au CI et au CP	28
Tableau 8. Place du calcul mental dans les manuels	32
Tableau 9. Répartition des doubles-pages par champ dans le manuel de CP	39
Tableau 10. Programmation dans le manuel CP des doubles-pages du champ « activités numériques »	40
Tableau 11. Place des techniques opératoires dans le champ « activités numériques » (CP)	43
Tableau 12. Les institutionnalisations proposées dans le champ « activités numériques » du manuel CP	44

Tableau 13. Programmation des techniques opératoires en CP et CE1 par rapport à la numération	49
Tableau 14. Résumé de la place des TO dans la progression CP parmi les doubles-pages concernant les « activités numériques »	51
Tableau 15. Place des TO dans la progression CE1 parmi les doubles-pages concernant les activités numériques	58
Tableau 16. Récapitulatif du nombre de pages avec fraction ou écriture à virgule au CM1	75
Tableau 17. Récapitulatif du nombre de pages avec fraction ou écriture à virgule au CM2	76
Tableau 18. Doubles-pages de découverte des nombres décimaux et des fractions (CE2, CM1, CM2).....	77
Tableau 19. Objectifs des activités des semaines 1 à 6	102
Tableau 20. Répartition des problèmes selon leur place dans les doubles-pages (manuel de CM2, semaines 1 à 6)	108
Tableau 21. Répartition des situations ou des problèmes selon les structures additives et multiplicatives (manuel de CM2, semaines 1 à 6)	108
Tableau 22. Répartition des problèmes relevant des structures additives selon les classes de problèmes (manuel de CM2, semaines 1 à 6).....	110
Tableau 23. Répartition des problèmes relevant des structures multiplicatives selon les classes de problèmes (manuel de CM2, semaines 1 à 6).....	111
Tableau 24. Répartition des problèmes selon les contextes (manuel de CM2, semaines 1 à 6).....	112

LISTE DES FIGURES

Figure 1. Pages des six couvertures des manuels de mathématiques Didactikos	15
Figure 2. Guide d'utilisation des manuels	18
Figure 3. Répartition des champs d'activités suivant les années.....	25
Figure 4. Activités dans les quatre champs et paliers (par étape).....	26
Figure 5. Apparence de la double-page.....	29
Figure 6. Extrait de manuel scolaire (CM1).....	31
Figure 7. Extrait de manuel scolaire (CM1).....	31
Figure 8. Extrait de manuel scolaire (CP)	50
Figure 9. Extrait de manuel scolaire (CP)	50
Figure 10. Extrait de manuel scolaire (CI).....	53
Figure 11. Extrait de manuel scolaire (CI).....	53
Figure 12. Extrait de manuel scolaire (CP)	54
Figure 13. Extrait de manuel scolaire (CP)	54
Figure 14. Extrait de manuel scolaire (CI).....	54
Figure 15. Extrait de manuel scolaire (CI).....	55
Figure 16. Extrait de manuel scolaire (CE1)	60
Figure 17. Extrait de manuel scolaire (CE1)	61
Figure 18. Extrait de manuel scolaire (CP)	64
Figure 19. Extrait de manuel scolaire (CP)	65
Figure 20. Extrait de manuel scolaire (CP)	66
Figure 21. Extrait de manuel scolaire (CE1)	67

Figure 22. Planification des pages avec fraction ou écriture à virgule	74
Figure 23. Planification des pages avec fraction ou écriture à virgule au CE2	74
Figure 24. Planification des pages avec fraction ou écriture à virgule au CM1	75
Figure 25. Planification des pages avec fraction ou écriture à virgule au CM2	76
Figure 26. Extrait de manuel scolaire (CE2)	78
Figure 27. Extrait de guide pédagogique (CE).....	79
Figure 28. Extrait de manuel scolaire (CE2)	80
Figure 29. Extrait de manuel scolaire (CM1).....	80
Figure 30. Extrait de manuel scolaire (CM2).....	81
Figure 31. Extrait de manuel scolaire (CE2)	82
Figure 32. Extrait de manuel scolaire (CM1).....	82
Figure 33. Extrait de manuel scolaire (CM2).....	83
Figure 34. Représentation iconique de la construction de l'ensemble des nombres décimaux	85
Figure 35. Schéma du processus de modélisation	89
Figure 36. Extrait de manuel scolaire (CM2).....	96
Figure 37. Extrait de manuel scolaire (CM2).....	97
Figure 38. Extrait de manuel scolaire (CM2).....	97
Figure 39. Extrait de manuel scolaire (CM2).....	98
Figure 40. Extrait de manuel scolaire (CM2).....	99
Figure 41. Extrait de manuel scolaire (CM2).....	99
Figure 42. Extrait de manuel scolaire (CM2).....	100
Figure 43. Extrait de manuel scolaire (CM2).....	104
Figure 44. Extrait de manuel scolaire (CM2).....	105
Figure 45. Extrait de manuel scolaire (CM2).....	106
Figure 46. Extrait de manuel scolaire (CM2).....	107
Figure 47. Extrait de manuel scolaire (CM2).....	109

LISTE DES ANNEXES

Annexe 1. Disponibilité des manuels de mathématiques 1 ^{re} étape (CI / CP) dans les 59 Inspections de l'éducation et de la formation (IEF) en 2021-2022.....	129
Annexe 2. Auteurs de manuels (France) répartis par catégorie professionnelle et par collection de manuels.....	130
Annexe 3. Répartition des champs d'activités	131
Annexe 4. Place réservée à l'évaluation dans chacun des manuels de mathématiques Didactikos	132
Annexe 5. Exemples de problèmes illustrant les structures additives et multiplicatives	133
Annexe 6. Grille du questionnaire sur l'utilisation des manuels de mathématiques destiné aux enseignants du Sénégal.....	136

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Le but de ce rapport est de fournir des éléments de réflexion sur une méthodologie d'analyse de manuels scolaires de mathématiques de l'enseignement élémentaire, en prenant pour contexte le Sénégal et en considérant des manuels destinés aux élèves âgés de 5 à 11 ans. Nous proposons ainsi des **outils d'analyse didactique susceptibles de s'adapter aux contextes d'enseignement** des différents pays membres de la Conférence des ministres de l'Éducation des États et gouvernements de la Francophonie (Confemen), par exemple ceux d'Afrique subsaharienne francophone.

Notre parti-pris a été de reprendre nos travaux antérieurs pour décrire une méthodologie et ce, en l'exemplifiant avec une collection de manuels spécifiques, celle de la maison d'édition sénégalaise Didaktikos. Cette démarche permet ainsi de mettre en avant d'une part une possible mise en œuvre de cette méthodologie, d'autre part la nature des résultats obtenus.

Nous considérons comme manuel scolaire :

*Tout support pédagogique (livres ou fiches) qui doit être acquis par l'élève (lycée) ou qui est mis à sa disposition par l'établissement (école primaire et collège) [...] par extension, tout ouvrage relié ou broché **susceptible d'être mis en classe à portée de main des élèves et conçu en relation avec les programmes d'enseignement** (Mounier & Priolet, 2015, p. 17 – c'est nous qui soulignons).*

Nous comprenons le manuel comme l'une des ressources (Adler, 2010) pour enseigner mises à la disposition de l'enseignant en direction des élèves. Comme Mounier et Priolet (2015), nous serons amenés à considérer aussi des ressources destinées uniquement à l'enseignant et possiblement annexées au manuel. Nous nommerons « **guides pédagogiques** » ces ressources qui permettent de « mieux comprendre les transactions des professeurs avec les ressources curriculaires en mathématiques » (Remillard, 2010, p. 201).

Rabardel (1995) fait la différence entre l'artefact – l'objet en lui-même produit de l'activité finalisée humaine (ici le manuel conçu par les auteurs) – et le fait qu'il puisse constituer un instrument pour quelqu'un en particulier (ici l'enseignant dans sa classe). Nous allons étudier un manuel scolaire dans le but de comprendre quel instrument il est pour l'enseignant. Il est donc nécessaire d'analyser les caractéristiques de l'artefact qu'il constitue et l'usage que le professeur des écoles en fait. En d'autres termes, quelle est sa genèse instrumentale (Rabardel, 1995) ? Ainsi notre étude ne portera-t-elle pas directement sur l'utilisation faite par l'élève ; il s'agit pour nous d'analyser l'usage potentiel qu'en fait l'enseignant. Le découpage théorique artefact / instrument invite à deux types d'analyses à croiser : **une analyse centrée sur l'artefact et l'autre sur l'activité déployée en classe pour l'utiliser.**

Plusieurs approches sont envisageables. Celle que nous adoptons est proprement didactique, c'est-à-dire que nous privilégions une **entrée par les savoirs mathématiques**, en nous centrant sur la question suivante : quelles sont les potentialités didactiques (enseignement-apprentissage) d'un manuel mis à disposition en classe ? Ces potentialités didactiques sont éclairées par des investigations concernant le système scolaire ainsi que par des études de l'artefact « manuel » et de son utilisation effective en

classe. Nous procédons ici par étapes en nous référant aux travaux de Mounier et Priolet (2015), de Grapin et Mounier (2018) et de Priolet et Mounier (2018).

La présente étude qui concerne les manuels scolaires de mathématiques au Sénégal comportera deux parties :

- La première portant sur la **méthodologie d'analyse des manuels scolaires** de mathématiques de l'éditeur Didactikos, avec une analyse « globale », suivie de trois analyses « locales ». L'une porte sur les techniques opératoires de l'addition et de la soustraction au CP et au CE1, une autre sur les nombres décimaux aux CE2, CM1 et CM2, et une dernière sur la résolution de problèmes au CM2. Ces analyses globale et locales permettent de déterminer les orientations didactiques et pédagogiques des manuels de ladite collection (Rey, 2001 ; Remillard, 2010) ;
- La seconde basée sur la **méthodologie d'analyse de l'usage des manuels scolaires** de mathématiques par les enseignants au Sénégal. Cette seconde partie est principalement méthodologique et propose un questionnaire destiné à un panel d'enseignants en écoles élémentaires au Sénégal.

Ce rapport est accompagné d'une **synthèse** (Grapin, Mounier & Priolet, 2024) qui en résume les principales conclusions.

I. ANALYSE DES MANUELS SCOLAIRES DE MATHÉMATIQUES

A. Introduction

La méthodologie d'analyse de manuels que nous décrivons et mettons à l'œuvre dans cette partie reprend celle utilisée par Mounier et Priolet (2015, 2018) et Grapin et Mounier (2018) pour étudier des manuels de mathématiques utilisés en France. Dès lors que la présente étude se situe dans un contexte différent, et afin de comprendre quelle politique est adoptée pour les manuels scolaires au Sénégal, cette méthodologie est complétée par un recueil de données par entretiens auprès d'un expert en éducation sénégalais en vue de répondre aux questions suivantes : plusieurs éditeurs se partagent-ils le marché de l'édition ou bien le Sénégal a-t-il fait le choix d'un manuel unique ? Quel est le circuit de diffusion des manuels, de leur conception à leur présence dans les classes de l'école élémentaire ?

Deux types d'analyse peuvent être distingués :

- Une **analyse globale** prenant en compte des aspects matériels et formels du manuel, la structure générale de la collection, les auteurs, la répartition des contenus mathématiques selon les domaines durant l'année, etc... Tout en situant la collection étudiée dans le paysage de l'édition scolaire du pays ;
- Une (ou des) **analyse(s) locale(s) portant sur une notion clé**, c'est-à-dire « une notion correspondant à un objectif d'apprentissage important au niveau auquel elle est enseignée » (Grapin & Mounier, 2018, p. 58). Outre des regards spécifiques sur les notions étudiées, les analyses locales ont pour objectif de confirmer ou infirmer des hypothèses qui pourraient être émises lors de l'analyse globale, et de compléter ainsi les résultats.

Les critères utilisés pour l'analyse globale sont précisés dans la section dédiée. Les analyses locales sont menées dans un cadre didactique et les concepts théoriques spécifiques à chacune des notions sont présentées dans les sections dédiées. De façon commune, en appui sur Rogalski (2003), nous distinguons la **tâche**, « ce qui est à faire » (p. 349), de **l'activité**, « ce que développe un sujet lors de la réalisation de la tâche » (*ibid.*). Notre approche didactique nous amène à considérer la **place des savoirs étudiés dans le manuel** en étudiant notamment la façon dont ils sont introduits puis institutionnalisés (à travers l'étude des textes de savoir). Nous pouvons alors identifier, à travers les scénarios prescrits par les auteurs, les **types de dispositifs didactiques** (Rey, 2001, p. 31 – 35) rencontrés dans le manuel étudié :

- Le dispositif « **explication – application** » consiste à « présenter à l'élève, sous forme de discours, un élément de savoir », puis des exercices d'application ;
- Un deuxième dispositif « **observation – compréhension – application** » comprend une première phase d'observation, une deuxième phase de généralisation, puis une troisième phase avec des exercices d'application ;

- Dans le troisième dispositif « **problème – compréhension – application** », une « situation problème » précède la phase de mise en forme du savoir, puis celle des exercices.

Nous avons retenu pour notre étude trois notions clés : les techniques opératoires de l'addition et de la soustraction au CP et au CE1, les fractions et nombres décimaux au CE2, CM1 et CM2 et la résolution de problèmes au CM2. Nous justifions l'intérêt de ces trois notions pour notre étude dans la section correspondante. Même si nous nous basons sur certains éléments de méthodologie communs, **la façon de mener et de présenter chaque analyse « locale » peut être différente**, en particulier du fait de la nature des connaissances en jeu et des niveaux de classe concernés. Ainsi, la notion mathématique peut être « technique » (techniques opératoires), plus conceptuelle, mobilisant une grande variété de connaissances (résolution de problèmes) ou encore se situer entre ces deux niveaux (nombres décimaux). De plus, elle peut se situer plutôt en début (techniques opératoires de l'addition et la soustraction) ou en fin de *curricula* (nombres décimaux), voire couvrir l'ensemble du primaire (résolution de problèmes).

Les manuels et guides d'utilisation que nous avons retenus pour notre étude sont ceux de la collection éditée par Didactikos en 2022. Nous présentons d'abord l'analyse globale des manuels puis chacune des études locales.

B. Analyse globale des manuels de la collection Didactikos

Une analyse de manuels ne saurait se dispenser d'une étude préliminaire sur la place de ce type d'ouvrages dans la politique éducative du pays considéré. Ainsi dans un premier temps notre but est-il de cerner les **choix politiques en termes de rédaction et de mise à disposition de ces ressources dans les écoles**. Dans un deuxième temps, il s'agit de cibler une collection de manuels de mathématiques présents dans les classes pour procéder à leur analyse et en dégager les **principales caractéristiques**.

Comme indiqué dans l'introduction du présent rapport, la méthodologie que nous adoptons pour cette étude est celle mise en œuvre lors de précédents travaux sur l'analyse de manuels scolaires en France (Mounier & Priolet, 2015 ; Grapin & Mounier, 2018). Toutefois, nous la complétons par un **volet qualitatif** destiné à recueillir des données auprès d'experts du système éducatif au Sénégal. Cela permet d'avoir un aperçu de la politique éducative de ce pays à propos des manuels scolaires, tant pour leur contenu que pour leur diffusion, puis d'ensuite cibler la collection de manuels à étudier plus spécifiquement pour exemplifier la méthodologie que nous mettons en œuvre.

1. Les manuels scolaires au Sénégal et la place des manuels de la collection Didactikos

a. Une politique de choix multiple des manuels scolaires

Des **entretiens de type non directifs** avec Seydou Diop, expert en éducation au Sénégal, nous permettent de mieux cerner les choix du ministère de l'Éducation au Sénégal en ce qui concerne les manuels scolaires.

Suite à l'adoption en 2013 d'une politique de choix multiple des manuels scolaires, différents éditeurs nationaux se sont lancés dans la production de ce type d'ouvrages au Sénégal, tandis qu'auparavant des éditeurs internationaux se partageaient le marché. Tous les manuels sont désormais conçus à partir des trois « **Guides pédagogiques de l'école élémentaire - Curriculum de l'Éducation de Base** » (MEN Sénégal, 2016a, 2016b, 2016c), soit un guide par étape¹. Le CEB², qui répertorie tous les domaines et tous les niveaux d'enseignement, repose sur une approche par compétences ; celle-ci, adoptée dès la réforme des programmes de 1995-1996, est définie comme un « ensemble de savoirs, de savoir-faire et de savoir-être mobilisables dans l'accomplissement d'une tâche » (MEN Sénégal, 2016c, p. 5). Les enjeux, les choix pédagogiques et didactiques, les contenus à enseigner et leur planification par semaine sont indiqués dans les guides pédagogiques. Ces derniers ont été élaborés « grâce à l'appui du Canada, par un groupe d'inspecteurs du ministère sous la coordination du Secrétariat Technique Permanent » (MEN Sénégal, 2016a, 2016b, 2016c). Ils constituent le *vade-mecum* des auteurs de manuels. Ils se veulent être aussi des outils de formation à l'attention des enseignants.

Compte tenu de l'organisation de la scolarité en trois étapes (voir *supra*), chaque éditeur intéressé par la publication de manuels se voit dans l'obligation de soumettre un ensemble didactique comprenant :

- Le manuel de la première année de l'étape (par exemple le CM1) ;
- Le manuel de la deuxième année de l'étape (CM2 dans le cas présent) ;
- Un guide d'utilisation des deux manuels, destiné à l'enseignant.

La continuité entre les deux années constitutives de l'étape est ainsi requise dès lors qu'un certain nombre de paliers étudiés en première année de l'étape doivent être complétés en deuxième année ; ainsi, l'ensemble des paliers de l'étape considérée est couvert. Il est également exigé des éditeurs le respect de consignes liées au nombre de pages des manuels (en fonction de l'âge des élèves). Chaque éditeur a la possibilité de soumettre un projet pour un seul ou pour plusieurs domaines d'enseignement ; il a la liberté d'opter pour une présentation sous la forme d'une page ou d'une double-page.

Les manuels, une fois soumis par les auteurs, font l'objet d'une **évaluation en deux phases** : dans un premier temps, une évaluation de la conformité du manuel au programme et au respect de l'approche par compétences qui constitue le fondement du CEB en vigueur, et, dans un second temps, une évaluation de la pertinence (uniquement pour les manuels ayant franchi la première phase de l'évaluation).

C'est le **ministère de l'Éducation nationale qui finance les manuels pour les écoles publiques**. Les écoles privées achètent les manuels par leurs propres moyens.

¹ La scolarité élémentaire au Sénégal est organisée en trois étapes : l'étape 1 regroupe les niveaux CI et CP, l'étape 2 les niveaux CE1 et CE2 et enfin l'étape 3 les niveaux CM1 et CM2.

² Nous utilisons l'acronyme CEB pour désigner ce *Curriculum de l'Éducation de Base*.

b. La place de la collection de manuels scolaires Didactikos

Didactikos n'est pas le seul éditeur présent sur le marché de l'édition scolaire au Sénégal ; cependant, les données transmises par Seydou Diop révèlent que pour le domaine des mathématiques et pour l'année scolaire 2021-2022, les manuels de la collection Didactikos de l'étape 1 (CI-CP) sont les plus disponibles dans 51 (sur 59) Inspections de l'éducation et de la formation (voir Annexe 1). C'est donc sur les manuels de mathématiques de l'éditeur Didactikos que porte notre étude.

Nous choisissons de définir comme objet d'analyse les **six manuels scolaires de mathématiques de l'éditeur Didactikos**³, mis à notre disposition et destinés aux élèves scolarisés au Sénégal au Cours d'initiation (CI), au Cours préparatoire (CP), au Cours élémentaire 1^{re} année (CE1), au Cours élémentaire 2^e année (CE2), au Cours Moyen 1^{re} année (CM1) et au Cours Moyen 2^e année (CM2). En lien avec cette collection des six manuels destinés aux élèves, nous nous référons également aux trois guides intitulés chacun « Guide d'utilisation des manuels » qui leur sont associés et qui sont destinés aux enseignants. Il existe un guide d'utilisation par étape, renvoyant aux deux manuels de l'étape. Dans le but d'étudier la conformité avec le CEB, nous faisons aussi référence aux trois « Guides pédagogiques de l'école élémentaire – Curriculum de l'Éducation de Base » (MEN Sénégal, 2016a, 2016b, 2016c).

Nous nous **intéressons à l'objet-livre en trois temps** : nous analysons d'abord les aspects visibles, avec des indices immédiatement perceptibles qui caractérisent souvent une collection et qui sont présents sur la couverture ou les premières pages. Il s'ensuit une comparaison de la structure générale des différents manuels de la collection, en observant notamment le synopsis et la répartition des champs d'activités⁴ dans chacun des ouvrages. Cette phase globale se termine par l'analyse de la structuration des doubles-pages, en prenant pour repères des indices de présentation visibles permettant d'émettre des hypothèses sur la place des savoirs en jeu notamment à partir des activités de découverte, des exercices et des textes d'institutionnalisation des savoirs.

2. Analyse des indices immédiatement perceptibles

a. Les couvertures des manuels de la collection (Figure 1)

Des **points communs sont identifiés au niveau de la charte graphique** : titre (« MATHÉMATIQUES »), année de scolarité concernée, étape et niveau, mention de la conformité au guide pédagogique, année d'édition, auteurs, champs d'activités, maison d'édition, nombre total d'exercices, illustrations (lesquelles sont composées d'enfants en train de réaliser en classe une activité mathématique, avec des instruments de géométrie, de mesure ou de numération). Nous notons la présence d'un tableau mural à craie sur cinq pages de couverture parmi les six. De façon systématique, nous relevons la présence de filles et de garçons, d'une graine ou d'un fruit et, en filigrane, de cinq éléments renvoyant à la culture du Sénégal et identiques sur les six couvertures. Les six manuels ont une

³ Dans le présent rapport, nous nous référons à la collection éditée entre 2019 et 2022.

⁴ En reprenant ici le terme « activité » utilisé par les auteurs de la collection.

couverture souple. La quatrième de couverture est composée des reproductions des couvertures des six manuels de la collection.

Figure 1. Pages des six couvertures des manuels de mathématiques Didactikos



Ce qu'il faut retenir (1)

Les premiers indices, globaux, issus de l'observation des couvertures des six manuels étudiés conduisent à penser à une **continuité au fil des années**, en s'appuyant sur le Curriculum de l'Éducation de Base (MEN Sénégal, 2016a, 2016b, 2016c), en prenant en compte le contexte du Sénégal, et en mettant en place une activité mathématique, avec des instruments de géométrie, de mesure ou de numération.

b. Le poids des manuels de la collection (Tableau 1)

Le poids des manuels n'est pas proportionnel au nombre de pages, en raison du grammage du papier plus faible pour les deux ouvrages de CM. Avec leur couverture souple, **les manuels restent assez légers**, avec un poids ne dépassant guère les 400 g (de 330 g au CP à 405 g au CM2) permettant ainsi à l'élève de transporter plus aisément le manuel.

Tableau 1. Poids des six manuels de mathématiques Didactikos

Niveau	CI	CP	CE1	CE2	CM1	CM2
Poids du manuel	383 g	339 g	368 g	368 g	362 g	405 g
Nombre de pages	172	152	164	164	232	264

c. Les équipes impliquées dans l'élaboration des manuels de la collection (Tableau 2)

Les noms (affichés en pages de couverture) révèlent :

- Une **stabilité des auteurs sur les trois premières années** (totale pour CI, CP et CE1) ainsi que sur les deux dernières années (CM1 et CM2, avec sept auteurs en commun) ;
- Une **rupture sur l'année de CE2** concernant les auteurs impliqués ;
- Une **variabilité du nombre** d'auteurs : de 3 (du CI au CE2) à 11 (CM1) ;
- Un total de **19 auteurs différents** pour les six années sur les 33 mentions d'auteurs (par exemple, un auteur est impliqué dans les six manuels de la collection) ;
- Une **majorité d'auteurs masculins** : 16 auteurs sur les 19 sont des hommes. L'une des trois femmes est présente pour les trois manuels CI, CP, CE1, et les deux autres pour le manuel de CM1.

Tableau 2. Composition des équipes impliquées dans l'élaboration des manuels de la collection

			CI	CP	CE1	CE2	CM1	CM2
Auteurs	Effectif total		3	3	3	3	11	10
	<i>Fonctions</i>	Directeur·rice	1	1	1	2	7	6
		Instituteur·rice	2	2	2	1	2	2
		Assistant·e d'édition					1	1
		Professeur·e d'éducation artistique					1	1
Avec la collaboration de	Effectif total		7	7	3	3	2	2
	<i>Fonctions</i>	Directeur·rice	4	4	2	1		
		Instituteur·rice			1	2		
		Assistant·e d'édition	1	1			1	1
		Professeur d'éducation artistique	1	1				
		Sociologue	1	1				
		Formateur·rice à la Direction de la formation et de la communication (MEN)					1	1
Réviseurs pédagogiques	<i>Fonctions</i>	Inspecteur·rice de l'éducation et de la formation			1	1	1	1
		Inspecteur·rice de l'enseignement élémentaire	1	1			1	1
Illustrateurs	<i>Fonctions</i>	Professeur·e d'éducation artistique	1	1	1		1	1
		Artiste plasticien graphiste	5	5	2	3	3	3
Infographistes	<i>Fonctions</i>	Graphiste	3	5	2	1	5	5

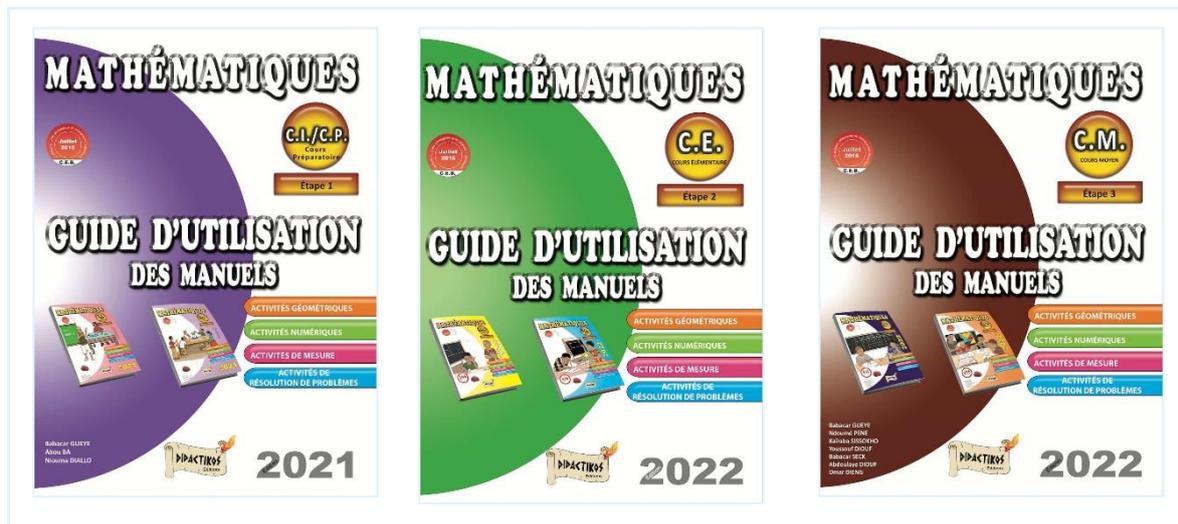
Les listes des équipes (affichées en début et/ou en fin de manuel) révèlent quant à elles :

- Une **stabilité dans la composition globale**, avec pour chacun des six manuels : auteurs, collaborateurs, réviseurs pédagogiques, illustrateurs, infographistes. Certains auteurs deviennent parfois collaborateurs l'année suivante et inversement, par exemple entre CE1 et CE2 ;
- Des **auteurs pour la plupart instituteurs** (7 sur 19 auteurs) ou **directeurs d'écoles** (10 sur 19 auteurs). La liste des collaborateurs pour les manuels de CM1 et de CM2 comprend un formateur. Pour l'ensemble des auteurs de cette collection Didactikos, seuls les grades ou fonctions sont mentionnés (instituteur, directeur, etc.). Cette forme de présentation des auteurs ne permet pas d'identifier de spécialités comme la didactique des mathématiques, la psychologie, etc. Les données ne nous permettent pas non plus de repérer la présence d'universitaires, ni de professeurs de mathématiques ou de conseillers pédagogiques, tandis que parfois, dans d'autres contextes, ces fonctions ou spécialités sont mentionnées (voir Annexe 2) ;
- Deux **inspecteurs** en qualité de réviseurs pédagogiques ;
- Des **illustrateurs et infographistes** pour chaque manuel (les mêmes souvent impliqués pour illustrer différents manuels de la collection).

d. Les guides d'utilisation des manuels

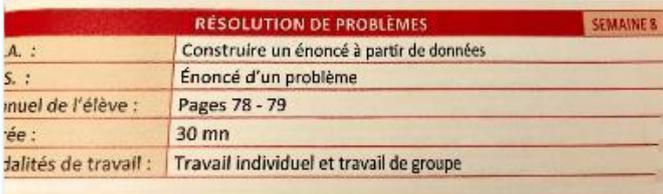
Un guide a été élaboré pour chacune des trois étapes.

Figure 2. Guide d'utilisation des manuels



Sur chaque couverture de guide d'utilisation des manuels (Figure 2) sont insérées les couvertures des deux manuels de l'étape concernée. Malgré ce **lien affiché entre les deux manuels et leur guide d'utilisation**, nous notons **quelques points de divergence**. Par exemple, le guide d'utilisation concernant l'étape 2 (Didactikos Guide CE, 2022) se base sur une planification par semaine tandis que les deux manuels de l'étape 2 sont structurés par champ (Annexe 3) ; il apparaît aussi que le guide d'utilisation renvoie parfois à des numéros de pages différents de ceux des deux manuels de l'étape (Tableau 3).

Tableau 3. Exemple de comparaison guide / manuel

<p>Guide d'utilisation, étape 2, partie CE2 (Didactikos Guide CE, 2022, p. 133)</p>	
<p>Manuel CE2 (Didactikos Manuel CE2, 2022, p. 78 – 79)</p>	<p>Activités numériques. Découvrir les nombres décimaux simples</p>

3. Structure générale des manuels de la collection

a. Synopsis des manuels de la collection (Tableau 4)

Le nombre total de pages varie entre 152 (CP) et 264 (CM2), cette variation pouvant être imputée au nombre⁵ de pages d'activités⁶. Globalement, **la même structuration se retrouve pour chaque ouvrage du CI au CM2** avec :

- Une page comportant la liste de tous les **contributeurs au manuel**. Dans cette page, à partir du CE1, figure un encadré destiné à recueillir les informations personnelles de l'élève (nom, établissement, âge, groupe sanguin, numéro d'un contact en cas d'urgence) ;
- Un **avant-propos** signé des auteurs rappelant la prise en compte du CEB avec la déclinaison *Compétence de base* → *Paliers* → *Objectifs d'apprentissage* → *Objectifs spécifiques / Contenus* :
 - Les **quatre champs d'activités sont nommés**. Les auteurs rappellent les deux grandes phases visant à installer les compétences selon ce qu'ils nomment « la pédagogie de l'intégration » (voir *infra*) : la **phase des apprentissages ponctuels** (à travers les activités dans les différents

⁵ Dont deux pages blanches en fin de manuels de CI, CP, CE1 et CE2.

⁶ En reprenant ici le terme « activité » utilisé par les auteurs des manuels de la collection.

champs) et la **phase de l'intégration** (à la fin de chaque palier dans chaque champ) ;

- La **structuration de chaque double-page** (« leçon », pour reprendre la terminologie employée⁷ par les auteurs) est indiquée, en présentant successivement le contenu de chacune des rubriques correspondant à la phase des apprentissages ponctuels : « Je découvre », « Je réfléchis », « Je retiens », « J'agis » ;
 - À l'instar de la présentation de cette phase des apprentissages ponctuels, un paragraphe est dédié à « la **phase des apprentissages de l'intégration** ». Par exemple, il est indiqué que cette phase « occupe une place de choix dans ce manuel. Elle est présentée sous forme de situations significatives d'intégration tenant compte du vécu de l'élève et permettant de mobiliser à bon escient les ressources déjà acquises » (Didactikos Manuel CE2, 2022, p. 3). En revanche, tant dans les avant-propos des manuels que dans ceux des guides d'utilisation, nous relevons **peu de références théoriques**⁸.
- Une **table des matières** mettant en exergue les objectifs spécifiques de chaque double-page ainsi que les activités d'évaluation et d'intégration. Les paliers et les semaines (à l'exception des deux manuels de l'étape 2) sont indiqués ;
 - Un sommaire ;
 - Une **présentation de la démarche** montrant le rôle des différentes parties de la double-page pour l'élève : « Cette phase permet à l'apprenant de ... » (Didactikos Manuel CM1, 2022, p. 5). Dans le manuel CI, une page est dédiée à l'intégration interdisciplinaire ;
 - Une **présentation des pictogrammes** (personnages, modalités de travail – travail de groupe -, consignes d'actions) ;
 - Les **pages d'activités** dans lesquelles on retrouve la même structuration d'année en année (voir *supra*).

⁷ Voir par exemple l'avant-propos du manuel de CE2 (Didactikos Manuel CE2, 2022, p. 2).

⁸ Une référence à Louis Legrand est faite au sein du guide d'utilisation des manuels de CM (Didactikos Guide CM, 2022, p. 35 et 37). Il faut aller chercher dans les documents du ministère (MEN Sénégal, 2016a, 2016b, 2016c) pour trouver des références aux chercheurs De Ketele et Roegiers.

Tableau 4. Synopsis des manuels de la collection

	CI	CP	CE1	CE2	CM1	CM2
Couverture	1	1	1	1	1	1
Liste des contributeurs et informations	1	1	1	1	1	1
Page blanche	1	1	0	0	0,5	0,5
Avant-propos	1	1	2	2	0,5	0,5
Table des matières	3,5	3	3,5	3	4	4
Sommaire	0,5	1	0,5	1	0	0
Présentation de la démarche	2	2	0	0	2	2
Présentation des pictogrammes	1	1	0	0	2	2
Présentation des personnages	1	1	0	0	0	0
Nom des contributeurs (<i>fin du manuel</i>)	1	1	1	1	1	1
Nombre de pages d'activités	158	138	146	146	220	252
Nombre de pages intercalaires	1	1	9	9	0	0
Nombre total de pages du manuel	172	152	164	164	232	264

Lecture : l'unité de comptage est la page de manuel.

b. Répartition des champs d'activités

Le Tableau 5 présente, pour chaque manuel, un extrait de la succession des doubles-pages d'activités (pour l'ensemble de l'année scolaire, voir l'Annexe 3).

Tableau 5. Extrait de la répartition des champs d'activités

CI	CP	CE1	CE2	CM1	CM2
AG	AG	AG	AG	AG	AG
AN	AN	AG	AG	AN	AN
AM	AN	AG	AG	AN	AM
RP	AM	AG	AG	AM	AM
AG	RP	AG	AG	AM	RP
AN	AG	AG	AG	RP	AG
AM	AN	AG	AG	AG	AN
RP	AN	AG	AG	AN	AM
AG	AM	AG	AG	AN	AM
AN	RP	AG	AG	AM	RP
AM	AG	AG	AG	AM	AG
RP	AN	AG	AG	RP	AN
AG	AN	AG	AG	AG	AM
AN	AM	AN	AG	AN	AM
AM	RP	AN	AG	AN	RP
RP	AG	AN	AG	AM	AG
AG	AN	AN	AG	AM	AN
AN	AN	AN	AN	AN	AM

Lecture : l'unité retenue pour l'analyse est la double-page.

AN	Activité numérique
AM	Activité de mesure
AG	Activité géométrique
RP	Résolution de problèmes

Pour les étapes 1 et 3 (CI, CP, CM1 et CM2), les auteurs ont adopté une **organisation par semaine**. Ils ont ainsi prévu le déroulement chronologique des « leçons » du début à la fin du manuel, avec au fil de chaque semaine une alternance d'activités des différents champs.

Pour l'étape 2 (CE1 et CE2), les auteurs ont opté pour une **organisation des manuels par champ d'activités**, regroupant ainsi d'abord toutes les activités de géométrie, puis les activités numériques, puis celles de mesure, et enfin celles de résolution de problèmes,

semblant laisser à la charge de l'enseignant le choix de la planification annuelle et le choix du rythme des séances. Les auteurs de cette étape semblent ainsi s'être démarqués de la forme de planification par semaine – autrement dite linéaire – proposée dans le CEB pour l'étape 2 (MEN Sénégal, 2016b, p. 151-159 ; p. 160-171). De façon paradoxale, la consultation du guide d'utilisation des manuels de l'étape 2 révèle pour chacun de ces deux niveaux – CE1 et CE2 – la présence d'un **guidage de l'enseignant par semaine**, faisant alterner des doubles-pages des différents champs d'activités (Didactikos Guide CE, 2022). Un entretien avec les auteurs pourrait permettre pour cette étape 2 de mieux comprendre ces divergences entre les deux ressources – guide d'utilisation des manuels et manuels – pourtant toutes estampillées « édition 2022 ».

S'agissant de la **progression**, pour chacun des six manuels, la première double-page d'activité relève du champ de la géométrie. Pour les quatre manuels à organisation linéaire par semaine, deux ou trois doubles-pages d'activités d'un même champ se suivent parfois. Par exemple, en CI ou en CM1, on compte trois doubles-pages successives d'activités de résolution de problèmes ; en CM2, on compte trois doubles-pages successives d'activités de mesure.

Globalement, le **nombre de pages s'accroît en fonction des étapes**, de 150 pour le CP à 264 pour le CM2 (cf. *supra*).

Ce qu'il faut retenir (2)

La **collection des manuels** de mathématiques (Didactikos, 2022) destinés aux élèves de 5 à 11 ans de l'école élémentaire au Sénégal s'appuie sur **l'organisation en trois étapes** de la scolarité élémentaire. Elle se compose ainsi de six manuels : deux pour l'étape 1 (CI, CP), deux pour l'étape 2 (CE1, CE2) et deux pour l'étape 3 (CM1, CM2). Trois « **guides d'utilisation des manuels** » – un par étape – accompagnent cet ensemble pour lesquels des **points de non-concordance** entre manuel et guide d'utilisation ont parfois été repérés.

Les **équipes d'auteurs** sont composées de directeurs d'écoles et d'instituteurs ; leur **constitution est stable** pour les trois premières années (stabilité totale pour manuels de CI, CP et CE1) ainsi que pour les deux dernières années (manuels de CM1 et CM2, avec sept auteurs en commun). En revanche, l'effectif de l'équipe varie selon les années de scolarité, allant de 3 auteurs pour les manuels du CI au CE2 jusqu'à 11 pour le manuel de CM1. Un seul auteur parmi les 19 identifiés a été impliqué – en tant qu'auteur – dans les six manuels de la collection. Trois femmes seulement figurent parmi ces 19 auteurs.

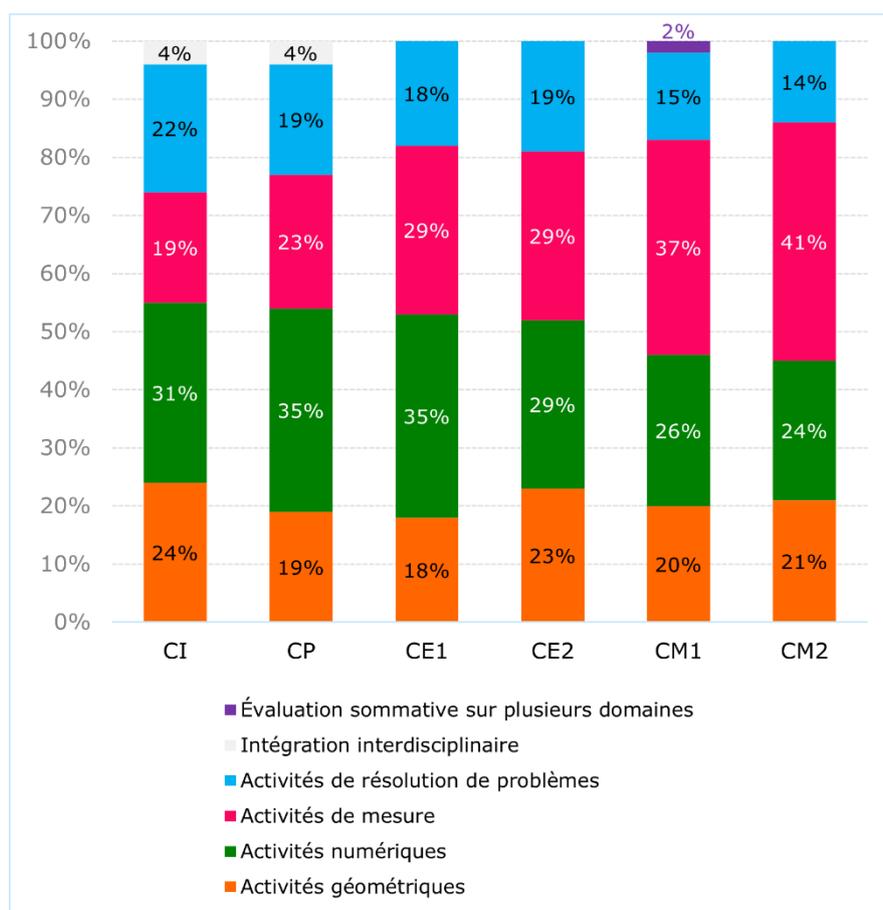
Les avant-propos des manuels mentionnent la volonté des auteurs de prendre en compte le CEB (MEN Sénégal, 2016a, 2016b, 2016c) basé sur « **une approche par compétences** » en adoptant le développement « *Compétence de base* → *Paliers* → *Objectifs d'apprentissage* → *Objectifs spécifiques / Contenus* » et en faisant le choix de la « pédagogie de l'intégration » définie dans le CEB (*ibid.*). Deux grandes phases visent à installer les compétences : la **phase des apprentissages ponctuels** (à travers les activités dans les différents champs) et la **phase de l'intégration** (à la fin de chaque palier dans chaque champ).

Au-delà de ces fondements et au-delà de l'apparence qui suggère une homogénéité, **les six manuels diffèrent quant à la répartition annuelle des activités**, puisque pour quatre d'entre eux (CI, CP, CM1, CM2), les auteurs ont opté pour une **organisation par semaine**, et, pour les deux autres (CE1, CE2), pour une **organisation par champ d'activités**.

c. Nombre de doubles-pages dédiées à chacun des champs d'activités

La Figure 3 permet de visualiser et de comparer les répartitions des différents champs d'activités au fil des années (pour le détail du nombre de doubles-pages par manuel, voir l'Annexe 4).

Figure 3. Répartition des champs d'activités suivant les années



Lecture : 24 % des doubles-pages du manuel de CI sont dédiées aux activités géométriques.

Note : Dans les double-pages d' « activités » d'un champ donné, nous incluons les doubles-pages dédiées aux évaluations, dès lors que les auteurs les ont mentionnées dans le champ considéré.

Sur le total des doubles-pages des six manuels de la collection, **les activités de mesure dominant**. Leur pourcentage de présence augmente au fil des années. Au CM2, le champ « Activités de mesure » occupe presque la moitié des doubles-pages du manuel. *A contrario*, le nombre de doubles-pages dédiées aux **activités de résolution de problèmes** décroît entre le CI et le CM2. Sur l'ensemble des six années, le pourcentage n'est que de 18 %, et, au CM2, il baisse à 14 %. Ces données interrogent et renvoient à la nécessité d'une analyse plus fine des activités proposées en résolution de problèmes (voir *infra*). Les doubles-pages dédiées aux **activités numériques** prédominent pour les trois premières années de scolarisation, alors que leur pourcentage diminue progressivement du CE2 au CM2, ce qui conduira à recourir à une analyse plus fine concernant notamment la place réservée aux nombres décimaux (voir *infra*). Quant aux doubles-pages dédiées aux **activités géométriques**, leur pourcentage varie entre 18 % (CE1) et 24 % en CI.

On relève des **similitudes entre années** :

- Entre CP et CE1, les doubles-pages d'activités numériques prédominent ;
- Entre CM1 et CM2, la répartition des doubles-pages est quasiment identique ; on note pour les deux années la prédominance des doubles-pages d'activités de mesure. Le poids des doubles-pages intitulées « résolution de problèmes » est le moins élevé comparé aux autres champs.

d. Répartition des paliers par étape et par activité

Le CEB introduit et définit la notion de « **paliers** » comme « niveaux intermédiaires de contenus, d'activités et de situations dans le processus d'installation de la compétence ». (MEN Sénégal, 2016a, 2016b, 2016c).

La Figure 4 révèle comment les auteurs des manuels ont organisé pour chacune des trois étapes la planification des activités des différents champs tout en prenant en compte les paliers. Les couleurs attribuées aux différents champs ont été reprises, avec une alternance plus ou moins foncée selon les paliers pour favoriser la lisibilité.

Figure 4. Activités dans les quatre champs et paliers (par étape)



Lecture : un trait rouge vertical est utilisé comme séparateur entre les deux années de chaque étape.

- AG : activités géométriques
- AN : activités numériques
- AM : activités de mesure
- RP : activités de résolution de problèmes

Le **nombre de paliers varie selon le champ et l'année**. Par exemple, l'étape 1 comporte 5 paliers pour le champ de la géométrie et pour celui de la résolution de problèmes (avec, pour chaque année, 3 paliers au CI *versus* 2 paliers au CP), 6 pour le champ de la numération et pour celui de la mesure (avec, pour chaque année, 3 paliers au CI *versus* 3 paliers au CP). Le nombre de paliers par champ est variable selon les années : pour l'étape 2, le champ de la géométrie ne comporte plus que 4 paliers, tandis que pour l'étape 3, il passe à 6 paliers. Ces **répartitions sont en conformité** avec celles indiquées dans le CEB (*ibid.*).

e. Place des activités d'évaluation, d'intégration et de remédiation

Place des activités d'évaluation

Au total, sur l'ensemble de la collection des manuels de mathématiques Didactikos, ce sont **73 plages⁹ qui sont dédiées à l'évaluation**, autrement dit 73 pages ou doubles-pages qui comportent l'intitulé « évaluation » (évaluation soit formative, soit sommative¹⁰). Ces plages concernent tous les niveaux.

Leur **nombre varie selon les niveaux**, avec au minimum 9 plages au CE2 et au maximum 15 plages au CM2. La place réservée à l'évaluation dans chacun des manuels est détaillée en Annexe 4.

Même si elles sont mises en exergue dans les tables des matières, ces **pages sont rattachées¹¹ à des types d'activités** dont le bandeau est repris en bordure de ces pages ou doubles-pages dédiées à l'évaluation. C'est la raison pour laquelle, d'un point de vue méthodologique, nous avons fait le choix de les inclure dans les pages dédiées au champ considéré.

Pour chacune des années de la scolarité, on relève des **pages d'« évaluation formative »** pour chaque palier de chaque champ d'activités, avec :

- Une **auto-évaluation** comportant un corrigé dissocié ;
- Des « **situations d'intégration** » conçues et organisées de manière progressive, afin de conduire finalement les élèves à résoudre les situations « sans aucune assistance ».

Place des « situations d'intégration » (Tableau 6 et Tableau 7)

Pour chacune des trois étapes de la scolarité primaire, le CEB met l'accent sur le rôle majeur du **concept d'intégration** dans le cadre d'une approche par compétences :

*La pédagogie de l'intégration repose sur la mise en place d'un processus d'apprentissage qui ne se résume pas à une simple accumulation de savoirs, savoir-être et savoir-faire. La pédagogie de l'intégration met l'accent également sur la **mobilisation de l'ensemble de ces savoirs dans un contexte donné pour résoudre des situations-problèmes qui ont du sens pour l'élève** (MEN Sénégal, 2016a, p. 20 – c'est nous qui soulignons).*

⁹ Nous entendons par « plage » un espace spécifiquement dédié à l'évaluation et comprenant le terme « évaluation » dans son titre. Selon les manuels considérés, il peut s'agir d'une page ou d'une double-page.

¹⁰ Traditionnellement, l'évaluation formative est proposée au cours de la séquence et elle permet à l'enseignant de réguler son enseignement en fonction des apprentissages de ses élèves. L'évaluation sommative est proposée à la fin de l'enseignement et elle dresse un bilan des connaissances des élèves.

¹¹ À l'exception des pages 218 à 221 du manuel de CM1 (cf. Annexe 3) qui portent un bandeau latéral intitulé « évaluation sommative ».

Tableau 6. Nombre d'occurrences du mot « Intégration » suivant les années

Niveau	CI	CP	CE1	CE2	CM1	CM2
« Intégration » : nombre d'occurrences	27	25	55	51	64	39

Le terme « **intégration** » apparaît dans chacun des manuels avec au total 261 occurrences sur l'ensemble de la collection des six manuels ; c'est dire l'importance accordée à ce concept d'intégration.

L'intégration est mise en œuvre dans les « situations d'intégration » présentes dans les doubles-pages spécifiques, dans chacun des quatre champs d'activités. On retrouve aussi ce concept d'intégration dans les pages d'« intégration interdisciplinaire » pour les manuels de CI et de CP.

Tableau 7. Place de l'intégration au CI et au CP

Niveau	Intitulé	Place dans le manuel
CI	Intégration interdisciplinaire	3 pages (3 doubles-pages ; une par palier) Organisation : 1 page contexte + 1 page consignes
CP		3 pages (3 doubles-pages ; une par palier) Organisation : 1 page ½ contexte + 1 page ½ consignes

Ce qu'il faut retenir (3)

Sur le total des doubles-pages des six manuels de la collection, celles dédiées au **champ des activités numériques** sont les plus nombreuses. Elles prédominent pour les trois premières années de scolarisation, alors que leur pourcentage diminue progressivement du CE2 au CM2 ; cela conduira à recourir à une analyse plus fine concernant notamment la **place réservée aux nombres décimaux** (voir *infra*) au cours de ces trois dernières années de l'école élémentaire.

Le nombre de pages dédiées au **champ des activités de mesure** augmente au fil des années. Au CM2, celles-ci occupent presque la moitié des doubles-pages du manuel. *A contrario*, le nombre de doubles-pages dédiées aux activités de résolution de problèmes décroît entre le CI et le CM2. Sur l'ensemble des six années, le pourcentage n'est que de 18 %, et, au CM2, il baisse à 14 %. Ces données interrogent et renvoient là encore à la nécessité d'une analyse plus fine des **activités proposées en résolution de problèmes** (voir *infra*).

L'évaluation occupe une place privilégiée dans les six manuels analysés avec, sur l'ensemble de la collection Didactikos, 73 pages ou doubles-pages qui comportent l'intitulé « évaluation » (formative ou sommative). Enfin, le concept **d'intégration** développé dans le CEB est largement repris par les auteurs des six manuels, à travers notamment des « situations d'intégration ».

4. Organisation des doubles-pages

a. L'apparence de la double-page

Selon Remillard (2010), l'apparence réfère aux **aspects visuels, de surface**, autrement dit, à ce que l'on voit.

Figure 5. Apparence de la double-page



Dans l'avant-propos et dans la présentation de la démarche au début de chaque ouvrage (voir *supra*), les auteurs rappellent que **les manuels répondent aux exigences de l'entrée par les compétences**. Au début de chaque double-page, sont ainsi mentionnés le **palier** (Palier N, avec N variant de 1 à 6 selon les étapes), **l'objectif d'apprentissage** (O.A.) et **l'objectif spécifique** (O.S.).

Pour les six manuels analysés, nous retrouvons, de manuel en manuel, et de page en page, une **apparence quasi identique** (Figure 5) pour chaque double-page du CI au CM2, avec un même habillage (charte graphique, organisation des deux pages en vis-à-vis), avec des couleurs identiques par champ d'activités. Des personnages interviennent pour donner des consignes ou pour signaler les savoirs à retenir ; un « univers » est reconnaissable, avec les mêmes personnages du CI au CM2, qui évoluent dans le contexte du Sénégal, sans toutefois changer d'aspect au fil des années. On retrouve au fil des pages des personnages (fille et garçon) dans la vie quotidienne ; certains sont parfois en situation de handicap.

b. La place des savoirs dans les doubles-pages

À l'exception des doubles-pages d'activités numériques qui comportent une activité ritualisée de calcul mental, chaque double-page est organisée en quatre rubriques : « **Je découvre** », « **Je réfléchis** », « **Je retiens** », « **J'agis** ».

Les titres liés à cette organisation peuvent faire penser au **dispositif « problème – compréhension – application »** (Rey, 2001, p. 31 – 35), où l'élève, à partir d'une action, au sens de « manipulation d'objets » matériels mais aussi conceptuels, est amené à résoudre un problème. Dans la double-page, cette phase est suivie de la mise en forme du savoir dans un pavé encadré. La rubrique « J'agis » contenant des exercices occupe la page de droite. Elle contient parfois une sous-rubrique à dominante ludique intitulée « Jouons

un peu ». Des investigations complémentaires sont ainsi nécessaires pour analyser plus finement chacune de ces rubriques et ainsi étudier si celles-ci renvoient effectivement à ce modèle de Rey. Ces investigations s'inscriront ainsi en filigrane de nos trois analyses « locales »¹² (voir *infra*).

Au-delà de l'apparence de la double-page, nous nous interrogeons quant à la place des savoirs ; autrement dit, nous nous demandons comment est introduit un savoir nouveau. L'élève est-il amené à mobiliser des savoirs anciens avant la découverte de ce savoir nouveau ? Avec la rubrique « J'agis » qui succède à celle intitulée « Je retiens », l'élève est-il amené à mobiliser un autre savoir que celui en lien avec le savoir nouveau institutionnalisé dans le « Je retiens » ?

Ce sont autant d'interrogations qui renvoient à la place des savoirs et au « format » des doubles-pages. À l'exception des doubles-pages concernant les activités d'évaluation, d'intégration et/ou de remédiation, les six manuels proposent directement des textes de savoir disponibles pour l'élève dans la double-page, et ce dans la rubrique « Je retiens ».

Il semble qu'il y ait un **découpage, toujours le même**, comprenant :

- Des **activités** (rubriques « Je découvre » et « Je réfléchis ») qui précèdent le savoir nouveau et qui mettent en jeu, éventuellement, un savoir ancien ;
- Un **texte de savoir** (rubrique « Je retiens ») ayant potentiellement valeur d'institutionnalisation du savoir nouveau ;
- Des **exercices** (rubrique « J'agis ») qui permettent de réinvestir le savoir nouveau, éventuellement avec des savoirs anciens.

Des analyses locales devraient nous permettre de valider ou non cette hypothèse (voir analyses locales *infra*).

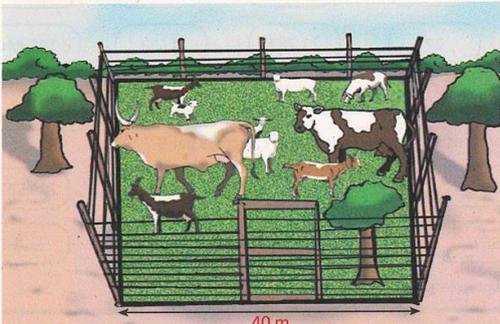
Au CM, le terme « contexte » est toujours présent dans la rubrique « Je découvre ». Il est suivi d'un texte et d'une image décrivant la situation, puis d'une consigne. Nous notons que ces images sont effectivement en étroite relation avec le contexte du pays. On peut y voir par exemple des enfants du Sénégal jouant au ludo, installés sur un tapis en plein air (Didactikos Manuel CM1, 2022, p. 166), des personnages puisant de l'eau dans un puits (Didactikos Manuel CI, 2022, p. 42) ou encore des actions de plantations de filaos et de flamboyants (Didactikos Manuel CP, 2022, p. 44). Les images traduisent ainsi le **souci des auteurs de prendre en compte le contexte du Sénégal**. Nous remarquons que certaines représentations iconiques – schémas notamment – présentes dans le CEB n'ont pas été reprises dans les manuels et nous nous demandons dans quelle mesure les élèves sont amenés à **mettre en relation différents registres de représentation** au sens de Duval (1996 – voir note 46 p. 71). Nous reviendrons sur ce questionnement dans la partie concernant l'analyse locale sur l'enseignement-apprentissage des nombres décimaux (voir *infra*).

¹² Pour rappel, nos trois analyses « locales » dans les manuels de mathématiques Didactikos sont les suivantes : analyse des techniques opératoires aux CI, CP, CE1 ; analyse de l'introduction et de la place des nombres décimaux aux CE2, CM1, CM2 ; résolution de problèmes au CM2.

Figure 6. Extrait de manuel scolaire (CM1)

Je découvre

Contexte : Ta sœur est la présidente d'un groupement de promotion féminine. Elle te sollicite pour calculer la longueur de la clôture de leur enclos carré de 40 m de côté. Quelle est la longueur de la clôture ?



40 m

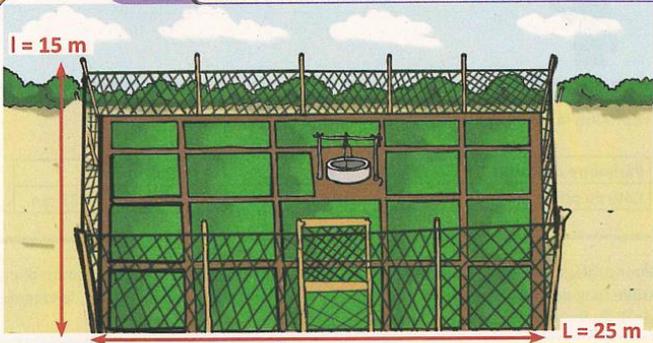
Consigne : Tu trouves la longueur de la clôture.

Source : Didactikos Manuel CM1, 2022, p. 30.

Figure 7. Extrait de manuel scolaire (CM1)

Je découvre

Contexte : L'amicale des retraités de ta localité veut clôturer son verger qui a la forme d'un rectangle, comme l'indique l'image. Elle te charge de lui calculer la longueur à clôturer.



$l = 15 \text{ m}$

$L = 25 \text{ m}$

Consigne : Calcule-lui la longueur de la clôture.

Source : Didactikos Manuel CM1, 2022, p. 32.

Au fil des pages des manuels, nous repérons quelques images qui parfois questionnent en termes de représentations mathématiques. La Figure 6 propose une représentation qui évoque une forme trapézoïdale du terrain, alors que l'énoncé indique qu'il s'agit d'un « enclos carré ». La Figure 7 questionne quant à elle l'indication de la largeur (15 m).

c. La place du calcul mental (Tableau 8)

Le calcul mental n'est **pas mentionné dans les tables des matières**. Il apparaît de manière explicite dans des **activités ritualisées** en début de la quasi-totalité des doubles-pages d'activités numériques, sauf au CI où il ne commence qu'en milieu de manuel (Didactikos Manuel CI, 2022, p. 84) et au CM2 où il se termine en page 100. Cependant, le calcul mental peut aussi être mobilisé dans certains calculs.

Tableau 8. Place du calcul mental dans les manuels

Niveau	CI	CP	CE1	CE2	CM1	CM2
Nombre de plages de calcul mental	14	19	24	18	21	8
Nombre total de doubles-pages d'activités	79	69	73	73	110	126
Pourcentage de présence de calcul mental	18 %	28 %	33 %	25 %	19 %	6 %

Nous notons que le calcul mental est **absent des plages d'évaluation**.

Ce qu'il faut retenir (4)

Nous retrouvons, de manuel en manuel et de page en page, une **apparence quasi identique** pour chaque double-page du CI au CM2, avec un même habillage (charte graphique, organisation des deux pages en vis-à-vis) et des couleurs identiques par champ d'activités.

Chaque double-page débute par un titre et un sous-titre mentionnant le palier (Palier N, avec N variant de 1 à 6 selon les étapes), l'objectif d'apprentissage (O.A.) et l'objectif spécifique (O.S.) ; certains éléments, tels que les paliers, font directement écho à « **l'approche par compétences** » **structurant le CEB** et revendiquée clairement par les auteurs des six manuels, à la fois dans les avant-propos des manuels et dans les guides d'utilisation. Hormis ces titres et sous-titres, et à l'exception des doubles-pages d'activités numériques qui comportent une activité ritualisée de calcul mental, il apparaît très lisiblement que chaque **double-page est structurée en quatre rubriques** (« Je découvre », « Je réfléchis », « Je retiens », « J'agis »). **Celles-ci peuvent faire penser au dispositif « problème – compréhension – application »** (Rey, 2001, p. 31 – 35), où l'élève, à partir d'une action, au sens de « manipulation d'objets » matériels mais aussi conceptuels, est amené à résoudre un problème. Dans la rubrique « Je découvre », la présence systématique du terme « contexte » ainsi que les images accompagnant l'énoncé de la tâche traduisent le souci des auteurs de **prendre en compte le contexte du Sénégal et de faciliter la compréhension des élèves**.

La rubrique « Je réfléchis » présente une liste de procédures à mettre en œuvre pour répondre aux questions posées dans la situation de découverte. Cette liste rédigée le plus souvent à la première personne du singulier « J'observe la figure ; Je lis la consigne ... », mais aussi parfois à la première personne du pluriel « Nous lisons le contexte, puis nous observons les images ... ». Cela fait ainsi écho aux théories constructiviste et socioconstructiviste sur lesquelles repose le CEB (MEN Sénégal, 2016a, 2016b, 2016c). Si les rubriques « Je retiens » et « J'agis » semblent respectivement correspondre à **l'institutionnalisation d'un savoir nouveau** (rubrique « Je retiens ») et au « **lieu d'entraînement** » **des connaissances institutionnalisées** (rubrique « J'agis »), rien ne nous permet, dans cette analyse globale, de dire quelles sont les articulations entre savoir nouveau et savoir ancien.

Les images en grande partie liées à la rubrique « Je découvre » questionnent parfois quant à leur **lien avec le contenu mathématique** et à la place réservée dans le manuel aux **changements de registres** de représentation.

5. Éléments de conclusion sur l'analyse globale

L'analyse globale a permis de mieux comprendre l'organisation générale de chaque manuel en révélant les choix effectués par les **auteurs guidés par le CEB** (MEN Sénégal, 2016a, 2016b, 2016c) basé sur « une approche par compétences » et une « pédagogie de l'intégration ». Des **points communs** entre les manuels ont pu être dégagés, notamment concernant l'apparence (Remillard, 2010), avec des titres de rubriques dans chaque double-page pouvant faire penser au dispositif « problème – compréhension – application » (Rey, 2001, p. 31 – 35). Nous avons aussi constaté une certaine **stabilité dans les équipes d'auteurs** pour chacune des étapes. Cependant tous les manuels de la collection ne relèvent **pas d'un même choix de planification des enseignements**, puisque les deux manuels de l'étape 2 reposent sur une organisation par champ tandis que ceux des étapes 1 et 3 sont basés sur une organisation par semaine.

Si cette analyse globale nous a permis de mieux appréhender la collection des six manuels de mathématiques Didactikos et chacun des manuels qui la composent, plusieurs questions nécessitent à présent un traitement plus local, de manière à analyser les contenus et les choix didactiques ayant pu être effectués par les auteurs. L'analyse des doubles-pages renvoie à plusieurs incomplétudes, avec de nouveaux questionnements liés notamment à l'articulation entre les savoirs en jeu. Nous faisons le choix de procéder à trois analyses locales, didactiques, en vue notamment d'analyser plus finement les liens avec le CEB (MEN Sénégal, 2016a, 2016b, 2016c) et avec les guides d'utilisation des manuels (Didactikos Guides, 2022).

Trois études sont proposées dans les sections qui suivent. La première renvoie à l'analyse des techniques opératoires de l'addition et de la soustraction aux CI, CP et CE1, la deuxième à l'analyse de l'introduction et de la place des nombres décimaux aux CE2, CM1 et CM2 et la troisième à la résolution de problèmes au CM2.

C. Première analyse locale : les techniques opératoires de l'addition et de la soustraction aux CI, CP et CE1 dans les manuels de la collection Didactikos

1. Cadre théorique, objectif et méthodologie

L'analyse des techniques opératoires de l'addition et de la soustraction au CI, CP et CE1 a pour objectif de donner à voir certains aspects de son apprentissage et de son enseignement dans les manuels de la collection Didactikos (Didactikos Manuels CI, CP, CE1, 2021-2022). Nous cherchons prioritairement à savoir **quelle organisation didactique est proposée** afin de dégager des contraintes et marges de manœuvre que cela procure pour enseigner. Nous nous basons sur une méthodologie proche de celle utilisée dans Mounier et Priolet (2015), que nous adaptons puisqu'il ne s'agit pas ici de comparer plusieurs collections de manuels scolaires de différents éditeurs mais de faire l'analyse d'une seule collection (voir aussi Grapin & Mounier, 2018).

a. Définition des techniques opératoires

Nous reprenons ici de manière synthétique la définition des techniques opératoires adoptée par Mounier et Priolet (2015, 2016). Le lecteur pourra y trouver des précisions supplémentaires et une bibliographie.

Vergnaud (1986, 1990) nous permet de distinguer le **sens donné aux opérations** (addition et soustraction dans notre cas) et les **techniques opératoires de ces opérations**. De manière schématique, on dira qu'un élève donne du sens aux opérations quand il sait mobiliser l'opération adéquate pour résoudre les problèmes¹³ : il sait par exemple que le résultat de $86 + 29$ permet de répondre à une question concernant le cardinal de la réunion de deux collections de 86 et 29 objets, de l'obtention de l'état final après une transformation positive (j'ai 86 billes, j'en gagne 29, combien en ai-je maintenant ?), etc¹⁴. Il reste cependant à trouver le résultat : c'est là qu'interviennent possiblement les techniques opératoires. Nous allons nous restreindre dans ce rapport aux **techniques opératoires qui demandent d'opérer via un algorithme sur les chiffres des écritures chiffrées des nombres en jeu dans les additions et les soustractions** : nous les noterons TO. Une multitude d'algorithmes et présentations de l'algorithme (nous parlerons de **mise en signes de l'algorithme ou de mise en signes de la TO**) sont envisageables (voir par exemple Guinet, 1978). Nous présentons ici les algorithmes les plus couramment rencontrés dans nos recherches. Ils englobent ceux que nous avons relevés dans les manuels de la collection Didactikos.

Commençons par **l'addition**. Elle peut se présenter ainsi :

$$\begin{array}{r} \mathbf{1} \\ + \quad 8 \quad 6 \\ \quad 2 \quad 9 \\ \hline 1 \quad 1 \quad 5 \end{array}$$

La mise en signes n'est pas toujours celle présentée ci-dessus (Guinet, 1978) : par exemple, la « retenue » 1 peut ne pas être écrite car elle est « retenue » en mémoire. Nous allons considérer les TO dont les principes sous-jacents sont identiques à notre exemple. **La TO se base sur les propriétés de la numération écrite chiffrée** utilisant les dix chiffres de 0 à 9 (Mounier, 2010 ; Tempier, 2013).

¹³ Pour le champ additif et multiplicatif, Vergnaud (1986, 1990) a défini les classes de problèmes de ce champ conceptuel. Pour d'autres précisions, voir l'analyse de ce rapport consacrée à la résolution de problèmes au CM2.

¹⁴ Le CEB (MEN Sénégal, 2016a) nous semble aller dans la même direction en préconisant « l'étude du sens de cette opération, c'est-à-dire, l'application de cette opération à diverses situations » (p. 169).

Focus 1. L'aspect décimal et l'aspect positionnel de la numération écrite chiffrée

La numération écrite chiffrée est un système de signes écrits permettant de désigner tous les nombres entiers (et décimaux) en utilisant seulement dix signes, à savoir les dix chiffres dont la graphie est 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Chaque chiffre peut indiquer un nombre, dont les noms en français sont respectivement zéro, un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf.

Pour les nombres entiers, **le principe décimal** est celui par lequel chaque chiffre renvoie à une unité de numération différente, les unités de numération étant une suite géométrique de premier terme un et de raison dix :

- unité (simple) = un ;
- dix unités (simples) = une dizaine ;
- dix dizaines = une centaine ;
- dix centaines = un millier, etc.

Le principe positionnel est le fait que la position du chiffre dans la suite des chiffres (écrite en ligne) renvoie conventionnellement à une certaine unité de numération : de droite à gauche, il s'agit de l'unité (simple), la dizaine, la centaine, le millier, etc. Ainsi, 3 025 désigne le nombre trois milliers, zéro centaine, deux dizaines, cinq unités (simples).

Dans la technique présentée ci-dessus, on effectue des sommes chiffres à chiffres¹⁵ en considérant les chiffres qui renvoient à la même unité de numération. On commence par les unités simples, puis les dizaines, etc. Si la somme dépasse dix, on obtient une unité de numération de rang supérieur, une « retenue » (potentiellement plus d'une si on fait une somme de plusieurs termes). Elle est alors à prendre en compte dans la somme des chiffres de cette unité de numération.

Voici maintenant les deux TO que nous considérons pour la **soustraction**, avec un choix de mise en signes sur lequel nous ne revenons pas (mais nous pouvons ici aussi en rencontrer de nombreux autres (Guinet, 1978), notamment pour la notation des « retenues »).

Écart constant (E)			Non-Écart (NE)		
-	8	16	-	8 7	16
	2+1	9		2	9
	<hr/>			<hr/>	
	5	7		5	7

¹⁵ De manière rigoureuse, nous devrions dire qu'il s'agit d'additionner deux nombres dont l'écriture chiffrée comporte un seul chiffre. Pour des raisons de lisibilité, quand le contexte ne provoque pas d'ambiguïté, nous confondons ici le chiffre et le nombre (nécessairement strictement inférieur à dix) qu'il désigne.

- Pour l'« **Écart constant** »¹⁶, on utilise le fait que la différence entre deux nombres ne change pas si on leur ajoute un même troisième nombre (par exemple dix, cent, etc.). Dans notre exemple, on ajoute 10 à 86 et 10 à 29. $86 + 10$ est vu comme 8 dizaines et 16 unités et $29 + 10$ comme 3 dizaines (2 + 1) et 9 unités. On calcule alors 16 – 9 unités simples, puis 8 - 3 dizaines ;
- Pour la technique « **Non-Écart** »¹⁷, on utilise le fait que 8 dizaines et 6 unités c'est 7 dizaines et 16 unités. On calcule alors 16 – 9 unités simples, puis 7 – 2 dizaines.

La justification de ces deux TO convoque les **propriétés du système de numération écrit chiffré** (aspect décimal, aspect positionnel). La justification de la première TO « Écart constant » mobilise en outre la propriété de l'écart constant. Par ailleurs, des connaissances sur des calculs entre des nombres s'écrivant avec un chiffre interviennent dans les trois techniques opératoires exposées ici. Elles peuvent provenir en particulier de l'apprentissage des tables d'addition ou de faits numériques. Par la suite, l'acronyme TO renverra le plus souvent aux techniques opératoires qui viennent d'être décrites ici.

De ces considérations sur les TO, on infère qu'un premier **enjeu d'apprentissage** est celui de **l'opérationnalité d'un outil de calcul** : mémorisation de gestes relatifs à l'algorithme sur les chiffres et mise en signes. Un second enjeu concerne les **justifications** : elles convoquent en premier lieu des connaissances sur la numération écrite chiffrée.

b. Les objectifs de l'analyse

Nous voulons déterminer comment ces enjeux sont déclinés dans la collection de manuels de la collection Didactikos, ce qui va centrer notre étude sur le manuel de CP, niveau de classe où les TO de l'addition et de la soustraction sont introduites. Cela exige de regarder aussi l'année en amont, le CI, et celle en aval, le CE1. Il s'agira de **repérer le traitement de contenus spécifiques** (introduction des signes opératoires, des TO et de la numération écrite chiffrée) pour apprécier les opportunités d'apprentissages concernant les enjeux de l'enseignement des TO.

Ceci inclut une étude de **l'articulation sur l'année des contenus** (programmation de la progression¹⁸) mais aussi une **analyse didactique plus précise des doubles-pages** (les

¹⁶ Guinet (1978) qualifie de « méthode classique » toutes les TO de la soustraction basées sur les principes « Écart constant » que nous allons décrire. Fibonacci l'employait déjà en 1202 avec une mise en signes très différente de celle présente ici. Signalons qu'elle était fréquente dans les manuels en France, mais que dès 2015 nous avons montré (Mounier & Priolet, 2015) qu'elle était largement concurrencée par la TO « Non-Écart », surtout dans les classes de CP, CE1 et CE2.

¹⁷ Nous utilisons ce terme « Non-Écart » comme dans le rapport Cnesco de 2015 (Mounier & Priolet, 2015) pour signaler son antagonisme avec la TO « Écart constant » précédente. Elle est parfois appelée « par cassage » en référence à un matériel de numération en base dix (par exemple, on « casse » une barre d'une dizaine de cubes pour en faire dix cubes unités), ou « par emprunt » (Guinet, 1978). Ce terme « emprunt » est aussi employé dans le manuel de CP de la collection Didactikos, mais pour désigner des TO de la soustraction nécessitant des retenues (et non pas pour qualifier la TO).

¹⁸ Une progression des apprentissages d'une notion ou d'un concept est la succession des différentes étapes qui interviennent dans cet apprentissage. On peut alors ensuite programmer cette progression, c'est-à-dire situer (dans l'année) les moments précis où chaque étape va être traitée

activités proposées, leur articulation). De manière plus précise, cette dernière consistera à repérer les dispositifs didactiques (Rey, 2001, p. 32 – 33) « problème – compréhension – application » ou « observation – compréhension – application » ou « explication – application » (cf. *supra*). Nous chercherons aussi à déterminer **l'organisation des savoirs nouveaux** par rapport aux savoirs anciens dans les doubles-pages. Finalement, nous portons attention à la **conformité** des contenus des manuels aux recommandations du ministère de l'Éducation nationale du Sénégal.

c. Méthodologie d'analyse

Pour analyser la programmation des progressions du sens donné aux opérations, des TO et de la numération écrite chiffrée, nous retenons un certain nombre d'indicateurs globaux.

Le premier est la **place dans l'année** de la double-page concernant l'introduction ou la reprise de chaque TO. Nous déterminons aussi le **type de TO** objet d'apprentissage : pour la soustraction il s'agira de l'« Écart constant » ou du « Non-Écart ». En outre, nous relevons le **moment de l'année où le travail sur la numération écrite chiffrée est prescrit** de manière explicite et si les aspects décimaux et positionnels sont travaillés. Pour déterminer à quelle occasion du sens est donné aux opérations, nous identifions des doubles-pages dédiées ainsi que les moments et contextes d'introduction des signes opératoires¹⁹. Finalement, le dernier indicateur pris en compte est la **place de l'introduction des retenues** dans les TO.

Afin de déterminer le type de dispositif didactique (Rey, 2001), nous regardons de manière plus locale si des situations-problèmes sont proposées (au sens de Fénichel et Pfaff, 2005).

(semaine n), en les articulant avec les autres notions mathématiques qui sont aussi objet d'apprentissage (en particulier avec celles qui y sont directement liées).

¹⁹ Nous ne faisons pas une analyse des problèmes arithmétiques. Afin de voir un exemple de méthodologie pour entreprendre une telle analyse, le lecteur peut se référer à celle qui a été entreprise dans ce rapport pour le CM2.

Focus 2. Situation-problème

Fénichel et Pfaff (2005) ont fait une synthèse de l'approche de didacticiens des mathématiques concernant une situation-problème. Nous reprenons leur étude en la précisant sur certains points, notamment en nous référant à la théorie des situations didactiques de Brousseau (1998) et à la dialectique outil/objet de Douady (1987).

Une **situation-problème** est pour nous une **situation d'apprentissage ayant pour but de faire découvrir un nouveau savoir**. Elle comporte donc, entre autres, un problème qui a des caractéristiques précises :

- Le problème en est un pour les élèves, c'est-à-dire qu'il n'est pas un simple exercice d'entraînement et que la solution n'est pas évidente (une recherche est nécessaire) ;
- Les élèves comprennent le problème (Mounier *et al.*, en révision ; Verschaffel et de Corte, 2008) et ils doivent pouvoir s'engager pour le résoudre. En conséquence, bien qu'ils n'aient pas de procédure immédiate pour répondre, d'eux-mêmes ils doivent pouvoir faire des essais pour le résoudre, notamment en adaptant leurs connaissances anciennes – ils doivent aussi pouvoir valider ou invalider leurs essais ;
- Une procédure efficace de résolution (si ce n'est la plus efficace) met en jeu le savoir nouveau visé dans l'objectif d'apprentissage.

Bien qu'ils se soient tous engagés dans une recherche en ayant compris le problème, tous les élèves ne vont pas nécessairement trouver de réponse. Certains savoirs visés, comme ceux comportant des aspects conventionnels (c'est le cas des techniques opératoires par exemple), ne peuvent être (ré)inventés par eux. *In fine*, la solution peut donc être apportée par d'autres élèves ou par l'enseignant. Elle se manifeste alors comme une réponse pertinente, à leur portée et efficace aux questions que se sont posées les élèves. Ainsi, le nouveau savoir peut être dégagé en apparaissant comme un outil de résolution de problèmes, avant de devenir un objet à étudier, notamment pour être réutilisé dans d'autres contextes.

Nous complétons ces résultats en regardant en quoi les hypothèses faites dans l'analyse globale des doubles-pages en termes de répartition des activités ritualisées, des activités de découverte d'un savoir nouveau et celles de réinvestissement de ce savoir sont confirmées. Nous nous basons sur une analyse des contenus des différentes rubriques « Calcul mental », « Je découvre », « Je réfléchis », « Je retiens » et « J'agis » et sur le fait que les savoirs aient été rencontrés ou non dans l'année ou auparavant.

Nous étudions essentiellement le **manuel de l'élève**. Nous nous référons aux guides d'utilisation (Didactikos Guides CI-CP, CE, 2021-2022) pour confirmer certaines hypothèses. Le CEB (MEN Sénégal, 2016a, 2016b) est consulté afin d'apprécier la conformité des contenus des manuels analysés aux recommandations ministérielles.

Dans la suite, nous dégageons des premiers résultats à partir d'une série de données globales concernant la programmation de la progression des contenus étudiés. Nous poursuivons en analysant plus en détail les doubles-pages qui traitent des TO en elles-mêmes.

2. Indicateurs globaux

a. Regard sur la programmation : répartition des doubles-pages par « champ d'activités²⁰ » dans le manuel de CP

Le Tableau 9 reprend des informations déjà données dans la section du rapport consacrées à une analyse globale.

Tableau 9. Répartition des doubles-pages par champ dans le manuel de CP

Activités géométriques	9 doubles-pages + 2 évaluations
Activités numériques	20 doubles-pages + 3 évaluations
Activités de mesure	10 doubles-pages + 3 évaluations
Résolution de problèmes	10 doubles-pages + 2 évaluations
Intégration interdisciplinaire	3 évaluations

Le Tableau 10 concerne l'ensemble des champs abordés : activités géométriques, numériques, de mesure, de résolution de problèmes et intégration disciplinaire. Nous avons signalé les paliers indiqués par le manuel. Nous y reviendrons ultérieurement pour apprécier la conformité (et donc les contraintes liées) aux recommandations du ministère de l'Éducation nationale du Sénégal à travers les CEB (MEN Sénégal, 2016a, 2016b). Les titres des doubles pages « activités numériques », les numéros de pages ainsi que la semaine dans l'année permettent de situer les apprentissages consacrés aux TO de l'addition et de la soustraction au CP. On voit ainsi que les deux doubles-pages traitant de l'introduction de ces techniques sont pages 36 – 37 et 44 – 45 : ce sont les 13^e et 17^e doubles-pages sur un total de 62.

²⁰ Rappelons que, dans tout le rapport, nous utilisons le terme « activité » comme le font les manuels de la collection Didactikos, mais que nous faisons la distinction entre tâche et activité (Rogalski, 2003). Il s'agit en fait ici toujours de tâche puisque nous n'observons pas l'activité de l'élève engendrée par la tâche. Nous en inférons une activité potentielle, au plus près de la tâche prescrite.

**Tableau 10. Programmation dans le manuel CP des doubles-pages du champ
« activités numériques »**

Palier 4									
Semaine 1					Semaine 2				
	Utiliser les nombres de 0 à 20 : écriture et opérations (p. 14 – 15)	Découvrir, composer et décomposer les nombres de 21 à 25 (p. 16 – 17)				Découvrir, composer et décomposer les nombres de 26 à 29 (p. 24 – 25)	Découvrir, composer et décomposer les nombres de 30 à 34 (p. 26 – 27)	Mètre, double dm	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Palier 4									
Semaine 3					Semaine 4				
	Identifier l'opération : le sens de l'addition, le sens de la soustraction (p. 34 – 35)	Appliquer les mécanismes opératoires : l'addition (avec et sans la retenue) (p. 36 – 37)				Appliquer les mécanismes opératoires : la soustraction (avec et sans emprunt) (p. 44 – 45)	Découvrir, composer et décomposer les nombres de 35 à 39 (p. 46 – 47)		
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Palier 4									
Semaine 5					Semaine 6				
	Découvrir, composer et décomposer les nombres de 40 à 44 (p. 54 – 55)	Découvrir, composer et décomposer les nombres de 45 à 50 (p. 56 – 57)	Éval. form.		Éval. form.	Utiliser les nombres de 0 à 50 (p. 68 – 69)	Reconnaître les nombres pairs et les nombres impairs (p. 70 – 71)		
21	22	23	24	25	26	27	28	29	

Palier 4			Palier 5				
Semaine 7			Semaine 8				
Éval. form. (p. 74 - 75)	Éval. form.	Intégration interdisciplinaire		Utiliser les nombres de 51 à 59 (p. 82 - 83)	Découvrir et utiliser les nombres de 60 à 69 (p. 84 - 85)		
30	31	32	33	34	35	36	37
Palier 5							
Semaine 9				Semaine 10			
	Découvrir et utiliser les nombres de 70 à 79 (p. 92 - 93)	Identifier l'opération : le sens de la multiplication (p. 94 - 95)	Masse, kg			Identifier l'opération : le sens de la division (p. 102 - 103)	
38	39	40	41	42	43	44	45
Palier 5							
Semaine 11				Semaine 12			
	Éval. form (p. 112 - 113)		Éval. form. et éval. somm.	Éval. form. et éval. somm.	Intégration interdisciplinaire		
47	48	49	50	51	52		
Palier 6							
Semaine 13				Semaine 14			
Découvrir et utiliser les nombres de 80 à 89 (p. 126 - 127)	Comparer des durées	Découvrir et utiliser les nombres de 90 à 99 (p. 130 - 131)		Découvrir et utiliser le nombre 100, la centaine (p. 134 - 135)	Lire l'heure	Éval. form. et éval. somm. (p. 138 - 141)	
53	54	55	56	57	58	59	

Palier 6		
Semaine 15		
Monnaie	Éval. form. et éval. somm.	Intégration interdisciplinaire
60	61	62

Nous observons une alternance des activités des différents champs durant toute l'année. **Les TO sont potentiellement travaillées tout au long de l'année puisque leur introduction se situe dès les semaines 3 et 4 (sur les 15 en tout).** Les titres donnent à voir les contenus, mais sans signaler si les TO sont présentes ; elles le sont potentiellement dans tous les champs, sauf les activités géométriques ne mobilisant pas les mesures. Nous n'allons pas aller chercher les occasions de réinvestissement dans tous les champs d'activités : c'est un approfondissement possible à notre enquête. Pour aller plus loin nous allons cependant considérer les doubles-pages concernant le champ des « activités numériques ».

b. Zoom sur les doubles-pages « activités numériques » du manuel de CP

Place des techniques opératoires dans le champ « activités numériques »

Le Tableau 11 page suivante met en perspective les **deux doubles-pages (semaines 3 et 4) consacrées au CP à l'introduction des TO** par rapport à l'ensemble des vingt doubles-pages du champ « numération ». On y voit la place de la numération écrite chiffrée (14 doubles-pages avec une évolution du champ numérique), mais aussi celle d'autres contenus (sens des opérations, parité des nombres). Les évaluations sont aussi indiquées.

Dans ce Tableau 11, les vingt doubles-pages, numérotées de 1 à 20, témoignent de **l'ordre d'apparition** dans l'année de tous les apprentissages numériques, ainsi que de leur place par rapport aux 62 doubles-pages au total (programmation de la progression). La première case se lit ainsi : c'est la première double-page du champ « activités numériques », elle a pour thème l'exploration des nombres de 0 à 20, et il s'agit de la deuxième sur les 62 doubles-pages du manuel CP. On y voit non seulement les titres des doubles-pages et les objectifs annoncés, mais aussi les institutionnalisations proposées.

Tableau 11. Place des techniques opératoires dans le champ « activités numériques » (CP)

1	2	3	4	5	6	7
Nombres de 0 à 20	Nombres de 21 à 25	Nombres de 26 à 29	Nombres de 0 à 34	Sens + et –	Technique opératoire +	Technique opératoire –
2 ^e /62	3 ^e /62	7 ^e /62	8 ^e /62	12 ^e /62	13 ^e /62	17 ^e /62
8	9	10	11	12		13
Nombres de 35 à 39	Nombres de 40 à 44	Nombres de 45 à 50	Nombres de 0 à 50	Pairs et impairs	Éval. form.	Nombres de 51 à 59
18 ^e /62	22 ^e /62	23 ^e /62	27 ^e /62	28 ^e /62	30 ^e /62	34 ^e /62
14	15	16	17		18	19
Nombres de 60 à 69	Nombres de 70 à 79	Sens de la multiplication	Sens de la division	Éval. form.	Nombres de 80 à 89	Nombres de 90 à 99
35 ^e /62	39 ^e /62	40 ^e /62	44 ^e /62	48 ^e /62	53 ^e /62	55 ^e /62
20						
100 et la centaine	Éval. form. et éval. somm.					
57 ^e /62	59 ^e /62					

À partir de ce document, nous avons un **aperçu de la progression des apprentissages liés aux TO** qui ont été identifiés auparavant dans nos apports théoriques. Avant l'introduction des TO, il est question explicitement du **sens donné aux opérations** (5^e double-page des activités numériques, 12^e/62 de l'ensemble des doubles-pages). Il est donc envisageable que des problèmes liés aux opérations puissent intervenir dans les doubles-pages traitant de l'introduction des TO (6^e et 7^e doubles-pages des activités numériques, 13^e/62 et 17^e/62 de l'ensemble des doubles-pages), à la fois dans les activités des rubriques « Je découvre » et « Je réfléchis » précédant l'institutionnalisation « Je retiens » et dans celles de la rubrique « J'agis » qui la suivent. Le champ numérique précédant cette introduction étant celui des nombres de 0 à 34, seuls ces nombres nous semblent possiblement convoqués. Ceci interroge, car cela pourrait laisser penser que ces TO ne sont valables que pour ces nombres. Or les TO reposent sur des algorithmes et des mises en signes qui concernent tous les nombres, en particulier tous les nombres à deux chiffres. Ces nombres vont être étudiés au CP (la centaine n'est introduite qu'à la toute fin de l'année). Il nous faut aller plus loin pour voir si l'aspect décimal et l'aspect positionnel sont en jeu dans les quatre doubles-pages consacrées à l'extension du champ numérique jusque 34, et si ces aspects sont repris pour justifier les TO. Nous devons aussi voir si les TO sont utilisées ultérieurement pour tous les nombres à deux chiffres.

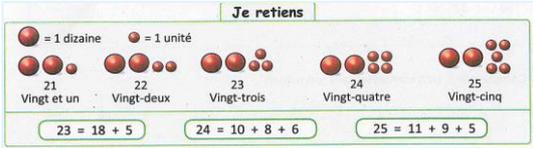
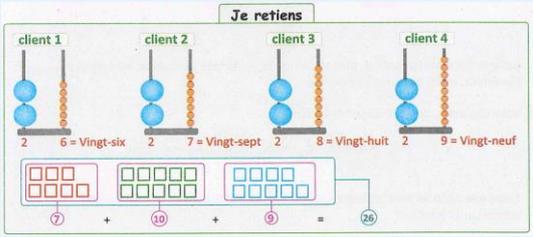
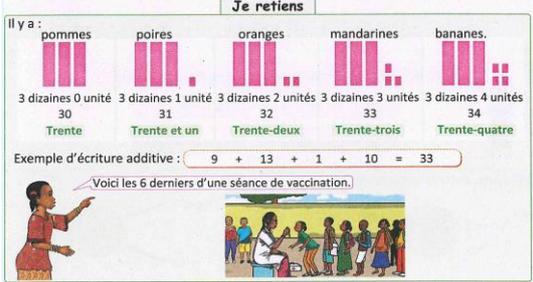
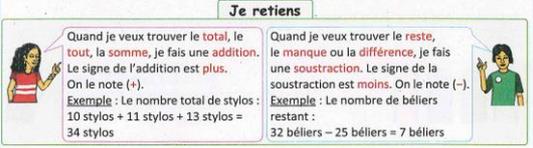
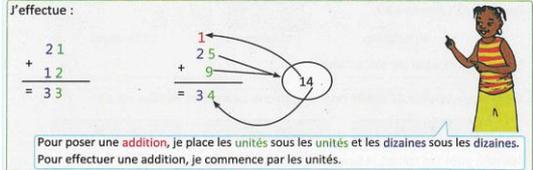
Avant d'aller plus loin, nous pouvons dès à présent signaler que la programmation de la progression du champ « activités numériques », et tout particulièrement celle de l'extension du champ numérique que nous voyons à travers le Tableau 11, suit de celle du

CEB (MEN Sénégal, 2016a) : **les titres évoquent ceux du CEB et ils sont la plupart du temps dans le même ordre.**

Le savoir en jeu : les institutionnalisations proposées

Le Tableau 12 présente les **institutionnalisations proposées** au fur et à mesure à travers la rubrique « Je retiens ». Ici sont notifiés les titres de ce que les auteurs nomment « objectifs spécifiques » repris du tableau du manuel de CP pages 4 à 6. Cela permet de compléter les informations sur les intentions des auteurs quant aux objectifs d'apprentissage.

Tableau 12. Les institutionnalisations proposées dans le champ « activités numériques » du manuel CP

<p>1. Utiliser les nombres de 0 à 20 (p. 14 – 15, 2^e/62)</p>	<p>2. Découvrir, composer et décomposer les nombres de 21 à 25 (p. 16 – 17, 3^e/62)</p>
<p>Pas d'institutionnalisation dans la double-page des nombres de 0 à 20 (<i>c'est une révision de l'année précédente</i>)</p>	
<p>3. Découvrir, composer et décomposer les nombres de 26 à 29 (p. 24 – 25, 7^e/62)</p>	<p>4. Découvrir, composer et décomposer les nombres de 30 à 34 (p. 26 – 27, 8^e/62)</p>
	
<p>5. Identifier l'opération : le sens de l'addition, le sens de la soustraction (p. 34 – 35, 12^e/62)</p>	<p>6. Appliquer les mécanismes opératoires : l'addition (avec et sans retenue) (p. 36 – 37, 13^e/62)</p>
	

7. Appliquer les mécanismes opératoires : la soustraction (avec et sans emprunt) (p. 44 - 45, 17^e/62)

Je retiens

Pour effectuer une soustraction :
 - je soustraie les unités entre elles, puis les dizaines entre elles.
 - j'emprunte une dizaine si l'unité du 2^e terme est supérieure à celle du premier terme.

Nombre de flamboyants de plus que de filaos :

$$\begin{array}{r} 18 \\ - 15 \\ \hline = 03 \end{array}$$
 soustraction sans emprunt

Nombre de pieds restant à planter :

$$\begin{array}{r} 50 \\ - 33 \\ \hline = 17 \end{array}$$
 soustraction avec emprunt

8. Découvrir, composer et décomposer les nombres de 35 à 39 (p. 46 - 47, 18^e/62)

Je retiens

35 : Trente-cinq
 $35 = 20 + 10 + 5$

39 : Trente-neuf
 Écritures additives : $39 = 15 + 20 + 4$

9. Découvrir, composer et décomposer les nombres de 40 à 44 (p. 54 - 44, 22^e/62)

Je retiens

Bira a cueilli :
 $15 \text{ fruits} + 20 \text{ fruits} + 5 \text{ fruits} = 40 \text{ fruits}$

$15 + 20 + 5 = 40$

Quarante

10. Découvrir, composer et décomposer les nombres de 45 à 50 (p. 56 - 57, 23^e/62)

Je retiens

Le nombre de billes :
 Bira a : 4d 7u ou 47 billes
 Paul a : 4d 9u ou 49 billes
 Badou a : 4d 5u ou 45 billes
 Issa a : 4d 8u ou 48 billes
 Demba a : 4d 6u ou 46 billes

Nombre de cases colorées :
 $12 + 16 + 20 = 48$

Paul a plus de billes que les autres.

11. Utiliser les nombres de 0 à 50 (p. 68 - 69, 27^e/62)

12. Reconnaître les nombres pairs et les nombres impairs (p. 70 - 71, 28^e/62)

La double-page pour les nombres de 0 à 50 est une révision, pas d'institutionnalisation

Je retiens

Les nombres terminés par : 0, 2, 4, 6, 8 sont des nombres **pairs**.
 Exemples : 10 ; 14 ; 18

Les nombres terminés par : 1, 3, 5, 7, 9 sont des nombres **impairs**.
 Exemples : 11 ; 13 ; 17

Évaluation formative 1 : palier 4 (p. 74 - 75, 30^e/62)

Exercice 1

Je reproduis, puis je complète les étiquettes.

Exercice 2

Je range les nombres dans l'ordre décroissant.
 48, 21, 36, 50, 17, 9

Exercice 3

J'écris les nombres en lettres dans mon cahier.
 23, 48, 34, 27, 50

Exercice 4

Je relève, dans mon cahier, puis je relie chaque nombre à son écriture en lettres.

19 •	trente-deux
32 •	dix-neuf
41 •	quarante et un
38 •	trente-huit

Exercice 5

Je complète, dans mon cahier, les écritures additives.
 $4d + .u = 43$ $50 = 20 + .$

Exercice 6

J'effectue les opérations suivantes dans mon cahier.
 $28 + 21 = .$ $33 + 9 = .$ $35 + . = 50$ $42 + . = 50$

13. Utiliser les nombres de 51 à 59 (p. 82 – 83, 34^e/62)

Je retiens

d	u
5	1
5	4
5	9

Paul a : 5 1 cinquante et un
Lala a : 5 4 cinquante-quatre
Badou a : 5 9 cinquante-neuf

Je lis : 51^e 52^e 53^e 54^e 55^e 56^e 57^e 58^e 59^e

Exemple d'écriture additive : $13 + 16 + 15 + 9 = 53$

14. Découvrir et utiliser les nombres de 60 à 69 (p. 84 – 85, 35^e/62)

Je retiens

$58 + 3 = 61$ $61 - 1 = 60$ $60 + 3 = 63$ $63 - 1 = 62$

60 : soixante 65 : soixante-cinq 68 : soixante-huit

Suite à une compétition de 69 nageurs, voici le classement des 10 derniers : 60^e - 61^e - 62^e - 63^e - 64^e - 65^e - 66^e - 67^e - 68^e - 69^e.

15. Découvrir et utiliser les nombres de 70 à 79 (p. 92 – 92, 39^e/62)

Je retiens

Pout 1 : 7d 0 u soixante-dix 70
Pout 5 : 7d 9 u soixante-dix-neuf 79
Bira : 7d 0 u soixante-dix 70
Badou : 7d 2 u soixante-douze 72
Paul : 7d 9 u soixante-dix-neuf 79

16. Identifier l'opération : le sens de la multiplication (p. 94 – 95, 40^e/62)

Je retiens

Il y a 4 tablettes de 12 comprimés.
Il y a en tout : $12 + 12 + 12 + 12$ ou 12×4 (12 fois 4) = 48
La multiplication remplace une addition de termes identiques.

Exemple :

Le nombre total de pommes : $8 \text{ pommes} + 8 \text{ pommes} + 8 \text{ pommes}$ ou $8 \text{ pommes} \times 3 = 24 \text{ pommes}$.

17. Identifier l'opération : le sens de la division (p. 102 – 103, 44^e/62)

Intégration interdisciplinaire (p. 124)

Je retiens

Pour partager le nombre de fruits, les enfants font une **division**. Il y a 18 mangues à partager entre 3 enfants. 18 est le **nombre à partager** et 3 est le **nombre de parts**.
Voilà comment je fais :

18 : 3

18 = nombre à partager.
3 = nombre de parts.
6 = la part de chacun.

Quand je veux partager une grandeur en plusieurs parts égales, je fais une **division**.
Le signe de la division est : (divisé par).

INTÉGRATION INTERDISCIPLINAIRE

PALIER 5

Contexte : Ton amie Fatou te demande de l'aider à réaliser la série de tâches que sa maîtresse lui a proposée. Elle se prépare à un concours de mathématiques organisé au niveau de la commune.
Voici les tâches :

1- Si tu veux connaître l'âge de grand-père, additionne les deux nombres représentés sur ces abaques :

Évaluation formative 2 : palier 5 (p. 112 – 113, 48^e/62)

Palier 5 **ÉVALUATION FORMATIVE**

A Autoévaluation

Exercice 1
Je reproduis, puis je complète la bande numérique.

50 55 . . . 65

Exercice 2
Je corrige les erreurs qu'il y a dans le tableau ci-dessous :

78	75	63	79
soixante	soixante	deux	soixante
dix-neuf	quatre-vingt	trois	soixante

Exercice 3

Énoncé 1 :
Rama et Julie se partagent équitablement 28 pièces de lego. Quelle est la part de chacune d'elles ?

Énoncé 2 :
Naman respice, dans son potager, 12 rangées de 5 laitues chacune. Calcule le nombre total de laitues.

a- multiplication
b- soustraction
c- division

L'associe à chaque énoncé la lettre de l'opération qui lui convient.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

CORRIGES AUTOÉVALUATION PALIER 5

Exercice 1 :
50 + 5 = 55
55 + 5 = 60
60 + 5 = 65
65 + 5 = 70
70 + 5 = 75
75 + 5 = 80
80 + 5 = 85
85 + 5 = 90
90 + 5 = 95
95 + 5 = 100

Exercice 2 :
78 : soixante-huit
75 : soixante-cinq
63 : soixante-trois
79 : quatre-vingt-neuf

Exercice 3 :
a- multiplication
b- soustraction
c- division

B Intégration

Situation 1

Contexte : Lors de la journée nationale des «talibés», votre classe décide de collecter des dons pour 2 «daaras», celui d'Ali et celui de Baba.

1^{er} «daara» : 18 talibés 2^e «daara» : 13 talibés

Les dons s'établissent comme suit :

- 36 chemises et le double en pantalons;
- 78 paires de chaussures et 41 draps.

Ton groupe est chargé de faire la répartition. Chaque «talibé» doit recevoir :

- + 1 chemise + 2 pantalons + 2 paires de chaussures + 1 drap

Consigne :

- Calculez, sur vos ardoises, le nombre de pantalons collectés.
- Trouvez, pour chaque article, la quantité distribuée, puis la quantité restante.

Situation 2

Contexte : Votre classe compte 30 élèves. Votre groupe est désigné par le maître pour la gestion du matériel.

Voici la liste des fournitures reçues en début d'année. Chaque élève a reçu 2 stylos, 2 cahiers et 1 livre.

Nature	Quantité reçue	Quantité distribuée	Quantité restante
Cahiers	75		
Stylos	68		
Livres de lecture	50		

Consigne :

- Reproduisez le tableau dans vos cahiers, puis remplissez-le.
- Relevez les phrases suivantes dans vos cahiers, puis complétez-les :
 - La classe a reçu de cahiers que de stylos.
 - La classe a reçu de livres de lecture que de stylos.

18. Découvrir et utiliser les nombres de 80 à 89 (p. 126 – 127, 53^e/62)

19. Découvrir et utiliser les nombres de 90 à 99 (p. 130 – 131, 55^e/62)

Je retiens

Groupe 1	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 2	Groupe 5
80 : quatre-vingts	82 : quatre-vingt-deux	84 : quatre-vingt-quatre	87 : quatre-vingt-sept	89 : quatre-vingt-neuf

80 < 81 < 82 < 83 < 84 < 85 < 86 < 87 < 88 < 89.

Je retiens

Collier 2	94	quatre-vingt-quatorze
Collier 3	90	quatre-vingt-dix
Collier 5	99	quatre-vingt-dix-neuf

90^e 91^e 92^e 93^e 94^e 95^e 96^e 97^e 98^e 99^e

20. Découvrir et utiliser le nombre 100, la centaine (p. 134 – 135, 57^e/62)

Je retiens

Le nombre de cauris à mettre dans le sac est : 37 cauris + 25 cauris + 38 cauris = 100 cauris

c	d	u
1	0	0

100 ou une centaine = 10 dizaines = 100 unités.

Le 9 avril est le 100^e jour de l'année 2016.

Évaluation formative 3 : palier 6 (p. 138 – 141, 59^e/62)

Palier 6

ÉVALUATION FORMATIVE

CORRIGÉS AUTOÉVALUATION PALIER 5

Enoncé 2 : A
Enoncé 1 : C
Exercice 3 :

quatre-vingt-huit	quatre-vingt-trois	quatre-vingt-sept	quatre-vingt-neuf
88	75	63	79

Exercice 2 :
50 55 60 65 70 75 80

Exercice 1 :

A) Autoévaluation

Exercice 1
J'effectue les opérations suivantes :

$29 + 17 + 34$

$90 - 73$

32×3

$88 : 2$

Exercice 2
Dans une école maternelle, on a inscrit 51 filles et 46 garçons. Le 21 mars, 14 enfants sont absents.
- Je calcule le nombre total d'enfants inscrits.
- Je trouve le nombre d'enfants présents le 21 mars.

Exercice 3
Voici des additions :

$6 + 6 + 6 + 6$

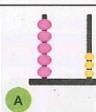
$9 + 9 + 9 + 9 + 9$

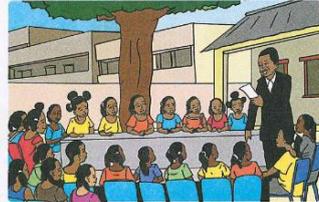
$30 + 30 + 30$

Je transforme chaque addition en multiplication équivalente, puis j'effectue l'opération sur mon ardoise.

SITUATION D'ÉVALUATION DE LA COMPÉTENCE

Contexte : Tu participes à une compétition interscolaire portant sur la connaissance des nombres. Le tableau suivant t'est proposé :

 <p style="font-size: x-small; color: green;">A</p>	<p style="font-size: x-small;">Je suis le plus grand nombre entier écrit avec un chiffre</p> <p style="font-size: x-small; color: green;">B</p>	<p style="font-size: x-small;">Quatre-vingt et un</p> <p style="font-size: x-small; color: green;">C</p>	<p style="font-size: x-small;">$37 + 48$</p> <p style="font-size: x-small; color: green;">D</p>
<p style="font-size: x-small;">Le plus grand nombre entier pair entre 90 et 100</p> <p style="font-size: x-small; color: green;">E</p>	<p style="font-size: x-small;">Le double de 17</p> <p style="font-size: x-small; color: green;">F</p>	<p style="font-size: x-small;">La moitié de 72</p> <p style="font-size: x-small; color: green;">G</p>	<p style="font-size: x-small;">$71 - 25$</p> <p style="font-size: x-small; color: green;">H</p>
<p style="font-size: x-small;">Le plus grand nombre entier de deux chiffres.</p> <p style="font-size: x-small; color: green;">I</p>	<p style="font-size: x-small;">7 dizaines et 5 unités.</p> <p style="font-size: x-small; color: green;">J</p>	<p style="font-size: x-small;">Le double de 10 ôté de la moitié de 100</p> <p style="font-size: x-small; color: green;">K</p>	<p style="font-size: x-small;">Le plus petit nombre de trois chiffres</p> <p style="font-size: x-small; color: green;">L</p>



Consigne : Découvre, puis écris le nombre défini dans chacune des cases du tableau.

Les institutionnalisations des quatre doubles-pages consacrées à l'extension du champ numérique jusqu'à 34 comportent des informations qui laissent penser **que l'aspect décimal et l'aspect positionnel y sont travaillés** (et d'ailleurs c'est aussi le cas pour les doubles-pages concernant l'extension du champ numérique jusque 100). Ceci permet de réinvestir potentiellement ces aspects pour justifier les TO, mais ce Tableau 12 ne permet pas d'en savoir plus à ce sujet. Avant d'aller plus loin, signalons que la TO de la soustraction est introduite en convoquant des nombres qui vont au-delà de 34, dont la signification de l'écriture chiffrée n'a *a priori* pas encore été travaillée. Nous pouvons voir aussi que **la TO de la soustraction est celle « Écart constant », et que le terme « emprunt » est utilisé pour signaler ce que nous avons nommé « retenue »**. C'est aussi le cas dans le CEB (MEN Sénégal, 2016a).

c. Programmation de la numération écrite chiffrée par rapport aux techniques opératoires au CP et CE1

Le Tableau 13 ci-dessous précise la **programmation de la progression des doubles-pages** concernant les techniques opératoires (TO) de l'addition et de la soustraction dans le champ « activités numériques » pour les manuels de la collection Didactikos CP (20 doubles-pages) et CE1 (24 doubles-pages).

Tableau 13. Programmation des techniques opératoires en CP et CE1 par rapport à la numération

		Didactikos CP	Didactikos CE1
Addition	(Ré)introduction du signe	1 ^{re} /20	2 ^e /24
	(Ré)introduction de la TO <i>sans</i> retenue	6 ^e /20	6 ^e /24 <i>(3 chiffres directement)</i>
	(Ré)introduction de la TO <i>avec</i> retenue	6 ^e /20	7 ^e /24 <i>(3 chiffres directement)</i>
Soustraction (« Écart constant »)	(Ré)introduction du signe	1 ^{er} /20	2 ^e /24
	(Ré)introduction de la TO <i>sans</i> retenue	7 ^e /20	10 ^e /24 <i>(3 chiffres directement)</i>
	(Ré)introduction de la TO <i>avec</i> retenue	7 ^e /20	11 ^e /24 <i>(3 chiffres directement)</i>
Numération écrite chiffrée	2 chiffres	3 ^e /20	Pas de reprise dédiée
	3 chiffres	Uniquement 100 <i>(20^e/20)</i>	1 ^{re} /24
	4 chiffres	Non	12 ^e /24

Au CP, parmi les 20 doubles-pages de ce champ, ce Tableau 13 situe la place de l'introduction des signes opératoires (témoin potentiel du sens donné aux opérations), de la TO avec et sans retenue ainsi que de la numération écrite chiffrée selon le nombre de chiffres (pour l'évolution du champ numérique plus précis, voir le Tableau 10. On y a noté aussi le type de technique pour la soustraction adoptée, c'est-à-dire celle de l'« Écart constant ». Au CE1, il s'agit des mêmes informations en considérant les 24 doubles-pages consacrées au champ « activités numériques », mais il y est question de reprise des connaissances. Ce document permet alors d'avoir un **aperçu global sur les deux années**.

On voit qu'au CP, **les signes « + » et « - » sont introduits** dès la première double-page des activités numériques (Figure 8). **C'est avant les doubles-pages concernant le sens donné aux opérations** (qui mobilisent aussi les signes opératoires).

Figure 8. Extrait de manuel scolaire (CP)

3 On pose :

$$20 = 7 + \quad \quad \quad \quad + 15 = 20$$
$$14 + \quad = 20 \quad \quad \quad \quad + \quad = 18$$

Complète chaque opération dans ton cahier.

4 Relève les opérations dans ton cahier, puis complète-les.

$$12 - 9 = \quad \quad \quad \quad - 15 = 5$$
$$20 - \quad = 14 \quad \quad \quad \quad - \quad = 7$$
$$13 - 5 = \quad \quad \quad \quad 16 - \quad = 8$$

Source : Didactikos Manuel CP, 2022, p. 14.

Cela engage alors à regarder si certaines connaissances mobilisées dans les TO (des faits numériques comme les tables d'addition, ou des calculs mentaux sur les nombres inférieurs à dix) sont travaillées avant l'introduction de ces TO. Nous observons effectivement ce type de travail dans des activités ritualisées, comme par exemple dans la double-page sur le sens de l'addition et de la soustraction (Figure 9).

Figure 9. Extrait de manuel scolaire (CP)

Calcul mental : Ajouter 2 ; 3 ; 5 ou 10 à un nombre

Exemple : $2 + 10 = 12$

Exercice : $6 + 10 = \quad$; $10 + 2 = \quad$; $10 + 5 = \quad$

Source : Didactikos Manuel CP, 2022, p. 34.

Cependant, dans la rubrique « calcul mental » des doubles-pages des activités numériques, nous n'avons **pas trouvé d'activité consacrée à l'apprentissage des tables d'addition et de soustraction**. Ces calculs mentaux concernent presque exclusivement la parité des nombres, les doubles et moitiés, ainsi qu'en fin d'année les tables de multiplication par 2 et 3. Une recherche spécifique sur l'ensemble des doubles-pages du CP, mais aussi du CI, permettrait d'affiner ce point. Nous ne la menons toutefois pas dans le cadre de ce rapport.

Le Tableau 13 permet de percevoir une **certaine continuité entre le CP et le CE1**. On note au CE1 une réintroduction des signes opératoires et une reprise des TO dès les premières doubles-pages. Cette reprise des TO se fait directement sur les nombres à 3 chiffres qui ont été introduits dès la première double-page des activités numériques. Le Tableau 13 ne permet pas de voir si ces TO sont aussi utilisées pour les nombres à 4 chiffres, mais cela reste possible puisqu'ils sont introduits à la moitié des activités numériques (12^e sur les 24 doubles-pages). Comme au CP, la TO de l'addition se fait simultanément dans les cas avec et sans retenue(s). Au CE1, il est laissé cependant plus de temps qu'au CP entre cette reprise de la TO de l'addition et celle de la soustraction. Cette dernière se fait par l'intermédiaire de deux doubles-pages distinctes (mais qui se suivent immédiatement) : la première pour la TO sans retenue, la seconde pour celle avec retenue.

Si nous n'avons pas repéré dans le CEB (MEN Sénégal, 2016a, 2016b) de prescriptions explicites sur le moment d'introduction des signes opératoires, **le CEB préconise des**

apprentissages sur le sens des opérations avant les techniques opératoires, comme cela est effectivement fait dans les manuels CP et CE1 de la collection de manuels Didactikos. En revanche, le choix du moment d'introduction au CP des TO avec et sans retenue pourrait être différent entre le manuel Didactikos et le CEB. Il semble que dans le CEB, la TO de l'addition et celle de la soustraction sans retenue interviennent en amont des TO avec retenue(s), mais cela reste une hypothèse²¹.

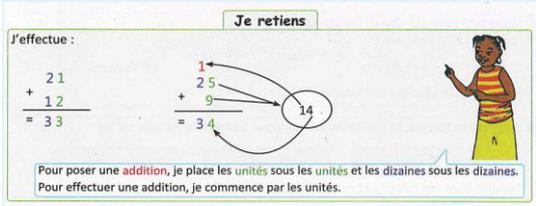
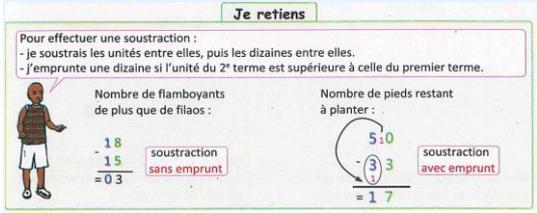
Le Tableau 13 et les précédents ne permettent pas d'apprécier si les TO sont justifiées en mobilisant l'aspect décimal et l'aspect positionnel de la numération écrite chiffrée. Nous allons donc regarder de manière plus précise le contenu des doubles-pages concernant l'introduction des TO.

3. Analyse des doubles-pages concernant la technique opératoire de l'addition et de la soustraction (CI, CP, CE1)

Nous prenons en compte en premier lieu les doubles-pages dédiées à l'apprentissage des TO tout en considérant des éléments des indicateurs globaux précédents.

a. Au CP, la découverte des techniques opératoires de l'addition et de la soustraction pour les nombres à deux chiffres

Tableau 14. Résumé de la place des TO dans la progression CP parmi les doubles-pages concernant les « activités numériques »

<p>1^{re} à 5^e double-page</p>	<p>4 doubles-pages sur les nombres de 0 à 34 1 double-page sur le sens de l'addition et de la soustraction</p>
<p>6^e et 7^e doubles-pages</p>	<p>1 double-page sur la TO de l'addition (institutionnalisation de 21 + 12 et de 25 + 9)</p>  <p>1 double-page sur la TO de la soustraction (institutionnalisation de 18 - 15 et de 50 - 33)</p> 

²¹ Dans le CEB (MEN Sénégal, 2016a, p. 164), nous avons identifié les TO sans retenue de l'addition et de la soustraction à travers l'expression « Appliquer des mécanismes opératoires » de la semaine 6. En effet, en semaine 10, il n'apparaît ensuite que la consigne « Effectuer des opérations portant sur les nombres de 0 à 59 : Addition avec retenue », mais deux fois de suite (est-ce une coquille ?). De même, en semaine 11, il est programmé deux fois de suite « Effectuer des opérations portant sur les nombres de 0 à 59 : soustraction avec emprunt ».

8^e à 23^e double-page	Extension du champ numérique (par tranche de 5 puis 10)
	Nombres pairs et impairs
	Sens de la multiplication et de la division
	3 évaluations

Avant l'introduction des TO

D'après le Tableau 14, avant l'introduction des TO au CP, cinq doubles-pages sont du ressort des « activités numériques », quatre d'entre-elles **concernent directement le système de numération des écritures chiffrées**. Le champ numérique travaillé avant l'introduction des TO est celui des nombres de 0 à 34 (voir Tableau 11 et Tableau 12). Les signes « - » et « + » sont introduits dès la première double-page dans des activités de calcul (contexte numérique, pas d'habillage via des problèmes ; voir un exemple ci-après). Dans la 5^e double-page des doubles-pages du champ « activités numériques », l'addition et la soustraction (et les signes opératoires) sont vues à travers des résolutions de problèmes arithmétiques, comme c'est très souvent le cas pour les doubles-pages de ce champ. Le sens donné à l'addition est institutionnalisé via la classe de problèmes « recherche du tout » et celui donné à la soustraction via la « recherche d'une partie » ou la « recherche de l'état final après transformation négative » (voir Annexe 5 pour les classes de problèmes). Signalons qu'il faudrait effectuer une recherche sur l'ensemble des doubles-pages pour voir les classes de problèmes convoquées qui donnent du sens aux opérations (cf. section E du présent rapport).

Dans le manuel de la collection Didactikos concernant le niveau de classe précédent (le CI), le signe « + » apparaît dès la semaine 10 (sur les 21 semaines du manuel CI) dans la consigne de calcul mental sur les doubles²², ainsi que pour décomposer les nombres 6, 7 et 8. Il apparaît en même temps que le signe « = » (les signes « < » et « > » sont utilisés en amont – semaine 9, p. 74). Au moment où il est introduit, **le signe « + » ne semble pas être directement mis en lien avec des résolutions de problèmes**, mais servirait à proposer des calculs décontextualisés. Ce point pourrait faire l'objet d'investigations supplémentaires, notamment pour savoir quelles sont les connaissances en calcul que les élèves auraient construites au CI, et avant tout pour identifier celles qui sont mobilisées dans les TO introduites au CP (faits numériques, tables, etc.). Le signe « + » est utilisé ensuite tout au long du manuel CI pour tous les nombres jusqu'à 20 (en semaine 20). Toujours dans le manuel CI, le signe « - » ainsi que le mot « soustraction » apparaissent en semaine 12 (p. 104 – 105), dans la double-page « Découvrir le sens de la soustraction : Les nombres de 0 à 9 ». Le signe « - » est ensuite utilisé tout au long du manuel pour tous les nombres jusqu'à 20 (en semaine 20). L'introduction du signe « - » se fait via un problème arithmétique relevant de la classe de problèmes « recherche de l'état final après transformation négative ». Nous remarquons que le CEB (MEN Sénégal, 2016a, p. 189 à 192) préconise dès le CI **d'utiliser du matériel de numération en base dix** (abaques²³,

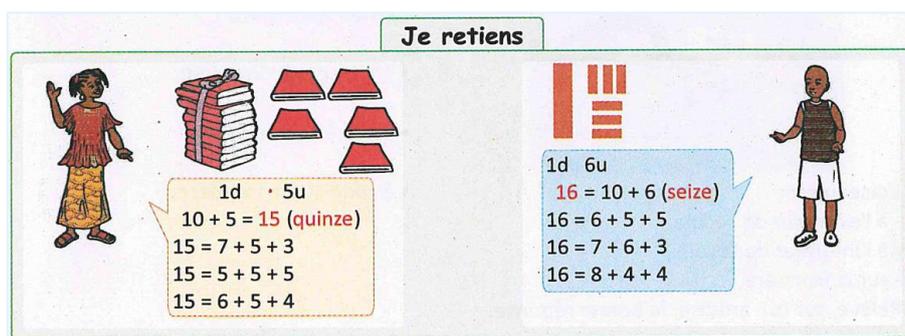
²² Le signe « : » apparaît en semaine 11 du manuel CI (pour les moitiés).

²³ Une fiche technique décrit le matériel des abaques dans le CEB (MEN Sénégal, 2016a, p. 193). Elle est reprise dans le guide d'utilisation (Didactikos Guide CI-CP, 2021, p. 16).

jetons de couleurs différentes pour désigner une dizaine ou une unité simple) pour effectuer des additions et soustractions avec des nombres inférieurs à 20.

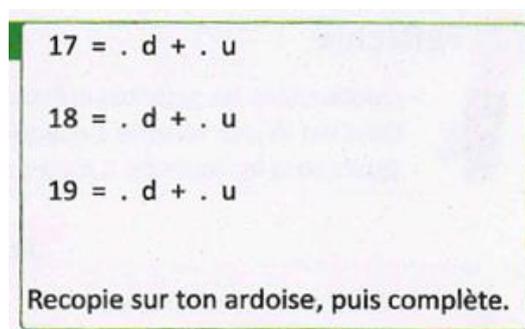
Dans les cinq doubles-pages du champ « activités numériques » du manuel CP qui précèdent l'introduction des techniques opératoires (seuls les nombres de 0 à 34 sont concernés, cf. Tableau 11), **les activités proposées**, en particulier celles de la rubrique « J'agis », **ne mobilisent pas de manière obligatoire des procédures faisant travailler les aspects décimaux et positionnels**. Cela est cependant possible : si aucune indication n'est donnée de manière explicite dans le guide d'utilisation (Didactikos Guide CI-CP, 2021), tout dépend de la conduite de la double-page par l'enseignant. Les textes de savoir de ces doubles-pages (cf. Tableau 12) portent néanmoins explicitement sur la signification des chiffres (dizaines, unités). Ce travail a été initié dans le manuel CI de la collection de manuels Didactikos : une double-page de ce manuel concerne la dizaine (semaine 14) et six autres les décompositions des nombres de 11 à 20 (chacune étend progressivement le champ numérique par « tranches » de deux ou trois nombres, cf. Figure 11). La dizaine y est définie comme étant l'équivalent de dix unités. Dans les textes de savoir de ce manuel CI (Figure 10), il est fait référence de manière explicite à des quantités exprimées en nombres de dizaine(s) et d'unité(s), pour des nombres de 10 à 20 (20 est ainsi vu comme 2 dizaines et 0 unité).

Figure 10. Extrait de manuel scolaire (CI)



Source : Didactikos Manuel CI, 2022, p. 144.

Figure 11. Extrait de manuel scolaire (CI)



Source : Didactikos Manuel CI, 2022, p. 153.

Dès la première double-page des cinq premières doubles-pages du champ « activités numériques » du manuel CP, des calculs sont demandés (Figure 12).

Figure 12. Extrait de manuel scolaire (CP)

4 Relève les opérations dans ton cahier, puis complète-les.

$12 - 9 = .$	$. - 15 = 5$
$20 - . = 14$	$. - . = 7$
$13 - 5 = .$	$16 - . = 8$

Source : Didactikos Manuel CP, 2022, p. 14.

Concernant ces calculs, **un travail mettant en jeu les aspects positionnels et décimaux est envisageable** (par exemple, $13 - 5$, c'est 5 unités ôtées de 1 dizaine et 3 unités), puisque ceux-ci sont vus au fur et à mesure de ces cinq doubles-pages (cf. Tableau 12) ou abordés au CI.

Dans les cinq doubles-pages précédant l'introduction des TO au CP, on relève pourtant des activités qui nous apparaissent demander explicitement de mobiliser l'aspect positionnel. On a par exemple (Figure 13) l'exercice suivant dans le manuel CP (deuxième double-page du champ « activités numériques », intitulée « Découvrir, composer et décomposer les nombres de 21 à 25 »).

Figure 13. Extrait de manuel scolaire (CP)

6 Pose, puis effectue les opérations suivantes dans ton cahier.

$12 + 11 = .$	$9 + 7 + 9 = .$
$25 - 12 = .$	$22 - 2 = .$

Source : Didactikos Manuel CP, 2022, p. 17.

Si on regarde alors le CI, on s'aperçoit que des opérations posées en colonnes y sont déjà apparues en toute fin d'année (pour les nombres jusqu'à 20). Ci-dessous (Figure 14), nous faisons figurer l'institutionnalisation de la double-page « effectuer des opérations sur les nombres de 0 à 14 » (semaine 17, 33^e double-page de CI sur 44).

Figure 14. Extrait de manuel scolaire (CI)

Je retiens

	J'ai en tout : 6 billes + 4 billes = 10 billes	$\begin{array}{r} 6 \\ + 4 \\ \hline 10 \end{array}$	Je compte 6 billes, j'ajoute 4 billes, puis je compte le tout.
	Il me reste : 12 mangues - 4 mangues = 8 mangues	$\begin{array}{r} 12 \\ - 4 \\ \hline 8 \end{array}$	Je compte 12 mangues, j'enlève 4 mangues, puis je compte le reste.

Source : Didactikos Manuel CI, 2022, p. 136.

Dans le CI, il est cependant **difficile d'apprécier quelle technique est envisagée** pour les opérations posées (pour les nombres jusqu'à 20), et notamment quel est l'appui sur les aspects positionnels et décimaux. À noter que nous avons interprété la consigne « pose l'opération » dans le « Je découvre » qui précède cette institutionnalisation comme indiquant une activité où l'opération est posée en colonnes, car c'est ce que l'on trouve

dans le « Je retiens » ; cependant, dès la suite dans cette double-page, ainsi qu'après et avant dans le manuel CI, on ne demande jamais explicitement de poser les opérations.

Concernant l'action de « poser », sur les cinq doubles-pages en amont de l'introduction des techniques opératoires CP (outre le cas p. 17 déjà signalé et celui de l'exercice 5 p. 25, « pose puis effectue les opérations suivantes sur ton cahier »²⁴), on trouve le terme « on pose » pour désigner des égalités à trou de type $20 = 7 + \dots$ (Didactikos Manuel CP, 2022, p. 13). À noter que **dans le CI, le calcul mental** peut aussi faire intervenir les aspects positionnels et décimaux (Figure 15), mais cela reste une hypothèse.

Figure 15. Extrait de manuel scolaire (CI)

Calcul mental :	Ajouter 10 à un nombre qui lui est inférieur
Exemple : Sophie a 4 serviettes à laver. Dado lui donne 10 autres. Combien de serviettes doit-elle laver en tout ?	
$4s + 10s = 14s$ (je conserve la dizaine et j'écris le chiffre à la place des unités)	
Exercice : $2 + 10 = .$; $3 + 10 = .$; $4 + 10 = .$	

Source : Didactikos Manuel CI, 2022, p. 144.

L'introduction des TO

La double-page concernant l'introduction de la TO de l'addition est la 13^e (sur 62) et celle de la soustraction est la 17^e (cf. Tableau 12). Elles se suivent cependant si on ne considère que les doubles-pages du champ « activités numériques » (respectivement 6^e et 7^e sur 20). Le texte de savoir concerne simultanément le cas avec une retenue et aussi sans retenue, **ce qui offre la possibilité de justifier ces TO via les aspects positionnels et décimaux de la numération écrite chiffrée**, d'autant que le champ numérique est bien celui des nombres étudiés auparavant (inférieurs ou égaux à 34)²⁵.

Cependant, dans les deux doubles-pages concernant l'introduction des TO, il n'est pas précisé s'il faut les justifier ou non. Dans ces deux doubles-pages, il n'y a en effet pas d'activité proposée en amont du savoir institutionnalisé (les « Je retiens ») ayant pour objectif cette justification : nous y reviendrons ultérieurement pour appréhender le type de dispositif didactique. Dans ces activités des rubriques « Je découvre » et « Je réfléchis », les nombres en jeu ne sont pas limités à ceux étudiés auparavant. Les aspects décimaux et positionnels étant potentiellement travaillés pour les nombres inférieurs à 34 (cf. Tableau 12), l'enseignant pourrait expliquer les techniques opératoires en convoquant ces aspects et en les étendant²⁶. **Tout est cependant à son appréciation et à sa charge**. En effet, le guide d'utilisation (Didactikos Guide CI-CP, 2021) ne donne aucune indication à ce sujet, mais, dans ce même guide, les doubles-pages commencent par une présentation du « matériel individuel et collectif » (p. 216 et 224). Ce matériel comporte les abaques pour la

²⁴ On ne trouve pas de telle consigne pour la double-page sur les nombres de 30 à 34.

²⁵ Rappelons que ce n'est pas le cas pour la soustraction sans retenue (qualifiée par le manuel de « sans emprunt »), qui mobilise des nombres supérieurs à 34 dont l'écriture chiffrée n'a pas fait l'objet d'un apprentissage explicite de la signification des chiffres.

²⁶ Ceci ne paraît cependant pas être ce que veulent les auteurs du manuel, puisque l'extension du champ numérique aux nombres supérieurs à 34 se fait après les doubles-pages concernant l'introduction des TO.

technique opératoire de l'addition (en particulier celle sans retenue), ce qui implicitement permet de « faire », et donc justifier, par la même cette technique avec des connaissances sur les aspects décimaux et positionnels de la numération écrite chiffrée. Pour la soustraction, le matériel des abaques n'est pas mentionné dans le guide d'utilisation (Didactikos Guide CI-CP, 2021). En outre, une seule TO est institutionnalisée : c'est la technique « Écart constant »²⁷. Sur l'exemple $50 - 33$, le terme évoque le fait d'« emprunter » 10 pour l'ajouter à 50 afin d'effectuer la soustraction sur les unités $10 - 3$ (et obtenir ainsi 7). Ce qui est emprunté est rendu sous la forme d'une dizaine ajoutée à 33, ce qui fait $(3 + 1)$ dizaines, et la soustraction s'effectue entre la dizaine de 50 (5) et donc les 4 dizaines obtenues. Ce n'est pas la TO qui peut être la plus facilement justifiée (et expliquée) grâce à un matériel de numération en base dix (dizaines / unités) comme les abaques. Ce type de matériel étant non mentionné dans le guide d'utilisation (Didactikos Guide CI-CP, 2021), ceci renforce l'hypothèse que, **pour la TO de la soustraction, le recours aux aspects positionnels et décimaux des écritures chiffrées n'est pas favorisé.**

Après chacune des institutionnalisations des deux doubles-pages sur les techniques opératoires (les « Je retiens »), les exercices d'entraînement / de réinvestissement (rubrique « J'agis ») comportent à la fois des demandes explicites de calculs posés²⁸, mais aussi des résolutions de problèmes arithmétiques (relevant de la structure additive et soustractive – Vergnaud, 1986 et 1990) qui peuvent se résoudre en posant des additions ou des soustractions.

Comme déjà signalé, **le manuel de CP de la collection Didactikos suit la progression du CEB** (MEN Sénégal, 2016a). Nous avons noté le fait qu'il se pourrait que le CEB envisage de distinguer les moments d'introduction des TO avec retenue(s) et sans retenue. Ceci entraînerait une introduction des TO sans retenue avec des nombres inférieurs à 34 et des TO avec retenue(s) avec des nombres inférieurs à 59 (qui ont été auparavant abordés). Nous avons vu que le manuel introduit les TO avec retenue(s) et sans retenue sur les nombres inférieurs à 34. Concernant la TO elle-même, le CEB concernant le CI et le CP (MEN Sénégal, 2016a) ne mentionne que celle pour l'addition (sans retenue sur les exemples donnés) avec des nombres inférieurs à 20. Elle est programmée au CI. En revanche, le CEB concernant le CE1 et le CE2 (MEN Sénégal, 2016b, p. 172 – 175) explicite des TO. Il est indiqué :

Concernant les techniques opératoires, les enfants doivent comprendre le principe positionnel de la numération décimale, la signification des chiffres utilisés dans l'écriture des nombres, les règles d'échange qui les gouvernent ainsi que les propriétés de l'addition (commutativité et associativité) (MEN Sénégal, 2016b).

Ceci engage donc à une justification ou à une explication des TO via l'aspect décimal et l'aspect positionnel ; nous n'avons cependant pas remarqué cette préconisation dans le

²⁷ Cf. la définition dans le texte ci-avant, à voir aussi dans Mounier & Priolet (2016) et Mounier & Priolet (2015).

²⁸ Rappelons que, dans ce contexte, nous avons interprété « poser » comme une demande de ce que nous avons défini comme la technique posée « en colonnes » (nos TO) ; cependant, l'expression « pose l'opération » est utilisée dès le manuel CI (voir par exemple semaine 12, p. 105).

CEB qui concerne le CP. Signalons que, toujours dans le CEB du CE1 et CE2, **trois TO de la soustraction sont exposées** (MEN Sénégal, 2016b, p. 174). Il y a la TO « Écart constant » (qualifiée de « technique fondée sur la propriété des différences égales ») et la « Non-Écart » (qualifiée de « technique des échanges ») déjà abordées dans ce rapport, mais aussi une « **technique dite de complémentation** » qui repose sur le fait que « pour calculer $d = a - b$, on cherche en réalité d tel que $b + d = a$ » (cf. la méthode par addition de Guinet, 1978, p. 62). Au CE1 et au CE2, le choix de la TO nous semble laissé à l'appréciation des enseignants, mais les enseignants de CP sont-ils concernés ?

Après l'introduction des TO

Dans le manuel CP, après l'introduction des TO, seize doubles-pages relèvent du champ « activités numériques ». Le champ numérique travaillé est celui des nombres de 0 à 100 (cf. Tableau 11). Dans les dix doubles-pages consacrées explicitement à l'extension du champ numérique, on passe des nombres de 0 à 34 (vus avant l'introduction des techniques opératoires de la soustraction et de l'addition) à ceux de 0 à 100 par « tranches » de 5 jusqu'à 49 (la dernière étant celle de 44 à 49) puis par tranches de 10 jusqu'à 99 (la dernière étant celle de 89 à 99), 100 étant étudié *in fine*.

Les textes de savoir portent sur la signification des chiffres (dizaines, unités). Pour autant, les activités proposées (les exercices en amont du texte de savoir comme les exercices d'entraînement en aval « J'agis ») ne nous semblent pas mobiliser de manière obligatoire ou explicite des procédures faisant travailler les aspects décimaux et positionnels de la numération écrite chiffrée. Bien qu'aucune prescription n'aïlle dans ce sens dans le manuel ou le guide d'utilisation (Didactikos Guide CI-CP, 2021), **il reste néanmoins possible de poursuivre (ou d'initier) un travail de justification et explication des TO de l'addition et de la soustraction en recourant aux aspects positionnels et décimaux des écritures chiffrées**. À notre sens, cela concerne surtout l'addition, notamment en mobilisant du matériel, comme les abaques, mentionné ou figuré dans le manuel ou le guide d'utilisation (Didactikos Guide CI-CP, 2021). Notons cependant que notre recherche ne permet pas de savoir quel matériel est effectivement disponible dans les classes.

Par ailleurs, tout au long des doubles-pages du champ « activités numériques », nous avons relevé des réinvestissements explicites de l'utilisation de ces techniques : ex. 5 p. 47 (cinq additions sans retenue) ; ex. 5 p. 55 (deux additions sans retenue, une soustraction avec retenue) ; ex. 6 p. 83 (deux additions à retenues, deux soustractions dont une avec retenue) ; ex. 6 p. 85 (une addition sans retenue, trois soustractions dont deux avec retenues) ; ex. 4 p. 93 ; ex. 4 p. 35. D'autres exercices demandent de calculer sans mentionner le fait d'utiliser une TO, comme l'exercice 3 p. 131. En outre, les TO nous apparaissent les seules procédures dont disposent *a priori* les élèves pour effectuer certains calculs²⁹ qui apparaissent dans ces doubles-pages³⁰. Ainsi ces calculs pourraient se prêter aussi à un tel réinvestissement.

²⁹ En observant les connaissances travaillées dans le manuel, certains calculs sont difficilement accessibles via du calcul mental, comme la plupart des additions ou des soustractions de nombres à deux chiffres avec retenue(s).

³⁰ Cela pourrait aussi être le cas dans des doubles-pages du champ « activités de mesure ».

Trois évaluations sont situées après les deux doubles-pages d'introduction des techniques opératoires (aucune avant). Dans les deux premières, il n'y a pas de demande explicite de calcul posé, et il nous semble que la très grande majorité des opérations à effectuer peut se faire autrement que par une TO. Dans la 3^e et dernière évaluation, évaluation sommative de fin d'année (p. 138 et 141), quatre calculs pourraient être traités via une TO (d'autres procédures nous semblant moins disponibles) : $37 + 48$; $71 - 25$; $29 + 17 + 34$; $90 - 73$. Dans cette évaluation, un problème arithmétique requiert les calculs $51 + 46$ et $51 + 46 - 14$, calculs qui mobiliseraient aussi des TO.

b. Au CE1, les TO de l'addition et de la soustraction pour les nombres à trois chiffres

Comme indiqué dans l'analyse générale, le manuel CE1 indique une progression pour chacun des quatre champs d'activités, mais ne programme pas ces progressions en les articulant dans l'année. Nous n'avons donc pas d'indication sur les semaines, mais il reste l'organisation en doubles-pages : 26 pour les activités numériques, dont 2 d'activités d'intégration et de remédiation (Tableau 15).

Tableau 15. Place des TO dans la progression CE1 parmi les doubles-pages concernant les activités numériques

<p>1^{re} à 4^e double-page</p>	<p>2 doubles-pages sur les nombres de 0 à 500</p> <p>1 double-page sur les nombres pairs et impairs</p> <p>1 double-page sur les moitiés et les doubles</p>																																				
<p>5^e, 6^e et 7^e doubles-pages</p>	<p>1 double-page sur le sens de l'addition (pour les nombres de 100 à 500)</p> <p>1 double-page sur la TO de l'addition <i>sans</i> retenue (institutionnalisation sur $125 + 64$ et $145 + 123$)</p> <div data-bbox="724 1227 1334 1417" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p style="text-align: center;">Je retiens :</p> <p>Pour poser une addition, j'écris les unités sous les unités, les dizaines sous les dizaines et les centaines sous les centaines.</p> <table style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <thead> <tr><th>c</th><th>d</th><th>u</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>2</td><td>5</td></tr> <tr><td>+</td><td>6</td><td>4</td></tr> <tr><td>=</td><td>1</td><td>8</td></tr> </tbody> </table> <div style="display: inline-block; border: 1px solid gray; border-radius: 10px; padding: 2px;"> $5 + 4 = 9$ $2 + 6 = 8$ $1 + 0 = 1$ </div> <table style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <thead> <tr><th>c</th><th>d</th><th>u</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>+</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>=</td><td>2</td><td>6</td></tr> </tbody> </table> <div style="display: inline-block; border: 1px solid gray; border-radius: 10px; padding: 2px;"> $5 + 3 = 8$ $4 + 2 = 6$ $1 + 1 = 2$ </div> <p style="font-size: small;">Le nombre de stylos est de 189. Le nombre de cahiers est de 268.</p> </div> <p>1 double-page sur la TO de l'addition <i>avec</i> retenue (institutionnalisation sur $125 + 68$)</p> <div data-bbox="724 1464 1334 1655" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p style="text-align: center;">Je retiens :</p> <p>Pour poser une addition, j'écris les unités sous les unités, les dizaines sous les dizaines et les centaines sous les centaines. Je fais surtout attention à la retenue.</p> <table style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <thead> <tr><th>c</th><th>d</th><th>u</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>2</td><td>5</td></tr> <tr><td>+</td><td>6</td><td>8</td></tr> <tr><td>=</td><td>1</td><td>9</td></tr> </tbody> </table> <p style="font-size: small;"> $5 + 8 = 13$; j'écris 3 je retiens 1 $1 + 2 + 6 = 9$; j'écris 9 $1 + 0 = 1$; j'écris 1 et je lis le résultat obtenu. Le nombre total de visiteurs est de 193. </p> </div>	c	d	u	1	2	5	+	6	4	=	1	8	c	d	u	1	4	5	+	1	2	=	2	6	c	d	u	1	2	5	+	6	8	=	1	9
c	d	u																																			
1	2	5																																			
+	6	4																																			
=	1	8																																			
c	d	u																																			
1	4	5																																			
+	1	2																																			
=	2	6																																			
c	d	u																																			
1	2	5																																			
+	6	8																																			
=	1	9																																			
<p>8^e double-page</p>	<p>Extension du champ numérique : de 500 à 999</p>																																				

9^e, 10^e et 11^e doubles-pages	1 double-page sur le sens de la soustraction (pour les nombres de 500 à 999)			
	1 double-page sur la TO de la soustraction <i>sans</i> retenue (institutionnalisation sur 887 – 735) <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p style="text-align: center;">Je retiens :</p> <p>Pour faire la soustraction de deux nombres entiers, je place les unités sous les unités, les dizaines sous les dizaines, les centaines sous les centaines, puis je fais la soustraction entre unités, dizaines, puis centaines.</p> <table style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>$\begin{array}{r} 887 \\ - 735 \\ \hline = \end{array}$</td> <td>$\begin{array}{r} 887 \\ - 735 \\ \hline = 2 \end{array}$</td> <td>$\begin{array}{r} 887 \\ - 735 \\ \hline = 52 \end{array}$</td> <td>$\begin{array}{r} 887 \\ - 735 \\ \hline = 152 \end{array}$</td> </tr> </table> <ol style="list-style-type: none"> 1- Je pose l'opération en plaçant le plus grand nombre en haut. 2- Je soustrais les unités (5 ôtés de 7 = 2). 3- Je soustrais les dizaines (3 ôtés de 8 = 5). 4- Je soustrais les centaines (7 ôtés de 8 = 1). </div>	$\begin{array}{r} 887 \\ - 735 \\ \hline = \end{array}$	$\begin{array}{r} 887 \\ - 735 \\ \hline = 2 \end{array}$	$\begin{array}{r} 887 \\ - 735 \\ \hline = 52 \end{array}$
$\begin{array}{r} 887 \\ - 735 \\ \hline = \end{array}$	$\begin{array}{r} 887 \\ - 735 \\ \hline = 2 \end{array}$	$\begin{array}{r} 887 \\ - 735 \\ \hline = 52 \end{array}$	$\begin{array}{r} 887 \\ - 735 \\ \hline = 152 \end{array}$	
12^e à 20^e doubles-pages	1 double-page sur la TO de la soustraction <i>avec</i> retenue (institutionnalisation sur 415 – 328) <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p style="text-align: center;">Je retiens :</p> <p>Pour effectuer une soustraction avec retenue, je place bien les chiffres, j'effectue l'opération colonne par colonne en tenant compte de la retenue.</p> <table style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>$\begin{array}{r} 4 \quad ^1 1 \quad ^5 5 \\ - \quad ^1 3 \quad ^1 2 \quad 8 \\ \hline = 0 \quad 8 \quad 7 \end{array}$</td> <td> 8 ôtés de 5, c'est impossible donc j'emprunte une dizaine. 8 ôtés de 15 = 7 Je rends la dizaine (1 + 2) = 3 3 ôtés de 1, c'est impossible, donc j'emprunte une dizaine. 3 ôtés de 11 = 8 Je rends la dizaine : (1 + 3) = 4 4 ôtés de 4 = 0 Résultat = 087 </td> </tr> </table> </div>	$\begin{array}{r} 4 \quad ^1 1 \quad ^5 5 \\ - \quad ^1 3 \quad ^1 2 \quad 8 \\ \hline = 0 \quad 8 \quad 7 \end{array}$	8 ôtés de 5, c'est impossible donc j'emprunte une dizaine. 8 ôtés de 15 = 7 Je rends la dizaine (1 + 2) = 3 3 ôtés de 1, c'est impossible, donc j'emprunte une dizaine. 3 ôtés de 11 = 8 Je rends la dizaine : (1 + 3) = 4 4 ôtés de 4 = 0 Résultat = 087	
	$\begin{array}{r} 4 \quad ^1 1 \quad ^5 5 \\ - \quad ^1 3 \quad ^1 2 \quad 8 \\ \hline = 0 \quad 8 \quad 7 \end{array}$	8 ôtés de 5, c'est impossible donc j'emprunte une dizaine. 8 ôtés de 15 = 7 Je rends la dizaine (1 + 2) = 3 3 ôtés de 1, c'est impossible, donc j'emprunte une dizaine. 3 ôtés de 11 = 8 Je rends la dizaine : (1 + 3) = 4 4 ôtés de 4 = 0 Résultat = 087		
Extension du champ numérique : de 1000 à 5000 Sens de la multiplication TO de la multiplication (15 ^e double-page, par un nombre à 1 chiffre) Sens de la division Technique de la division posée (17 ^e double-page, par un nombre à 1 chiffre) Divisibilité par 2, par 5 Activité d'intégration et de remédiation Extension du champ numérique : de 5 000 à 9 999				
21^e double-page	Reprise des TO de l'addition et de la soustraction avec et sans retenue pour les nombres de 5000 à 9999			
22^e à 26^e doubles-pages	TO de la multiplication (par un nombre à 2 chiffres) pour les nombres de 5 000 à 9 999 TO de la division (par un nombre à 1 chiffre) pour les nombres de 5 000 à 9 999 Le nombre 10 000 : tableau et unités de numération (u, d, c, unité de mille, dizaine de mille) Triple d'un nombre Activité d'intégration et de remédiation			

Contrairement au CP, il n'y a pas de double-page explicitement consacrée à l'évaluation, mais deux courtes auto-évaluations sont situées au début des activités d'intégration et de remédiation. En outre, il est dit dans l'avant-propos (Figure 16) que la phase finale d'une double-page « J'agis » « correspond au réinvestissement et à l'évaluation du palier ».

Figure 16. Extrait de manuel scolaire (CE1)

PALIER 1	Intégrer des opérations arithmétiques portant sur les nombres entiers naturels de 0 à 5 000 dans des situations de résolution de problèmes de calcul numérique.
PALIER 2	Intégrer les opérations sur les nombres entiers naturels de 0 à 10 000 dans des situations de résolution de problèmes de calcul numérique.

Source : Didactikos Manuel CE1, 2022, p. 3.

Avant la (ré)introduction des TO

L'addition est traitée en premier et la TO est mise en œuvre sur les nombres inférieurs à 500 (nombres qui ont fait l'objet auparavant de doubles-pages dédiées), puis, après une extension du champ numérique jusqu'à 1 000, c'est la soustraction qui est reprise. **Le champ numérique travaillé en amont de la TO de l'addition n'est donc pas celui de la TO de soustraction.** Ce découpage du champ numérique se retrouve dans les objectifs du palier ; il pourrait être une conséquence d'une directive institutionnelle présente dans le CEB (MEN Sénégal, 2016b). **Le sens des opérations est vu juste avant la réintroduction des TO et à travers des résolutions de problèmes arithmétiques** (5^e double-page pour l'addition, problème de réunion avec recherche du tout ; 9^e double-page pour la soustraction, problème de réunion avec recherche d'une partie ou problème de recherche de l'état final après transformation négative). Dans les doubles-pages qui précèdent l'introduction des TO, certaines activités mobilisent de manière obligatoire des procédures faisant travailler l'aspect décimal (y compris avec l'introduction de la centaine comme dix dizaines), et possiblement l'aspect positionnel. Les textes de savoir de ces doubles-pages portent sur la signification des chiffres (centaines, dizaines, unités) via en particulier un tableau de numération.

La (ré)introduction des TO

Dans les deux TO, le cas sans retenue est traité juste avant celui avec retenue³¹. Contrairement au CP, les TO de l'addition et de la soustraction sont reprises dans des doubles-pages qui ne se suivent pas immédiatement, bien qu'elles restent proches. Les TO ne sont pas revues pour les nombres à deux chiffres (savoir du CP), mais directement dans des cas de nombres à trois chiffres. Les nombres en jeu relèvent bien du champ numérique des nombres étudiés auparavant, inférieurs ou égaux à 500 pour l'addition et de 500 à 999 pour la soustraction – en accord avec le CEB (MEN Sénégal, 2016b). **Cette différence de champ numérique n'est pas étayée didactiquement parlant**, puisque l'algorithme soutenant les TO enseignées ainsi que les propriétés mathématiques sous-jacentes (concernant les nombres et le système de numération) sont identiques pour tous les nombres à 3 chiffres (et sont le prolongement de ceux des nombres à 2 chiffres).

³¹ Rappelons que dans le manuel CE1, on ne retrouve plus le terme « emprunt » pour la TO de la soustraction ; c'est « retenue » qui est utilisé.

Dans les doubles-pages concernant directement les TO de l'addition, **rien n'indique s'il faut les justifier ou non**. Il n'y a en effet pas d'activité proposée en amont du savoir institutionnalisé (« Je retiens ») ayant pour objectif cette justification (cf. *infra*). Les aspects décimaux et positionnels étant potentiellement travaillés pour les nombres en jeu, l'enseignant pourrait néanmoins expliquer ou justifier les TO en convoquant ces aspects. **Comme au CP, tout est cependant à son appréciation et à sa charge** – les institutionnalisations ne faisant pas référence de manière explicite à ces aspects.

Concernant la TO de la soustraction avec retenue (terme aussi utilisé par le manuel), une seule technique est institutionnalisée : c'est l'« Écart constant ». Dans l'exemple sur lequel s'appuie l'institutionnalisation (415 – 328), il est question d'emprunter (une dizaine) puis de la rendre, prolongeant ainsi la TO du CP. Signalons à nouveau qu'en mettant en évidence les aspects positionnels et décimaux des écritures chiffrées, l'utilisation d'un matériel de numération en base dix (centaine / dizaine / unité) permet de justifier plus facilement la technique « Non-Écart » que celle « Écart constant ».

Après chacune des institutionnalisations des TO, les exercices de la rubrique « J'agis » comportent à la fois des demandes explicites de calculs posés, des opérations posées à trou (Figure 17), mais aussi des résolutions de problèmes arithmétiques (relevant de la structure additive et soustractive, Vergnaud, 1986 et 1990) qui peuvent se résoudre en posant des additions ou des soustractions.

Figure 17. Extrait de manuel scolaire (CE1)

Complète les opérations suivantes dans ton cahier.

$\begin{array}{r} 205 \\ - \dots \\ \hline = .87 \end{array}$	$\begin{array}{r} 531 \\ - 4. \\ \hline = .83 \end{array}$	$\begin{array}{r} 8.6 \\ - 27. \\ \hline = 529 \end{array}$	$\begin{array}{r} 8.3 \\ - 70. \\ \hline = .38 \end{array}$	$\begin{array}{r} 9.7 \\ - 89. \\ \hline = .08 \end{array}$
---	--	---	---	---

Source : Didactikos Manuel CE1, 2022, p. 59.

Par ailleurs, dès la (ré)introduction de la TO de l'addition sans retenue, des sommes avec trois termes sont proposées (la retenue ne dépasse cependant pas une dizaine et une centaine pour les additions avec retenues).

Après la (ré)introduction des TO

Quinze doubles-pages du champ « activités numériques » suivent la (ré)introduction des TO. Le champ numérique travaillé est celui des nombres de 0 à 9 999. Dans les cinq doubles-pages (sur vingt-six en tout) consacrées explicitement à l'extension du champ numérique, on passe des nombres de 0 à 500 (vus avant l'introduction de la TO de l'addition) à ceux de 500 à 999 (vus avant l'introduction des TO de la soustraction) puis de 1 000 à 5 000 et enfin de 5 000 à 9 999, en utilisant les unités de numération présentes en particulier dans un tableau de numération. Ceci nous semble en conformité avec le CEB (MEN Sénégal, 2016b), mais, de manière identique au CP, le fait de ne pas considérer d'emblée tous les nombres à 3 puis 4 chiffres peut être didactiquement discuté. Une centaine est introduite comme étant dix dizaines, une unité de mille comme étant dix

centaines³². Les textes de savoir portent sur la signification des chiffres (dizaines, unités) et certaines activités proposées (les activités en amont du texte de savoir de la rubrique « Je retiens », comme les exercices en aval, ceux de la rubrique « J’agis ») nous semblent mobiliser, si ce n’est obligatoirement tout au moins explicitement, des procédures faisant travailler les aspects décimaux (et positionnels dans une moindre mesure) de la numération écrite chiffrée. De ce fait, bien qu’aucune prescription dans le manuel ou le guide d’utilisation (Didactikos Guide CE1, 2021) nous semble aller explicitement dans ce sens, **il reste possible de poursuivre (ou d’initier) un travail de justification et d’explication des TO en recourant aux aspects positionnels et décimaux des écritures chiffrées**³³. Ceci est cependant à moduler : les auteurs du manuel de CE1 ne prescrivent pas l’explication des TO de la multiplication posée (d’un nombre par un multiplicateur à 1 puis 2 chiffres) et de la division posée (par un diviseur à 1 chiffre) par ces aspects de la numération écrite chiffrée ³⁴. **Comme au CP, les justifications sont envisageables mais restent à la charge et à l’appréciation de l’enseignant.**

Par ailleurs, nous avons relevé des réinvestissements explicites de l’utilisation de ces TO, en particulier dans une double-page (la 21^e double-page) dédiée à la réutilisation des TO de l’addition et de la soustraction avec retenues pour les nombres de 5 000 à 9 999³⁵. Cette double-page peut être considérée comme une reprise des techniques vues pour les nombres à quatre chiffres et l’occasion de mobiliser les aspects décimaux et positionnels de la numération écrite chiffrée. Finalement, comme pour le CP, les techniques opératoires posées nous apparaissent être les seules procédures dont disposent *a priori* les élèves pour effectuer certains calculs proposés dans des doubles-pages de résolution de problèmes.

Deux auto-évaluations sont à noter : une située après les doubles-pages d’introduction des TO pour les nombres à trois chiffres, une autre après la reprise pour les nombres à quatre chiffres. Dans la première (p. 74), même s’il n’est pas demandé de les poser explicitement, les calculs $95 + 168$ et $301 - 87$ nous apparaissent nécessairement mobiliser les TO (avec retenues). La seconde (p. 88) ne propose pas d’exercices requérant de TO.

Nous avons déjà signalé la présence, dans le CEB du CE1 et CE2, d’indications sur les TO et la préconisation de faire le lien avec l’aspect positionnel et l’aspect décimal de la numération écrite chiffrée (MEN Sénégal, 2016b, p. 172 – 175). Ceci n’étant pas présent dans le CEB du CI et CP, il nous semble plus difficile que les enseignants de CE1 suivent ces préconisations si auparavant les élèves n’ont pas fait ce lien au CP.

³² Le cas de l’unité « dix milliers » est plus difficile à saisir ; en effet, le manuel ne parle pas explicitement du nom de cette unité, mais associe l’écriture 10 000 au nom du nombre « dix mille » tout en mobilisant un tableau de numération. Nous n’avons pas repéré où était indiqué que cette unité était égale à dix milliers. Par ailleurs les autres nombres à quatre chiffres ne sont pas abordés.

³³ Le CEB du CE1-CE2 (MEN Sénégal, 2016b, p. 172 – 175) prescrit de faire le lien entre les TO de toutes les opérations et les propriétés du système de numération écrit.

³⁴ Le fait que la multiplication par 10 (respectivement 100) soit obtenue en ajoutant un zéro à droite (respectivement deux zéros) est indiqué apparemment sans justification prescrite (p. 64 et 66). Par ailleurs, les « Je découvre » et les « Je réfléchis » précédant les institutionnalisations des TO de la multiplication et division ne concourent pas à une explication de ces techniques via les propriétés de la numération écrite chiffrée (voir par exemple p. 66).

³⁵ À nouveau, rien ne justifie didactiquement que cette reprise ne concerne pas tous les nombres à quatre chiffres.

Ce qu'il faut retenir (5)

C'est **dans le manuel CP que sont introduites de manière explicite les TO de l'addition et de la soustraction**. Elles sont potentiellement travaillées tout au long de l'année puisque leur introduction se situe dès les semaines 3 et 4, sur les 15 en tout. Les titres des doubles-pages laissent percevoir une possible réutilisation de ces TO dans les différents champs d'activités, sauf celui des activités géométriques. Ceci est vrai durant toute l'année de CP et de CE1, notamment dans le champ des activités numériques puisque l'étude des nombres se fait progressivement : au CP jusqu'à 20 puis par « tranches » de 5 et 10, et au CE1 de 0 à 500, puis jusqu'à 1 000, 5 000 et 10 000. Au CP, les doubles-pages concernant la découverte des TO se situent juste après l'étude des nombres jusqu'à 34. De ce fait, **des questions se posent sur le choix des nombres concernés par les TO lors de leur découverte puis par la suite**. En effet, les algorithmes des TO, mais aussi leur justification, sont valables pour tous les nombres à deux chiffres au CP, puis à trois et quatre chiffres au CE1. Or les TO ne sont pas introduites d'emblée pour tous les nombres comportant jusqu'à deux, trois puis quatre chiffres. Nous observons en outre que les nombres en jeu dans l'institutionnalisation de la TO de la soustraction au CP ne se limitent pas aux nombres abordés auparavant dans les doubles-pages concernant les activités numériques.

Dès le CP, il est envisageable de justifier les TO via les aspects décimaux et positionnels de la numération écrite chiffrée, puisque les institutionnalisations proposées dans les doubles-pages concernant les nombres jusqu'à 34 mettent en avant ces aspects : c'est aussi le cas par la suite dans les doubles-pages concernant l'extension du champ numérique au CP et au CE1. Cependant, les institutionnalisations au CP et au CE1 de la TO de la soustraction, relevées dans la rubrique « Je retiens », montrent que **c'est la technique « Écart constant » qui est enseignée, celle que nous estimons moins facile à relier aux aspects décimaux et positionnels que dans la technique « Non-Écart »** - notamment via une utilisation d'un matériel de numération manipulable en base dix (par exemple des abaques ou des cubes emboîtables en dizaines). Nous avons pourtant noté que si le CEB CI-CP ne fait pas mention explicite des justifications, le CEB CE1-CE2 indique plusieurs TO de la soustraction possibles (dont celles « Écart constant » et « Non-Écart ») et préconise de faire le lien entre les TO de toutes les opérations et les propriétés du système de numération écrit.

Par ailleurs, nous avons relevé que des doubles-pages concernant l'introduction du sens des opérations précèdent l'introduction des TO, comme le préconise les CEB. **Il faudrait rechercher quelles sont exactement les classes de problèmes abordées (au CP puis au CE1) pour en savoir plus sur le sens donné aux opérations**, avant et après l'introduction des TO.

Finalement, nous avons remarqué que les signes opératoires « + » et « - » étaient présents dès le tout début du manuel CP, et même dans le manuel CI, en particulier pour proposer des tâches de calcul mental. Ici aussi **il faudrait enquêter plus en avant pour savoir quelles sont les connaissances en calcul mental (potentiellement en jeu dans les TO) programmées dans les années de CI, CP et CE1**, notamment celles concernant les tables d'addition (dont, au CP, nous n'avons pas vu de traces dans les objectifs des rubriques dédiées).

4. Le traitement du savoir : les dispositifs didactiques et la place des savoirs nouveaux

Nous voulons tout d'abord déterminer quels types de dispositifs didactiques (Rey, 2001) sont à l'œuvre dans les doubles-pages traitant de l'introduction des TO au CP : « problème – compréhension – application », « observation – compréhension – application » ou « explication – application » (cf. section B). Nous allons alors apprécier leur proximité à une situation-problème au sens de Fénichel et Pfaff (2005). Nous nous sommes posé les questions suivantes :

L'emploi de la connaissance visée par l'objectif de la séance permet-elle de répondre à la tâche ? Y a-t-il une validation des réponses que les élèves peuvent faire eux-mêmes ? La réponse est-elle immédiate ? Les élèves peuvent-ils s'engager dans la résolution de la tâche ? Nous regardons aussi la place et la teneur des textes de savoir : quel est leur contenu ? À quel moment de la séquence apparaissent-ils ? Par qui et comment sont-ils élaborés ? Sous quelle forme les élèves en disposent-ils ? (Mounier & Grapin, 2018, p. 59).

La TO de l'addition

La TO de l'addition est introduite dans la double-page de la semaine 4 (Didactikos Manuel CP, 2022, p. 36 – 37). **Le savoir en jeu est explicitement à la disposition de l'élève** dans la rubrique « Je retiens » en fin de page 36 (Figure 18).

Figure 18. Extrait de manuel scolaire (CP)

Je retiens

J'effectue :

$$\begin{array}{r} 21 \\ + 12 \\ \hline = 33 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 1 \\ 25 \\ + 9 \\ \hline = 34 \end{array}$$

14

Pour poser une addition, je place les unités sous les unités et les dizaines sous les dizaines.
Pour effectuer une addition, je commence par les unités.

Illustration d'une élève pointant vers le résultat.

Source : Didactikos Manuel CP, 2022, p. 36.

Ce savoir est d'ordre conventionnel, mais, pour justifier la TO, il est nécessaire de mobiliser des propriétés du système de numération écrit chiffré. Le contenu de la rubrique « Je retiens » ne fait pas référence explicitement à ces propriétés ; cependant, la référence aux unités et aux dizaines, ainsi que l'analyse des doubles-pages que nous avons faite auparavant, laissent la possibilité d'en faire aussi un objet d'apprentissage.

Avant cette rubrique, on trouve les deux rubriques « Je découvre » et « Je réfléchis » (Figure 19). Pour savoir s'il y a une situation-problème, nous devons analyser les activités qui y sont proposées.

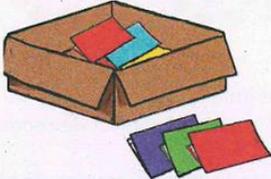
Figure 19. Extrait de manuel scolaire (CP)

Je découvre



Votre classe reçoit, le matin, 25 cahiers de 32 pages et 12 cahiers de 48 pages. Le soir, elle reçoit un complément de 25 cahiers de 32 pages, et 9 cahiers de 48 pages.

- Combien de cahiers a-t-elle reçus le matin ?
- Combien de cahiers a-t-elle reçus le soir ?



Trouve le nombre de cahiers reçu le matin et le nombre de cahiers reçu le soir.

Je réfléchis



- Quelles sont les données utiles pour l'opération ?
- Quelle est l'opération qui convient ?
- Effectue l'opération.

Source : Didactikos Manuel CP, 2022, p. 36.

Nous voyons que les questions posées amènent à mobiliser deux calculs additifs : $25 + 12$ et $25 + 9$. L'élève est alors nécessairement confronté à la recherche d'une procédure pour trouver le résultat. Les connaissances anciennes à ce sujet, inférées des analyses précédentes, nous amènent à considérer que **certains élèves pourraient trouver le résultat sans avoir à poser l'opération**. Certains peuvent cependant mobiliser l'aspect décimal et l'aspect positionnel de la numération écrite chiffrée, par exemple en effectuant un calcul en ligne, ou bien via un matériel de numération³⁶. La TO en jeu dans la rubrique « Je retiens » pourrait même être envisagée par certains élèves, s'ils ont suivi le manuel CI qui expose cette TO pour les nombres inférieurs à 20 (et sans retenue) et en ont retenu l'enseignement. Grâce au matériel de numération et en mobilisant différentes procédures anciennement fréquentées, les élèves peuvent en outre valider leur résultat. **La « solution » apportée dans la rubrique « Je retiens » peut apparaître comme pertinente aux élèves**, à défaut qu'elle puisse être envisagée par tous. Il est inévitable qu'elle ne puisse pas apparaître comme la seule possibilité pour effectuer le calcul, de par la nature du savoir en jeu (caractère conventionnel de la mise en signes de la TO) et de la multiplicité des procédures envisageables.

Les activités des rubriques « Je découvre » et « Je réfléchis » peuvent ainsi permettre d'installer une situation d'apprentissage débutant par une situation-problème. La façon de la mener et la nature des connaissances exactes des élèves sont des paramètres importants à prendre en compte pour déterminer quels sont les enjeux des apprentissages effectifs : s'agit-il uniquement de la mémorisation d'un algorithme et sa mise en signes,

³⁶ Dans le guide d'utilisation (Didactikos Guide CI-CP, 2021, p. 216) est mentionné le matériel à mettre à la disposition des élèves (billes, bâtonnets, cailloux, capsules) pour le début de cette double-page. Les abaques ne sont pas signalés, bien que ce matériel le soit dans le guide d'utilisation (Didactikos Guide CI-CP, 2021, p. 16) et le CEB (MEN Sénégal, 2016a, p. 193).

ou bien en outre de sa justification via l'aspect décimal et l'aspect positionnel de la numération écrite chiffrée ?

Les activités proposées dans la rubrique « J'agis » de la seconde double-page (p. 37, cf. Figure 20) mettent potentiellement en jeu le savoir nouvellement institutionnalisé, *a minima* l'algorithme et sa mise en signes.

Figure 20. Extrait de manuel scolaire (CP)

J'agis

1 Pose, puis effectue les opérations suivantes sur ton ardoise.

$15 + 24 = .$ $22 + 12 = .$

2 Recopie, puis complète les opérations sur ton ardoise.


$$\begin{array}{r} 22 \\ + 7 \\ \hline = . \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1. \\ + 7 \\ \hline = 29 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ + 15 \\ \hline = . \end{array}$$

3 Pose, puis effectue les opérations suivantes.

$9 + 8 + 7 = .$ $28 + 6 = .$ $17 + 13 = .$

4 Dans son enclos, ton oncle a 15 béliers et 17 brebis.
Trouve le nombre total d'animaux dans l'enclos.



5 Paul a 14 capsules. Badou a 12 capsules de plus que Paul.
Pose l'opération sur ton ardoise pour trouver le nombre de capsules de Badou.

6 Bira a 29 billes. Durant le jeu, il gagne 5 billes.
Combien de billes a-t-il en tout ?
Pose l'opération sur ton ardoise et trouve le résultat.

Source : Didactikos Manuel CP, 2022, p. 37.

Ces éléments vont dans le sens d'une **analyse du dispositif didactique comme étant de type « problème – compréhension – application »**. Signalons cependant que le contenu de ce qui est en jeu d'institutionnalisation est possiblement accessible à l'élève via la rubrique « Je retiens » (si par exemple celui-ci a ouvert son manuel pour les activités « Je découvre » et « Je réfléchis»). En conséquence, **la situation d'apprentissage pourrait ne pas débiter par une situation-problème**, dans le cas où le savoir à découvrir est lu par l'élève. On serait alors plutôt dans le cas d'un dispositif didactique de type « observation – compréhension – application » voire « explication – application ».

Concernant l'organisation des activités ritualisées et l'articulation de savoirs anciens et de savoirs nouveaux, l'analyse de la double-page 36-37 du manuel de CP est congruente avec l'hypothèse faite dans l'analyse globale. En effet, au début sont prescrites des activités ritualisées via la rubrique « Calcul mental », puis suit une introduction d'un savoir nouveau clairement identifié. Ensuite, il nous semble que les exercices proposés convoquent avant tout le savoir nouveau, avec une intervention *a minima* de savoirs anciens, et essentiellement des savoirs qui nous semblent stabilisés. Cependant, il ne s'agit pas de travailler explicitement sur ces savoirs anciens. La TO est ensuite mobilisée explicitement dans l'année de manière ponctuelle et les occasions d'y recourir ne nous apparaissent pas très nombreuses.

La TO de la soustraction

Nous obtenons des résultats semblables concernant l'introduction au CP de la TO de la soustraction (double-page 44 – 45). En particulier, nous nous interrogeons aussi sur le fait que la justification de la TO puisse aussi être un enjeu d'institutionnalisation. Cela nous paraît moins envisageable que pour la TO de l'addition du fait que la TO « Non-Écart » mobilise des connaissances chez les élèves qui ne sont ni dans les rubriques « Je découvre » et « Je réfléchis », ni anciennement travaillées, ni signalées sur le manuel ou sur le guide d'utilisation (Didactikos Guide CI-CP, 2021). **La recommandation de relier les TO avec les propriétés sur les nombres et le système de numération écrit chiffré n'arrive que dans le CEB du CE1-CE2** (MEN Sénégal, 2016b). Notons cependant que le « Je retiens » de la double-page du manuel CE1 concernant la réintroduction de la TO de la soustraction avec retenue comporte des informations sur la TO qui pourraient aller dans le sens d'une possible justification de celle-ci (Figure 21).

Figure 21. Extrait de manuel scolaire (CE1)

Je retiens :

Pour effectuer **une soustraction avec retenue**, je place bien les chiffres, j'effectue l'opération colonne par colonne en tenant compte de la retenue.

4	11	15
-	1+3	1+2
=	0	8
		7

8 ôtés de 5, c'est impossible donc j'emprunte une dizaine.
8 ôtés de 15 = 7
Je rends la dizaine (1 + 2) = 3
3 ôtés de 1, c'est impossible, donc j'emprunte une dizaine.
3 ôtés de 11 = 8
Je rends la dizaine : (1 + 3) = 4
4 ôtés de 4 = 0
Résultat = 087

Source : Didactikos Manuel CE1, 2022, p. 58.

Une large marge de manœuvre est laissée à l'appréciation de l'enseignant.

Ce qu'il faut retenir (6)

Des éléments de notre analyse nous permettent d'**envisager une possible utilisation du manuel pour organiser des situations d'apprentissage de type situation-problème**, notamment grâce à l'organisation en rubriques « Je découvre », « Je réfléchis », « Je retiens », « J'agis ». **Beaucoup nous semble cependant laissé à la charge et à l'initiative de l'enseignant**, notamment quant à l'objectif d'apprentissage. Est-ce la mémorisation d'un algorithme et/ou sa justification ? Les tâches proposées dans les rubriques « Je découvre » et « Je réfléchis » peuvent amener les élèves à percevoir la nécessité d'une technique opératoire pour effectuer un calcul avec les nombres en jeu, mais pas à l'établissement d'une TO particulière, ce qui est une conséquence de la nature conventionnelle de ce savoir. En particulier, pour la soustraction, le problème posé aux élèves ne peut permettre de justifier la mobilisation de telle ou telle TO (par exemple « Écart constant » ou « Non-Écart »). L'enseignant doit non seulement présenter la TO, mais en plus, s'il en fait le choix, la justifier en mobilisant les aspects positionnels et décimaux de la numération écrite chiffrée. Le manuel ne propose pas de l'accompagner dans cet objectif, tâche qui nous apparaît d'autant plus délicate du fait que ce n'est pas la TO « Non-Écart » qui est proposée par le manuel.

Avec toutes les adaptations et initiatives signalées, le dispositif didactique pourrait être de type « problème – compréhension – application », en prenant garde *a minima* à ce que l'élève ne consulte pas la rubrique « Je retiens » avant de répondre aux tâches des rubriques « Je découvre » et « Je réfléchis ». Il apparaît que **les consignes des tâches de ces rubriques « Je découvre » et « Je réfléchis » doivent être alors données sans que le manuel ne soit accessible aux élèves.**

5. Conclusion

Dans le manuel CP, il semble que **l'objectif de savoir effectuer les TO soit bien présent** : deux doubles-pages sont consacrées à ces techniques, des activités « poser »³⁷ sont prescrites tout au long de l'année, et il est demandé de faire des calculs dans les évaluations (surtout la dernière) que nous analysons comme requérant une TO³⁸. Le sens donné aux opérations est traité en amont de l'introduction des TO, mais nécessairement partiellement. Il serait pertinent d'investiguer du côté des problèmes arithmétiques pour en savoir plus sur cet apprentissage du sens (cf. section E). **La justification de la TO n'est jamais mentionnée dans le manuel ni dans le guide d'utilisation** (Didactikos Guide CI-CP, 2022). Elle n'est donc pas prescrite, ce qui est aussi le cas du CEB CI-CP (MEN Sénégal, 2016a). **L'enseignant peut néanmoins en faire un enjeu d'apprentissage** puisque la signification des chiffres en termes d'unités et de dizaines est dans tous les textes de savoir concernant les nombreuses doubles-pages dédiées à l'extension progressive du champ numérique (14 doubles-pages sur les 23 du domaine « activités numériques »). Cependant, nous devons distinguer les cas de l'addition et de la soustraction. **De nombreux indicateurs nous amènent à penser que le lien entre la**

³⁷ « En colonnes » n'est jamais spécifié, mais c'est la présentation en colonnes qui est enjeu d'institutionnalisation.

³⁸ Le calcul peut se faire cependant « en ligne » en mobilisant un algorithme basé sur les chiffres, sans que la mise en signes ne soit celle des opérations posées en colonnes.

TO de l'addition et les connaissances sur les aspects positionnels et décimaux des écritures chiffrées est favorisé. Il nous semble que c'est moins le cas de la TO de la soustraction, en premier lieu du fait que c'est la technique « Écart constant » qui est prescrite dans le manuel, de surcroît sans indication sur son éventuelle justification. En outre, le CEB CI-CP (MEN Sénégal, 2016a) ne donne pas d'indication à ce sujet pour le CP.

Les résultats de **l'analyse du manuel CE1 nous apparaissent dans la continuité de ceux du manuel CP**. Il s'agit de poursuivre l'apprentissage des TO : des doubles-pages sont consacrées à ces techniques, tout au long de l'année sont prescrites des activités « poser » et il est demandé dans les évaluations de faire des calculs requérant une TO. Le sens donné aux opérations se poursuit, et là encore il serait nécessaire d'investiguer du côté des problèmes arithmétiques pour en savoir plus (cf. section E). À nouveau, la justification de la TO n'est pas mentionnée dans le manuel ni dans le guide d'utilisation (Didactikos Guide CE, 2022). En outre, la TO de la soustraction est toujours celle de l'« Écart constant », assurant une continuité avec le CP, mais ne favorisant pas sa justification avec la manipulation d'un matériel de numération (contrairement à la TO « Non-Écart »). Ainsi, même si, ici encore, l'enseignant peut en faire un enjeu d'apprentissage, puisque les aspects décimaux et positionnels de la numération écrite chiffrée sont travaillés lors de l'extension du champ numérique aux nombres à 3 puis 4 chiffres, ce travail de justification nous apparaît peu favorisé dans le manuel. L'enseignant de CE1 ne dispose pas d'activité dans les doubles-pages du manuel dédiées à ces justifications. Qui plus est, selon notre analyse, ces élèves n'ont vraisemblablement pas abordé au CP la justification des TO pour les nombres à deux chiffres (qui repose sur les mêmes propriétés et principes). Cependant, le CEB CE1-CE2 (MEN Sénégal, 2016b) mentionne plusieurs TO (« Écart constant » et « Non-Écart ») et préconise un enseignement des TO en lien avec les propriétés des nombres et du système de numération écrit chiffré.

Des activités, engendrant possiblement des situations-problèmes, avec la présence d'institutionnalisations explicites et de réinvestissements dans une double-page, cadrent le travail de l'enseignant dans un dispositif **qui pourrait être de type « problème – compréhension – application »**³⁹. Ce dispositif nous apparaît concerner l'enseignement de la maîtrise d'un algorithme et de sa mise en signes. Il nous semble qu'est laissée à l'appréciation de l'enseignant le fait d'aborder les justifications de TO. En effet, les manuels ne proposent pas d'activités dédiées à ces justifications, particulièrement dans le cas de la soustraction avec retenue ; cependant, en dehors des doubles-pages sur les TO, un travail est effectué sur l'aspect positionnel et l'aspect décimal de la numération écrite chiffrée.

Que ce soit au CP ou au CE1, nous avons constaté une **conformité avec les CEB** (MEN Sénégal, 2016a, 2016b) **concernant le découpage de l'exploration du champ numérique**. Ce découpage suit une progression par « tranches » et non par nombre de chiffres (l'extension pourrait se faire selon ce nombre de chiffres grâce à l'introduction d'une nouvelle unité de numération). Le choix de placer relativement tôt dans l'année les TO (ce qui ne va pas à l'encontre des préconisations des CEB) limite la disponibilité et la

³⁹ Nonobstant le fait que l'élève ne puisse pas accéder par lui-même au texte de savoir avant les activités de la situation-problème.

robustesse des connaissances construites auparavant sur la numération écrite chiffrée, ce qui ne favorise pas un enseignement des justifications des TO.

En conclusion de cette analyse des TO dans les manuels de la collection Didactikos, revenons sur la méthodologie employée. Nous avons défini les TO et des enjeux d'apprentissage qui nous ont permis d'identifier les contenus que nous allons considérer. Nous avons ensuite procédé du général au particulier : de la programmation de la progression des apprentissages dans le manuel CP, jusqu'à une analyse des doubles-pages concernant spécifiquement les TO. À chaque étape nous avons extrait des informations et indiqué des manques. Cela nous a permis de motiver le passage à une analyse plus ciblée sur certaines doubles-pages, mais aussi d'élargir l'étude aux manuels du CI et du CE1 pour saisir l'articulation avec les savoirs anciens et les futurs. Cette méthodologie nous semble transposable à l'étude de TO dans d'autres collections de manuels, mais aussi à l'étude des TO de la multiplication et de la division. Il en ressort un regard sur les « possibles didactiques » octroyés par les manuels, délimitant des premières contraintes et marges de manœuvre pour enseigner. Il reste à considérer les conditions de classe pour apprécier plus justement ces contraintes et marges de manœuvre.

D. Deuxième analyse locale : les nombres décimaux dans les manuels de CE2, CM1, CM2

Pour cette deuxième analyse locale, nous nous intéressons aux choix effectués par les auteurs des manuels de l'éditeur Didactikos pour **introduire les nombres décimaux**⁴⁰ et en organiser l'enseignement-apprentissage. Après avoir présenté notre cadre théorique et les principaux travaux auxquels nous nous référons, nous précisons notre questionnement et décrivons la méthodologie que nous adoptons. Nous cherchons aussi à identifier la conformité aux programmes en vigueur au Sénégal, en nous référant au CEB (MEN Sénégal, 2016b, 2016c). Nous terminons par une synthèse des principaux résultats de cette étude et une réflexion sur la méthodologie mise en œuvre.

1. Cadre théorique pour étudier la place des nombres décimaux dans les manuels

Tandis que les nombres décimaux sont omniprésents dans la vie du citoyen, plusieurs études issues de la psychologie (Fayol, 2012) et de la didactique des mathématiques révèlent les difficultés rencontrées par de nombreux élèves dans l'apprentissage de ces nombres. Plusieurs travaux, conduits dès les années 1980, renvoient à l'idée que l'enseignement pourrait contribuer à renforcer certaines de ces difficultés. Un nombre décimal est souvent perçu par les élèves comme la juxtaposition de deux nombres entiers séparés par une virgule ; certains élèves écrivent par exemple que $1,38 < 1,275$, mobilisant une règle implicite fautive renvoyant au traitement de la partie fractionnaire comme le traitement d'un nombre entier (Comiti & Neyret, 1979). D'autres élèves au contraire écrivent que $1,38 > 1,475$, mobilisant une autre règle implicite fautive considérant que plus la partie décimale comporte de chiffres, plus elle est petite (Grisvard

⁴⁰ Un nombre décimal est un nombre rationnel qui peut être écrit sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est une puissance de 10 (par exemple, $7/20$ est décimal car $7/20 = 35/10^2$).

& Léonard, 1981, 1983). Quand des élèves donnent pour réponse 4,9 au produit $2,3 \times 2,3$, ils assimilent chaque nombre décimal à deux nombres entiers juxtaposés et séparés par une virgule. Selon Brousseau et Brousseau (1987), **les élèves sont confrontés à un obstacle de type épistémologique**, lié à la densité⁴¹ de l'ensemble des nombres décimaux et l'enseignement contribuerait à renforcer les difficultés, par exemple lors de la désignation orale des nombres⁴².

Pour l'approche des nombres décimaux dans l'enseignement, deux grandes tendances se dégagent. Pour l'une, il s'agit d'introduire les nombres décimaux comme prolongement du système décimal, très souvent par l'intermédiaire de la mesure. Pour l'autre, l'introduction a lieu par l'intermédiaire des fractions et des fractions décimales⁴³. Bolon (1996) s'est intéressée à l'articulation et à la progression entre l'introduction de l'écriture à virgule et celle des fractions⁴⁴.

D'autres travaux portent sur des **dispositifs d'aide aux élèves**. Roditi (2008b) suggère de dépasser des « coups de pouce » pas toujours efficaces ; il met en œuvre des expérimentations focalisées sur la composante *médiative*⁴⁵ des pratiques enseignantes, avec des modalités d'interaction entre l'enseignant et ses élèves (Roditi, 2007). Proposer des situations contextualisées et amener les élèves à mettre en relation plusieurs registres de représentation⁴⁶ pourraient aussi constituer des pistes d'amélioration des performances des élèves en difficulté pour comparer des nombres décimaux (Roditi, 2019).

Se pose la question des choix opérés par les auteurs des manuels scolaires pour introduire et traiter les nombres décimaux. Nos travaux (Mounier & Priolet, 2015) portant sur l'analyse de la place de l'introduction des nombres décimaux dans dix manuels de CM1 en France révèlent des partis pris didactiques différents selon les auteurs desdits manuels, avec parfois une grande hétérogénéité dans la progression liée aux notions de fraction et de nombre décimal ainsi que dans la représentation des décimaux.

Ces différentes références, issues en grande partie de la didactique des mathématiques, nous conduisent à affiner nos questionnements en relation avec la place des nombres

⁴¹ Entre deux nombres décimaux, il est possible d'intercaler une infinité de nombres, par contraste avec l'ensemble des nombres entiers, pour lequel il est impossible d'intercaler un nombre entier entre deux nombres successifs. Pour plus de précisions sur le concept de densité, le lecteur pourra se référer à Vivier et Durand-Guerrier (2016).

⁴² Par exemple, en utilisant exclusivement les dénominations orales « *un virgule trente-huit* » et « *un virgule deux cent soixante-quinze* ».

⁴³ On entend par « fraction décimale » une fraction dont le dénominateur est une puissance de dix.

⁴⁴ Une fraction est la représentation d'un nombre rationnel sous la forme a/b (avec a et b entiers et b différent de 0).

⁴⁵ En référence aux travaux de Vygotski (1985) sur la médiation.

⁴⁶ « Les représentations sémiotiques sont pour Duval (1996) des représentations dont la production ne peut se faire sans la mobilisation d'un système sémiotique ; elles peuvent être des productions discursives (en langue maternelle, en langue formelle) ou non discursives (figures, graphiques, schémas...). Duval classe ces représentations dans des registres ; selon lui, l'essentiel dans l'activité mathématique consiste à recourir à des registres de représentation différents et l'originalité de cette activité réside dans la mobilisation simultanée d'au moins deux registres de représentation et dans la possibilité de changer à tout moment de registre » (Priolet, 2014b, p. 65).

décimaux dans les manuels scolaires de la maison d'édition Didactikos, largement présente au Sénégal (voir *supra*).

2. Objectif, questions de recherche et méthodologie

Notre objectif est de **déterminer comment les manuels de la collection Didactikos introduisent les nombres décimaux et en organisent l'enseignement-apprentissage sur les trois dernières années de l'école élémentaire au Sénégal.**

Nous retenons ces trois années dès lors que le CEB (MEN Sénégal, 2016a, 2016b, 2016c) prévoit un apprentissage de ces nombres en CE2, CM1 et CM2. Nous questionnons la progression adoptée par les auteurs au fil de ces trois années. Au vu des travaux de Bolon (1996), nous nous demandons notamment si l'introduction de l'écriture à virgule précède ou suit celle des fractions et dans quels champs ces écritures sont introduites puis, le cas échéant, reprises au fil de l'année et d'une année sur l'autre. Pour répondre à ce questionnement, nous optons d'un point de vue méthodologique pour une analyse « pas à pas » de chaque page des manuels de CE2, CM1 et CM2.

Dans un premier temps, nous repérons la place de toutes les pages des trois années consécutives au cours desquelles les élèves sont confrontés à au moins un des deux types d'écritures pour désigner un nombre décimal : à virgule et fraction.

Nous adoptons le codage suivant pour signaler la **présence de ces écritures** :

- Un disque coloré pour la présence d'au moins une écriture à virgule dans la page ;
- Un rectangle coloré pour la présence d'au moins une fraction dans la page.

Dès lors que ces écritures apparaissent dans plusieurs champs d'activités, nous colorons chaque signe (disque ou rectangle) de la même couleur que le champ d'activités dans lequel s'inscrit la double-page. Nous ajoutons une rubrique (en violet) pour les quatre pages de fin de manuel CM1 dédiées à l'évaluation sommative et non incluses dans l'un des quatre champs d'activités. Nous distinguons ensuite la présence de ces écritures :

- D'une part, dans les pages des parties « Je découvre », « Je réfléchis », « Je retiens » qui renvoient à la découverte puis à l'institutionnalisation d'un savoir nouveau. Ces présences sont portées dans la partie supérieure de la frise chronologique ;
- D'autre part, dans les pages de la partie « Exercices ». Outre les exercices de la rubrique « J'agis », nous incluons dans cette partie le calcul mental et les situations d'évaluation et d'intégration. Ces présences sont portées dans la partie inférieure de la frise chronologique.

Dès lors que les trois manuels ne présentent pas tous le même nombre de pages et que leur organisation diffère selon l'étape (voir analyse globale *supra*), nous avons établi pour chaque manuel une frise dont la longueur correspond à la totalité des pages d'activités dudit manuel. Chaque symbole est alors positionné proportionnellement à la place qu'il occupe dans ce continuum, en prenant comme unité la page. Dès lors qu'un type d'écriture apparaît au moins une fois dans la page, ladite page est mentionnée sur la frise, avec le symbole et la place qui lui correspondent.

Dans un deuxième temps, nous affinons l'analyse en observant plus précisément **comment les savoirs nouveaux sont introduits et quelles définitions sont données des nombres décimaux**. Les textes de savoir sont-ils présents dans les doubles-pages ? Si oui, est-ce de façon systématique ou occasionnelle ? Quels sont les registres de représentation présents dans cette partie que l'on peut assimiler à une phase d'institutionnalisation du savoir ?

Pour ce faire, nous analysons plus précisément le contenu des doubles-pages dédiées pour chacune des trois années à l'introduction des nombres décimaux. Nous focalisons notre attention sur les rubriques « Je découvre » et « Je retiens » et leur contenu. Nous nous référons alors aux apports des travaux de recherche en didactique des mathématiques (Roditi, 2007b, 2019) qui font état du rôle facilitateur (mais pas toujours suffisant) de la présentation en contexte pour les tâches de comparaison de nombres décimaux pour les élèves rencontrant des difficultés. Nous nous référons également à ceux (*ibid.*) qui révèlent la dépendance entre la capacité à comparer les nombres et la capacité à les représenter et à changer de registre de représentation. Nous analysons les situations dans lesquelles sont introduits et présentés ces nombres et nous repérons les différentes représentations sémiotiques dans les doubles-pages dédiées à la connaissance des nombres décimaux et des fractions.

La présente étude, référée à un ensemble de travaux de recherche essentiellement empruntés à la didactique des mathématiques, va permettre d'analyser en quoi les manuels de la collection Didactikos visent à aider les élèves à dépasser les difficultés repérées, ou, au contraire, sont susceptibles de renforcer certaines représentations erronées du nombre décimal.

3. Planification des pages avec fraction ou écriture à virgule

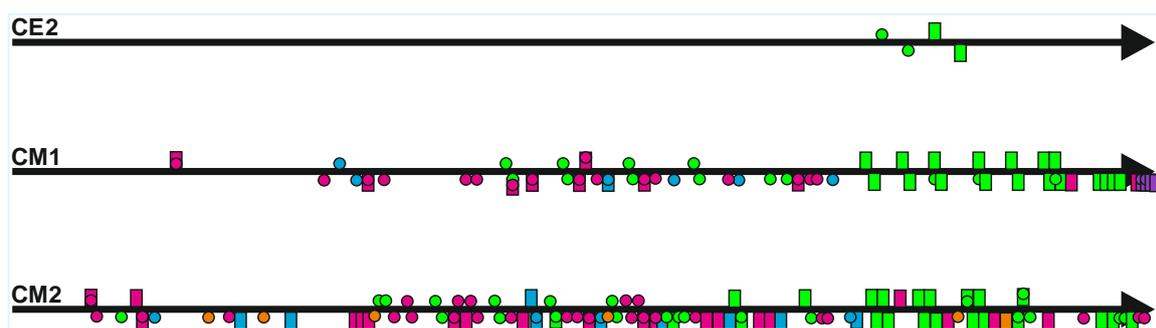
Bolon (1996) indique sa « préférence pour l'introduction des nombres décimaux non usuels par des fractions », autrement dit avec un enseignement des nombres décimaux postérieur à celui des fractions. Les travaux déjà cités (Roditi, *ibid.*) qui révèlent les effets positifs des changements de registre (fraction / écriture à virgule) laissent penser à une confrontation des élèves aux différentes écritures lors d'une même séance.

La question de la planification des enseignements liés aux fractions et aux nombres décimaux a souvent été l'objet de débats conduisant au fil des années à des modifications de programmes d'enseignement dans plusieurs pays⁴⁷. Alors, **quelle est la planification des enseignements sur fractions et décimaux dans les manuels de la collection Didactikos ?**

La Figure 22, avec une frise pour chaque année (CE2, CM1, CM2) indique la répartition de la présence des fractions et des écritures à virgule dans les pages des manuels.

⁴⁷ Si l'on prend l'exemple de la France : les programmes en vigueur prévoient une progression du type : fractions, fractions décimales, écriture à virgule. Pour rappel, on entend par « fraction décimale » une fraction dont le dénominateur est une puissance de dix.

Figure 22. Planification des pages avec fraction ou écriture à virgule



Lecture : pour la partie supérieure de la frise, pages des parties « Je découvre » et « Je retiens » ; pour la partie inférieure de la frise, pages de la partie « J’agis ».

- Présence d’au moins une écriture à virgule dans la page
- Présence d’au moins une fraction dans la page



Globalement, **pour chacune des trois années, si on considère le champ des activités numériques** (en vert), **l’enseignement des décimaux** (pastilles rondes) **est antérieur à celui des fractions** (pastilles rectangulaires).

a. Au CE2

Figure 23. Planification des pages avec fraction ou écriture à virgule au CE2



Les nombres décimaux sont introduits à ce niveau (CE2), conformément au CEB (MEN Sénégal, 2016b). L’écriture à virgule apparaît pour la première fois dans le dernier quart du manuel, dans le champ des activités numériques (Didactikos Manuel CE2, p. 78 ; Figure 23) dont la double-page est intitulée « Découvrir les nombres décimaux simples. Partie décimale à un chiffre » (*ibid.*, p. 78 – 79). Elle précède, dans le palier 4, l’introduction des fractions « Découvrir les fractions simples $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$ » (*ibid.*, p. 80 – 81 ; Figure 23).

Les deux écritures – écriture à virgule et fraction – sont présentes uniquement dans le champ des activités numériques et ce, de manière disjointe. Autrement dit, **aucune des quatre pages concernées ne traite à la fois des fractions et des nombres décimaux**. La confrontation des élèves à ces deux notions se limite à quatre pages du manuel. Notons aussi qu’à ce stade de notre étude, nous ne trouvons pas trace dans le manuel de CE2 des fractions décimales mentionnées dans le CEB de l’étape 2 :

À la fin de la deuxième étape, l’élève doit intégrer des outils mathématiques (numération décimale de 0 à 100 000, fractions simples et décimales, opérations arithmétiques, solides et figures planes familiers, concrets ou représentés, mesures

de grandeurs et raisonnement) dans des situations familières de résolution de problèmes » (MEN Sénégal, 2016b, p. 152).

Dans l'analyse plus fine sur « fractions et décimaux » (voir *infra*), nous chercherons à identifier si l'introduction des nombres décimaux en pages 78 – 79 répond aux exigences du CEB de l'étape 2 qui préconise :

À ce niveau [les nombres décimaux] doivent d'abord apparaître comme des nombres utiles pour résoudre des problèmes que les nombres entiers ne permettent pas de solutionner de façon satisfaisante : problèmes de partage, de mesure de longueurs et d'aires, de repérage d'un point sur une droite » (ibid.).

b. Au CM1

Figure 24. Planification des pages avec fraction ou écriture à virgule au CM1



Soixante pages d'activités, soit plus du tiers des pages d'activités, comportent des fractions ou des écritures à virgule ; c'est dire le poids accordé à ces notions. De manière plus précise, on trouve onze pages qui s'inscrivent en majorité dans le champ des activités de mesure et qui comportent à la fois des fractions et des écritures à virgule. À l'exception de ces onze pages à double écriture, on trouve :

- Les pages incluant des écritures à virgule (27 pages issues des champs d'activités, réparties entre la page 69 et la page 158) précèdent celles incluant des fractions (20 pages issues des champs d'activités, réparties entre les pages 168 et 217) ;
- Les pages incluant des écritures à virgule sont réparties entre les différents champs d'activités à l'exception du champ des activités géométriques (Figure 24) ;
- Les pages incluant des fractions s'inscrivent en grande partie dans le champ des activités numériques. Deux pages font partie des activités de mesure.

Tableau 16. Récapitulatif du nombre de pages avec fraction ou écriture à virgule au CM1

	Activités numériques	Activités de mesure	Résolution de problèmes	Activités géométriques	Éval. somm.	Total
Écriture à virgule	13	9	5	0	1	28
Fraction	18	2	0	0	1	21
Écriture à virgule et fraction	0	8	1	0	2	11

Lecture : l'unité retenue pour l'analyse est la page.

Les données issues de cette analyse (**Tableau 16**) ne permettent pas de dire si les onze pages dédiées aux activités de mesure et comportant les deux types d'écriture peuvent conduire les élèves à effectuer des changements de registre. L'analyse plus fine des doubles-pages (voir *infra*) permettra de répondre à ce questionnement.

c. Au CM2

Figure 25. Planification des pages avec fraction ou écriture à virgule au CM2



Au total, 96 pages sur les 238 pages d'activités des différents champs, soit **plus de 40 %**, contiennent au moins une écriture à virgule ou une fraction. Elles se situent principalement et ce, quasiment à parts égales, dans les champs d'activités numériques ou de mesure (Figure 25), contrairement au manuel de CM1, où ces doubles-pages concernaient exclusivement le champ des activités de mesure. **On relève toutefois moins de 20 % de ces pages comportant les deux écritures à la fois.** Avec l'analyse fine de ces doubles-pages (voir *infra*), nous chercherons à comprendre si les élèves sont confrontés à des changements de registres de représentation.

Les pages dédiées aux activités de résolution de problèmes ou de géométrie sont globalement peu concernées par ces écritures à virgule ou par des fractions (Tableau 17). On pourrait s'étonner de l'absence **de l'écriture à virgule dans les énoncés de problèmes contenant des prix.** Cette absence s'explique par le fait qu'il n'existe pas de sous-multiple du franc CFA⁴⁸, la monnaie en vigueur au Sénégal. L'étude sur la place de la résolution de problèmes (voir *infra*) permet d'approfondir le contenu des pages dédiées à ce champ.

Tableau 17. Récapitulatif du nombre de pages avec fraction ou écriture à virgule au CM2

	Activités numériques	Activités de mesure	Résolution de problèmes	Activités géométriques	Total
Écriture à virgule	16	19	2	5	42
Fraction	17	14	7	1	39
Écriture à virgule et fraction	7	6	2	0	15

Lecture : l'unité retenue pour l'analyse est la page.

⁴⁸ Franc CFA : Franc de la Communauté Financière en Afrique.

d. Pour les trois années (CE2, CM1, CM2)

La lecture des tables des matières des trois ouvrages permet de situer pour chacune des trois années les doubles-pages de découverte des nombres décimaux et des fractions (Tableau 18).

Tableau 18. Doubles-pages de découverte des nombres décimaux et des fractions (CE2, CM1, CM2)

	Décimaux	Fractions
CE2	« Découvrir les nombres décimaux simples » (activités numériques, p. 78 – 79)	« Découvrir les fractions simples $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$ » (activités numériques, p. 80 – 81)
CM1	« Découvrir les nombres décimaux » (activités numériques, p. 102 – 103)	« Découvrir les fractions » (activités numériques, p. 168 – 169)
CM2	« Lire, écrire, comparer les nombres décimaux » (activités numériques, p. 88 – 89)	« Consolider la notion de fraction » (activités numériques, p. 162 – 163)

Ce qu'il faut retenir (7)

Pour les années CE2, CM1 et CM2, en considérant strictement les pages introduisant un savoir nouveau (pages de gauche du manuel qui renvoient à la partie supérieure de la frise, et ce, à l'exception des deux pages en début de manuel CM2), nous relevons que **les pages avec écritures à virgule précèdent en bloc celles avec des fractions.**

Pour les trois années (CE2, CM1 et CM2) la planification des « leçons » concernant « Fractions et décimaux » est **globalement conforme à celle mentionnée dans le CEB** (MEN Sénégal, 2016b, 2016c) des étapes 2 et 3, prévoyant un enseignement des nombres décimaux antérieur à celui des fractions.

Notons toutefois qu'il ne s'agit pas de la seule option et que par exemple Bolon (1996) indiquait sa « préférence pour l'introduction des décimaux non usuels par des fractions », autrement dit avec un enseignement des nombres décimaux postérieur à celui des fractions.

4. Analyse des doubles-pages et place des savoirs

a. Le format des doubles-pages

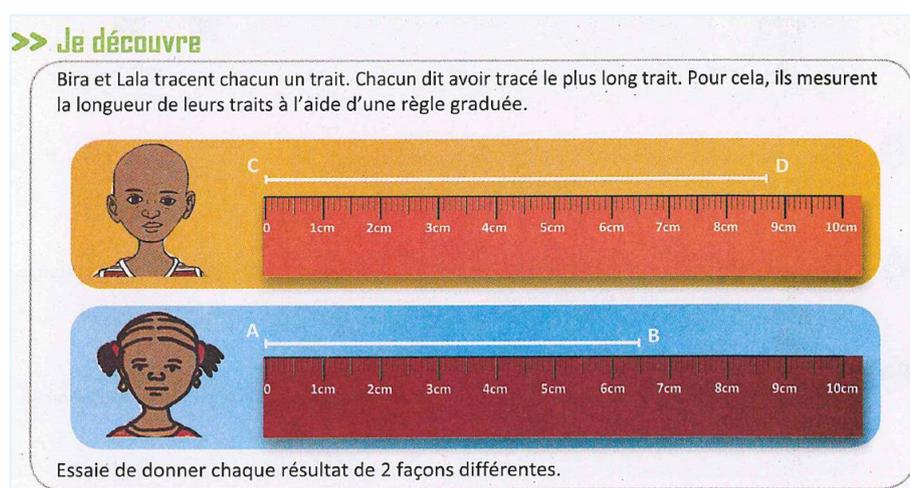
Les doubles-pages dédiées aux nombres décimaux et aux fractions sont **organisées de façon identique**. La page de gauche propose systématiquement une situation de découverte en lien avec les nombres décimaux, ce rituel étant lui-même précédé par une activité ritualisée de calcul mental – comme c’est le cas pour l’ensemble des doubles-pages relevant du champ des activités numériques. La situation de découverte, contextualisée, vise à introduire un savoir nouveau. Elle peut aussi renvoyer à des savoirs anciens. Une seule notion nouvelle est traitée par double-page et institutionnalisée. Les exercices présents dans la rubrique « J’agis » portent sur le savoir nouveau qui a été introduit puis institutionnalisé en page de gauche, mais ils font aussi pour certains référence à des savoirs anciens (par exemple sur les unités de mesure).

b. L’introduction d’un savoir nouveau : les situations de découverte

Nous analysons successivement les premières situations de découverte concernant les nombres décimaux, proposées lors de chacune des trois années : CE2, CM1 et CM2.

Au CE2, la première et unique double-page dédiée aux nombres décimaux affiche comme objectif d’apprentissage « Découvrir les nombres décimaux simples » (Didactikos Manuel CE2, 2022, p. 78). Elle débute par une situation de découverte (Figure 26), contextualisée, qui renvoie à un problème rencontré par deux enfants du Sénégal – Bira et Lala – qui souhaitent comparer les longueurs de deux segments. Cette situation vise à montrer l’insuffisance de l’ensemble des entiers pour déterminer les mesures des longueurs des segments proposés – et ainsi à renvoyer à la nécessité d’introduire un partage de l’unité.

Figure 26. Extrait de manuel scolaire (CE2)



Source : Didactikos Manuel CE2, 2022, p. 78.

Figure 27. Extrait de guide pédagogique (CE)

Étapes	Indications de passation	Enseignant ou enseignante	Élèves
Calcul mental : Double et triple d'un nombre		Lit l'énoncé, puis donne la consigne. Vérifie la compréhension, puis fait exécuter la tâche.	Lisent l'énoncé, puis donnent la consigne. Vérifient la compréhension, puis exécutent la tâche.
Je découvre	Cette phase permet de s'imprégner de la situation.	Invite les élèves à observer les images. Invite les élèves à lire l'énoncé. Invite les élèves à lire la consigne. Vérifie la compréhension. Invite les élèves à s'exécuter librement.	Observent les images. Lisent l'énoncé. Lisent la consigne. Vérifient la compréhension. S'exécutent librement.
Je réfléchis	Cette phase permet d'analyser et de comprendre la situation.	Fait observer l'image. Fait lire l'énoncé, puis la consigne. Fait relever la longueur de chaque trait. Fait dire aux élèves ce qu'ils constatent. Fait trouver une autre écriture de chaque nombre avec une seule unité. Fait lire, puis nommer les nombres ainsi obtenus.	Observent l'image. Lisent l'énoncé, puis la consigne. Relèvent la longueur de chaque trait. Disent ce qu'ils constatent. Trouvent une autre écriture de chaque nombre avec une seule unité. Lisent, puis nomment les nombres ainsi obtenus.

Source : Didactikos Guide CE, 2022, p. 161.

Il est ainsi fait appel pour l'élève au recours au partage de l'unité cm en 10 mm, renvoyant à la connaissance des sous-multiples du mètre⁴⁹. Pour cette séance sur les nombres décimaux, le guide d'utilisation des manuels de CE (Didactikos Guide CE, 2022, p. 161 – cf. Figure 27) ne fournit pas à l'enseignant d'indication plus précise quant à un éventuel retour aux savoirs anciens sur les sous-multiples du mètre. L'initiative d'un tel renvoi semble alors totalement laissée à la charge de l'enseignant.

LE CEB de l'étape 2 stipule que les nombres décimaux sont introduits à la deuxième étape :

À ce niveau ils doivent d'abord apparaître comme des nombres utiles pour résoudre des problèmes que les nombres entiers ne permettent pas de solutionner de façon satisfaisante : problèmes de partage, de mesure de longueurs et d'aires, de repérage d'un point sur une droite (MEN Sénégal, 2016b, p. 172).

En cela, les auteurs du manuel Didactikos CE2 ont effectivement pris en compte les consignes du CEB de l'étape 2, puisqu'ils ont choisi une situation que les nombres entiers ne permettent pas de résoudre.

Bien que s'inscrivant dans le champ des activités numériques, la situation proposée est en relation étroite avec les activités de mesure de longueurs. Nous notons que les deux

⁴⁹ Nous constatons que les unités de mesures de longueurs – le mètre et ses sous-multiples - ont été introduites au CE1, palier 1, et ce dans le champ des activités de mesure (Didactikos Manuel CE1, 2022, p. 94 – 101). En revanche, le retour spécifique sur les unités de mesure de longueurs au CE2 (Didactikos Manuel CE2, 2022, p. 90 – 91) est postérieur à la séance traitant des nombres décimaux, lors de cette même année.

réponses attendues sont directement accessibles à l'élève dans la rubrique « Je retiens » située au bas de la page 78 présentant la situation de découverte (Figure 28).

Figure 28. Extrait de manuel scolaire (CE2)

Le trait de Lala mesure 6 cm 5 mm ou encore 6,5 cm
Le trait de Bira mesure 8 cm 7 mm ou encore 8,7 cm

Source : Didactikos Manuel CE2, 2022, p. 78.

Au CM1, la première séance du champ « activités numériques » traitant spécifiquement des nombres décimaux affiche comme objectif d'apprentissage « Découvrir les nombres décimaux ». Nous notons la disparition de l'adjectif « simples ». Deux situations sont proposées ; toutes les deux sont contextualisées et sont en lien avec des activités de mesure. Il ne s'agit plus comme au CE2 de découvrir la nécessité d'introduire de nouveaux nombres, mais de **familiariser les élèves avec l'écriture à virgule**. Dans ces deux situations, les mesures concernent des longueurs et des masses (Didactikos Manuel CM1, 2022, p. 102) (Figure 29). On retrouve ainsi le **lien entre nombres décimaux et activités de mesure**. Le guide d'utilisation des manuels de CM (Didactikos Guide CM, 2022, p. 91) ne donne pas d'indication quant à un éventuel retour aux apprentissages antérieurs, par exemple sur les mesures de masses et leurs unités.

Figure 29. Extrait de manuel scolaire (CM1)

Je découvre

Contexte : Des élèves veulent donner la masse de papayes et la longueur de tissu restante indiquées dans les images ci-dessous. Ils font appel à toi pour les aider.



Un vendeur en train de peser des papayes (1 kg 500 g).

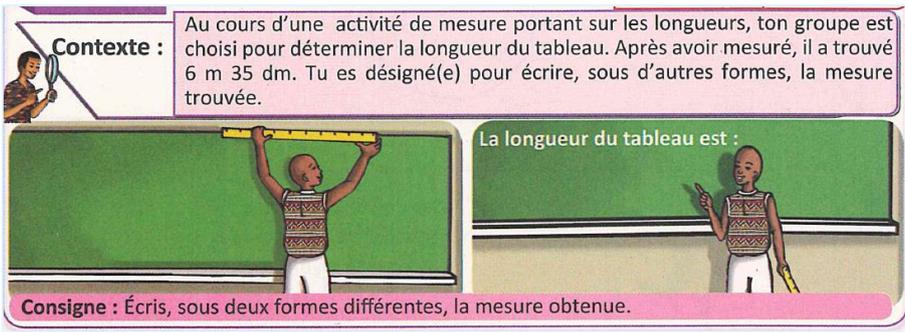
Un commerçant en train de mesurer le restant d'un tissu (8 m 75 cm).

Consigne : Tu écris, avec eux, en nombres décimaux, la masse de papayes, puis la longueur du tissu restant.

Source : Didactikos Manuel CM1, 2022, p. 102.

Au CM2, la situation « Je découvre » (Figure 30) renvoie comme au CM1 à **introduire la virgule et à avoir ainsi plusieurs écritures d'un même nombre**. L'objectif d'apprentissage « Maîtriser le mécanisme des nombres décimaux » et l'objectif spécifique « Lire, écrire et comparer des nombres décimaux » figurent en titre de la page de gauche. Comme pour les deux années précédentes, la situation proposée est contextualisée et en lien avec les activités de mesure.

Figure 30. Extrait de manuel scolaire (CM2)



Contexte : Au cours d'une activité de mesure portant sur les longueurs, ton groupe est choisi pour déterminer la longueur du tableau. Après avoir mesuré, il a trouvé 6 m 35 dm. Tu es désigné(e) pour écrire, sous d'autres formes, la mesure trouvée.

La longueur du tableau est :

Consigne : Écris, sous deux formes différentes, la mesure obtenue.

Source : Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 88.

Ce qu'il faut retenir (8)

Pour les trois années, les situations proposées dans la rubrique « Je découvre » visant à « découvrir les nombres décimaux » renvoient à **des situations contextualisées, en lien avec des activités de mesure**. Selon Roditi (2007), l'effet contexte serait facilitateur pour les élèves en difficulté, alors qu'il serait source d'informations supplémentaires à gérer pour les élèves qui ne sont pas en difficulté.

Les questions posées dans les situations de découverte des nombres décimaux visent à introduire la **virgule comme séparateur dans « le nombre décimal »**. Nous notons que pour chacun des trois manuels, les réponses aux questions posées sont libellées dans la partie « Je retiens » située en bas de la même page que la situation de découverte, ce qui nous conduit à nous **ré-interroger sur le dispositif mis en œuvre**. Est-on toujours en présence du dispositif « problème – compréhension – application » (Rey, 2001, p. 31 – 35) émis comme hypothèse dans l'analyse globale du présent rapport ? **Y a-t-il dévolution⁵⁰** (au sens de Brousseau) **du problème à l'élève** ou ce dispositif tend-il vers « explication – application » dans lequel un élément de savoir est présenté à l'élève ?

S'agissant des savoirs anciens, s'ils sont effectivement convoqués dans les situations de découverte ou dans les exercices, nous ne trouvons **pas de rappel explicite lié à ces savoirs anciens, laissant ainsi ce rappel à la charge de l'enseignant**.

⁵⁰ Brousseau nomme « dévolution » le moyen didactique qui consiste « non seulement à présenter à l'élève le jeu auquel le maître veut qu'il s'adonne (consignes, règles, but, état final...) mais aussi à faire en sorte que l'élève se sente responsable, au sens de la connaissance et non pas de la culpabilité, du résultat qu'il doit rechercher » (Brousseau, 1988, p. 89).

c. L'institutionnalisation d'un savoir nouveau

Le texte de savoir est situé au bas de la page de gauche, dans l'encadré de la rubrique « Je retiens », immédiatement au-dessous de la rubrique « Je réfléchis ».

Comme déjà mentionné dans l'analyse des situations de découverte (voir *supra*), l'analyse du contenu de cette rubrique « Je retiens » que l'on peut considérer comme trace de la phase d'institutionnalisation d'un savoir nouveau, révèle que les réponses à la question posée en situation de découverte⁵¹ sont immédiatement et de façon systématique accessibles à l'élève.

Figure 31. Extrait de manuel scolaire (CE2)

Palier 4 Activité 17

DÉCOUVRIR LES NOMBRES DÉCIMAUX SIMPLES
Partie décimale à un chiffre

Je retiens :

Le trait de Lala mesure 6 cm 5 mm ou encore 6,5 cm
Le trait de Bira mesure 8 cm 7 mm ou encore 8,7 cm
6,5 se lit six virgule cinq : c'est un **nombre décimal**.

- 6 est la **partie entière**.
- 5 est la **partie décimale**.

Dans un nombre décimal, la partie entière est séparée de la partie décimale par une virgule.
Entre 2 nombres décimaux, le plus grand est celui qui a la plus grande partie entière.

Source : Didactikos Manuel CE2, 2022, p. 78.

Le texte de savoir, qui était au CE2 limité à des unités de mesure de longueurs (Figure 31), s'étend au CM1 aux unités de mesure de masses (Figure 32).

Figure 32. Extrait de manuel scolaire (CM1)

Palier 2 O.A.2 DÉCOUVRIR LES NOMBRES DÉCIMAUX

O.S. Découvrir les nombres décimaux

Je retiens

Je lis : 8 m et 75 cm ou 8,75 m.
1 kg et 500 g ou 1,500 kg ou 1,5 kg.
8,75 et 1,5 sont des **nombres décimaux**.

Un nombre décimal est un nombre qui contient une partie entière et une partie décimale séparées par une virgule.
Dans **8,75** : **8** est la partie entière, **75** la partie décimale.

Source : Didactikos Manuel CM1, 2022, p. 102.

⁵¹ Les rubriques « Je découvre » et « Je retiens » sont situées sur la même page (voir analyse globale *supra*).

Cependant, là encore, le texte de savoir prend appui sur les réponses à fournir aux questions du « Je découvre » pour donner la définition d'un nombre décimal. La progression adoptée entre le CE2 et le CM1 est l'extension du nombre de chiffres à droite de la virgule.

Au CM2, comme lors des années précédentes, le texte de savoir (Figure 33) associe les nombres décimaux aux activités de mesure. Son contenu comporte les réponses aux questions posées dans la situation de découverte.

Figure 33. Extrait de manuel scolaire (CM2)

Palier 5 **O.A.1** **MAÎTRISER LE MÉCANISME DE FONCTIONNEMENT DES NOMBRES DÉCIMAUX**
O.S. Lire, écrire et comparer les nombres décimaux

Je retiens

La longueur du tableau est égale à 6 m 3 dm 5 cm ou 6,35 m ou 63,5 dm.
 Les nombres 6,35 m ou 63,5 dm, qui s'écrivent avec une virgule sont des **nombres décimaux**.
 La virgule sépare le nombre en 2 parties : la partie entière à gauche et la partie décimale à droite.
 Le nombre décimal **6,35 m** peut se lire de deux façons :

- 6 mètres 35
- ou 6 virgule 35 mètres.

Tableau de numération des nombres décimaux

Partie entière												Partie décimale					
milliards			millions			mille			unités			dixièmes	centièmes	mil-lièmes	dix-mil-lièmes	cent-mil-lièmes	millio-nièmes
c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u						
											6	3	5				
											6	3	5				

Source : Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 88.

Les textes de savoir des trois années (CE2, CM1, CM2) renvoient à une **unique proposition de forme de désignation orale du nombre décimal** : « 6,5 se lit six virgule cinq » (Didactikos Manuel CE2, 2022, p. 78) ou bien « 6 mètres 35 ou 6 virgule 35 mètres » (Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 88). Ces désignations orales laissent penser à une juxtaposition de deux nombres entiers séparés par une virgule. Or, un certain nombre de travaux ont, depuis les années 1980, mis en évidence le risque que l'enseignement renforce ces représentations erronées (Comiti & Neyret, 1979 ; Grisvard & Léonard, 1981 ; Brousseau, 1987). Chesné (2014) fait le constat d'erreurs récurrentes lors d'évaluations nationales en France ; celles-ci révèlent que de nombreux élèves assimilent un nombre décimal à deux nombres entiers juxtaposés et séparés par une virgule. Nous notons que **ces désignations orales n'évoquent pas les quantités de l'unité**, par exemple sous la forme de désignation « six unités et trente-cinq centièmes ».

Ce qu'il faut retenir (9)

On retrouve au fil des trois années une **approche des nombres décimaux liée directement aux activités de mesure**, à tel point que l'apprenant se trouve au CM2 confronté au texte de savoir suivant « *Le nombre décimal 6,35 m* » (Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 88). La **progression d'année en année s'appuie sur l'extension du nombre de chiffres à droite de la virgule**, avec toutefois les limites associées puisque « Dans la pratique, le processus s'arrête après trois ou quatre étapes : soit parce que le point est précisément situé sur une marque de graduation, soit parce que la précision de la mesure est jugée suffisante » (Roditi, 2019). D'ailleurs, le CEB de l'étape 3 indique :

Concernant les décimaux le maître ne perdra pas de vue qu'il s'agit à ce niveau de faire prendre conscience de la nécessité de les considérer comme de nouveaux nombres qui s'intercalent entre les entiers. Pour ce faire il importe de ne pas toujours lier l'apprentissage des décimaux à la mesure ; cette présentation donnant la fausse conception qu'il n'existe pas de nombres compris entre deux décimaux (par exemple entre 3,5 et 3,6) parce qu'il n'en existe pas entre deux nombres entiers naturels consécutifs (entre 35 et 36 par exemple).

Ces indications sont reprises par les auteurs du guide d'utilisation des manuels de l'étape 3 (Didactikos Guide CM, 2022, p. 20).

Les textes de savoir renvoient à **des désignations orales évoquant la juxtaposition de deux nombres entiers séparés par une virgule**. L'adoption de cette quasi-unique forme syntaxique semble contraster avec des conclusions issues de plusieurs études telles que celles de Comiti et Neyret (1979) ou de Grisvard et Léonard (1981) qui ont pointé dès les années 1980 le risque de renforcer chez certains élèves la confusion entre nombres entiers et nombres décimaux. Selon Brousseau et Brousseau (1987), les élèves sont confrontés à un obstacle de type épistémologique lié à la densité de l'ensemble des décimaux qu'il convient de ne pas renforcer par l'enseignement.

d. Les changements de registres de représentation

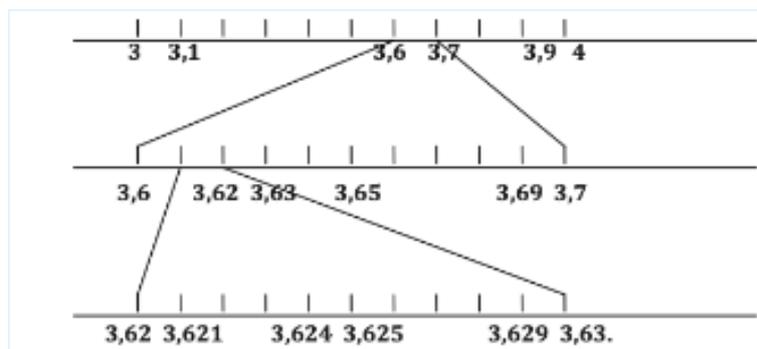
Amener les élèves à changer de registre de représentation des décimaux en recourant par exemple à des représentations iconiques⁵², algébriques, à des graduations, en recourant à la monnaie, etc., pourrait selon Roditi (2019), constituer une aide efficace pour certains élèves en difficulté dans la comparaison des décimaux :

Les élèves qui échouent aux comparaisons de décimaux améliorent leurs performances en mettant en relation un traitement syntaxique et un traitement sémantique s'appuyant sur des approximations et sur des représentations concrètes ou figurées des décimaux (p. 55).

Le CEB de l'étape 3 (MEN Sénégal, 2016c) propose une représentation iconique permettant de mieux comprendre la construction de l'ensemble des décimaux (Figure 34). **L'utilisation de la droite numérique peut se révéler d'une grande utilité.**

⁵² Par exemple, un dessin ou un schéma.

Figure 34. Représentation iconique de la construction de l'ensemble des nombres décimaux



Source : MEN Sénégal, 2016c, p. 13.

Cette représentation accompagnée des autres consignes du CEB de l'étape 3 est reprise dans le guide d'utilisation des manuels de CM (Didactikos Guide CM, 2022), mais elle est absente des manuels de CM1 et de CM2.

Ce qu'il faut retenir (10)

En dehors des tableaux de numération présents dans les rubriques « Je retiens », nous constatons que, pour l'apprentissage des nombres décimaux, **les élèves sont principalement confrontés aux registres textuel et algébrique**, renforçant l'accent sur le traitement syntaxique (lié à la forme) au détriment du traitement sémantique (lié à ce que désigne un nombre écrit avec une virgule). Ainsi, à l'exception des règles graduées présentes dans les situations de découverte des nombres décimaux, on ne trouve pas dans les manuels de l'élève de représentations pouvant favoriser le traitement sémantique et permettre aux élèves de donner du sens à ces nombres. Le lien avec les fractions aurait pu permettre d'installer le recours à différents registres ; or, lors des trois années, **les fractions sont introduites après les nombres décimaux et ce de manière disjointe**, avec une part congrue réservée aux fractions décimales seulement évoquées au CM2 en termes de quantèmes.

5. Éléments de conclusion

Pour poursuivre le travail d'étude des manuels de la collection Didactikos, nous avons fait le choix de focaliser notre attention sur l'introduction des nombres décimaux dès lors que ces nombres, pourtant largement présents dans le quotidien de tout citoyen, posent en règle générale des difficultés aux élèves. La présente étude que nous pourrions qualifier de « longitudinale » permet de **questionner la place des nombres décimaux et celle des fractions sur un temps long** de trois années CE2, CM1, CM2, suite aux indications dans le CEB (MEN Sénégal, 2016b, 2016c) d'enseigner ces nombres lors de ces trois années. En lien avec le cadre théorique que nous empruntons principalement à la didactique des mathématiques et à la psychologie, nous avons cherché à comprendre comment dans les trois manuels considérés sont introduits ces nombres, quelle est leur planification d'enseignement et quelles sont les aides possibles, ou *a contrario* les contributions au renforcement de difficultés qui peuvent être véhiculées dans ces manuels. En effet, un certain nombre de travaux de recherche font état d'effets de l'enseignement

sur les difficultés rencontrées par les élèves dans l'apprentissage des nombres décimaux (Comiti & Neyret, Grisvard & Léonard, Brousseau & Brousseau, Chesné, *ibid.*) et sur des aides qui pourraient être apportées (Roditi, *ibid.*).

Plusieurs résultats se dégagent de cette étude. Si la planification des enseignements sur nombres décimaux et fractions semble être en **conformité avec celle mentionnée dans le CEB** (avec les doubles-pages d'activités numériques sur les écritures à virgule qui précèdent celles sur les fractions), elles ne sont **pas toujours en concordance avec certains choix véhiculés dans des travaux de recherche** (Bolon, 1996).

Les situations de découverte sont contextualisées, confirmant le constat effectué dans l'analyse globale. Elles sont en lien avec les activités de mesure.

L'analyse fine des doubles-pages nous conduit cependant à réinterroger l'hypothèse alors émise sur la présence du dispositif « problème – compréhension – application » (Rey, 2001, p.31-35). Dès lors que les réponses aux questions sont directement accessibles à l'élève sur la même page, **peut-on considérer qu'il y a dévolution du problème à l'élève ?** Ce dispositif ne tendrait-il pas plutôt vers celui d'« explication – application » dans lequel un élément de savoir est présenté à l'élève ?

S'agissant du format des doubles-pages, nos observations viennent **conforter l'hypothèse d'un « format » unique** avec :

- Dans un premier temps, des activités qui précèdent l'introduction du savoir nouveau et qui mettent éventuellement en jeu un savoir ancien, laissant le cas échéant le renvoi explicite de ce savoir ancien à la charge de l'enseignant (rubrique « Je découvre ») ;
- Dans un deuxième temps, la présentation du texte introduisant le savoir nouveau (rubrique « Je retiens ») ;
- Dans un troisième temps, un réinvestissement de ce savoir, via des exercices qui permettent de mobiliser le savoir nouveau, éventuellement avec des savoirs anciens.

L'analyse des textes de savoir révèle la **prédominance des registres textuel et algébrique** pour présenter l'écriture à virgule, avec indication de désignations orales – avec le risque sous-jacent de renforcer la perception des élèves sur la juxtaposition de deux nombres entiers. La priorité des auteurs des manuels ne semble pas tournée vers la mise en œuvre de changements de registres, alors que certaines représentations graphiques susceptibles de permettre de mieux comprendre l'ensemble des nombres décimaux n'est pas reprise dans les manuels des élèves. Nous notons toutefois leur présence dans le guide d'utilisation (Didaktikos Guide CM, 2022). L'introduction de ces représentations graphiques et les changements de registre de représentation (Duval, Roditi, *ibid.*) semblent être là encore laissés à la charge de l'enseignant.

La méthodologie que nous avons mise en œuvre dans cette analyse locale semble pouvoir être transférée à d'autres études sur les manuels scolaires, dès lors qu'elle permet une compréhension plus fine des choix et partis pris didactiques des auteurs. Toutefois, à ce

stade, il convient d'en considérer les limites. Elle ne nous a pas permis de procéder à l'analyse des pratiques effectives des enseignants quant à l'utilisation de ces manuels. Or, les études portant sur les effets de la médiation (Roditi, *ibid.*) semblent être prometteuses pour dépasser les obstacles rencontrés par les élèves dans l'apprentissage des nombres décimaux. La partie II renvoie à ces compléments d'investigation.

E. Troisième analyse locale : la résolution de problèmes dans le manuel Didactikos CM2

La résolution de problèmes (RDP) apparaît dans le CEB (MEN Sénégal, 2016a, 2016b, 2016c) comme un **sous-domaine des mathématiques**, au même titre que les activités numériques, géométriques ou de mesure. Il est par ailleurs spécifié pour le domaine des mathématiques en général, que l'élève, à la fin de l'étape 3, « doit intégrer des outils mathématiques [...] dans des situations familières de résolution de problèmes » (MEN Sénégal, 2016c, p. 171). Ainsi, même si le terme de « problèmes » apparaît ici de façon générale, la place accordée à leur résolution dans le curriculum nous paraît être importante.

Le CEB attribue à la résolution de problèmes « **différentes fonctions (motiver, introduire, entraîner, réinvestir, légitimer, évaluer, chercher)** » (*ibid.*, p. 60 – c'est nous qui soulignons) que l'on peut retrouver dans les différents enjeux d'apprentissage qui peuvent être assignés à la RDP selon Charnay (1992) : construire de nouvelles connaissances, utiliser des connaissances déjà étudiées, étendre le champ d'utilisabilité d'une notion déjà étudiée, utiliser plusieurs connaissances dans des problèmes complexes, évaluer les connaissances des élèves ou encore développer des compétences méthodologiques (comme apprendre à chercher). Précisons que cette classification selon les enjeux ne dépend pas uniquement du problème : elle doit également tenir compte du moment de la progression auquel le problème est proposé à l'élève.

Pour notre étude, nous choisissons de nous intéresser uniquement aux **problèmes arithmétiques verbaux**, c'est-à-dire aux problèmes « qui racontent des histoires. Ils sont donnés avec des mots et font intervenir peu de symbolisme mathématique » (Feyfant 2015, p. 9). Nous apportons, lors de l'analyse, quelques éléments de précision sur les problèmes retenus pour notre étude en explicitant nos choix. La restriction à ce type de problèmes n'est pas anodine : résoudre des problèmes arithmétiques permet de construire le sens des opérations, mais aussi de mobiliser, en contexte, différentes connaissances liées à l'écriture des nombres, au calcul et aux grandeurs et à leurs mesures. Une telle perspective rejoint celle de l'approche par compétences, base des programmes actuels sénégalais :

L'entrée par les compétences valorise la pédagogie de l'intégration, laquelle permet à l'élève de mobiliser ses acquis, de manière pertinente et coordonnée, pour résoudre une situation complexe à l'image de ce qui se fait dans la vie courante (MEN Sénégal, 2016c, p. 9 – c'est nous qui soulignons).

Puisque nous visons prioritairement dans notre étude à décrire une méthodologie, nous avons choisi d'illustrer sa mise en œuvre en considérant la prescription faite dans le manuel de CM2 (Didactikos Manuel CM2, 2022) et dans le guide d'utilisation (Didactikos Guide CM, 2022) de l'enseignement de la résolution de problèmes arithmétiques. Il s'agit alors

d'étudier à la fois la **prescription de l'enseignement de la « résolution de problèmes » dans les doubles-pages spécifiquement dédiées à cette activité et la façon dont elle s'articule avec la résolution des problèmes arithmétiques proposés dans le manuel sur une période donnée**, ici les six premières semaines de l'année de CM2.

Cette étude s'intègre dans la méthodologie générale décrite au début de ce rapport comme une analyse locale, sur le domaine spécifique de la résolution de problèmes. **Notre approche est prioritairement didactique** ; cela nous amène, comme nous l'avons précisé dans l'introduction de cette partie, à présenter les concepts-clés que nous utilisons autour de la résolution de problèmes arithmétiques avant de préciser notre questionnement et notre méthodologie.

1. Cadre théorique, objectifs et méthodologie

a. Éléments théoriques relatifs à la résolution de problèmes

Il ne s'agit pas dans cette sous-partie de faire un état de l'art de l'ensemble des travaux en didactique des mathématiques et en psychologie cognitive sur la résolution de problèmes⁵³, mais de situer notre analyse par rapport à des travaux de référence en lien avec le CEB. Nous précisons ici les trois concepts didactiques principaux que nous mobilisons lors de notre étude, à savoir : la **modélisation de l'activité cognitive** de l'élève en RDP par Verschaffel et de Corte (2008), la **typologie des problèmes additifs et multiplicatifs** de Vergnaud (1986, 1990) et la distinction que fait Houdement (2017) entre les **problèmes basiques, complexes et atypiques**.

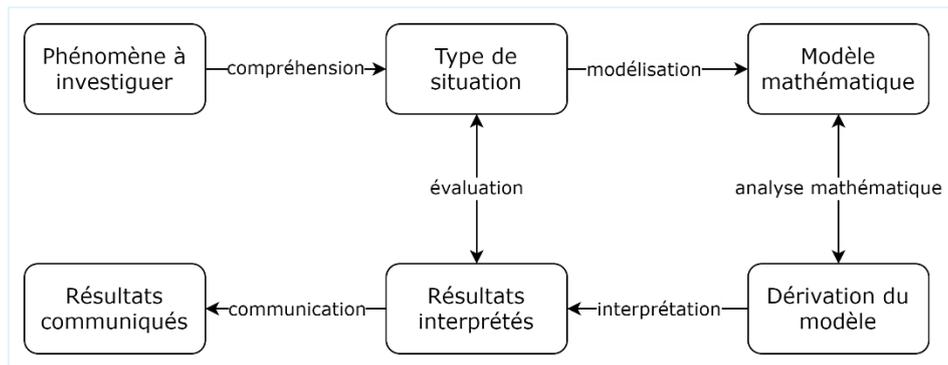
Modélisation de l'activité cognitive de l'élève en RDP

Afin de décrire la complexité du processus de résolution de problèmes situés dans le monde réel, Verschaffel et de Corte ont identifié plusieurs étapes (Figure 35) :

La compréhension de la situation décrite ; la construction d'un modèle mathématique qui décrit l'essence de ces éléments et les relations significatives impliquées dans la situation ; l'application du modèle mathématique pour identifier ce qui en découle ; l'interprétation du résultat des calculs afin de parvenir à une solution de la situation pratique qui a donné lieu au modèle mathématique ; l'évaluation du résultat interprété en relation à la situation d'origine ; et la communication des résultats interprétés (Verschaffel & de Corte, 2008, p. 154).

⁵³ Pour une synthèse autour de la résolution de problèmes, le lecteur pourra se référer à Feyfant (2015).

Figure 35. Schéma du processus de modélisation



Source : d'après Verschaffel et de Corte, 2008, p. 155.

Malgré la présentation linéaire de ces différentes étapes, **la démarche de résolution doit plutôt être considérée comme circulaire** avec des allers-retours possibles entre chacune des étapes. Cette modélisation permet de décrire l'activité de l'élève en RDP et notamment de distinguer des démarches « expertes », qui prennent en compte toutes les étapes du processus, de démarches « intermédiaires » ou « superficielles », qui en court-circuitent certaines (Fagnant, 2018 ; Mounier *et al.*, en révision). Elle permet également de penser l'enseignement de la RDP en classe (Hanin et Van Nieuwenhoven, 2016 ; Mounier *et al.*, en révision ; Verschaffel et de Corte, 1997). Dans notre étude, nous l'exploitons pour étudier la prescription de l'enseignement de la RDP dans le manuel.

Catégorisation des problèmes arithmétiques

Gérard Vergnaud, chercheur en psychologie cognitive et en didactique des mathématiques, a développé la notion de **champ conceptuel** (Vergnaud, 1986, 1990), dont les deux premiers exemples, que nous exploitons ci-après, sont les **structures additives** (Vergnaud & Durand, 1976 ; Vergnaud, 1986) et les **structures multiplicatives** (Vergnaud, 1983) :

[Un concept, comme l'addition ou la soustraction,] prend des sens différents suivant les types de problèmes dans lesquels il est impliqué. Le champ conceptuel regroupe l'ensemble des définitions et propriétés relatives au concept et l'ensemble des classes de problèmes qui font appel aux concepts mathématiques. Ces classes de problèmes se distinguent par les procédures de résolution auxquelles elles font appel (Fénichel & Pfaff, 2005, p. 11).

Ainsi, afin d'étudier la façon dont les élèves peuvent donner du sens aux différentes opérations à travers les problèmes arithmétiques proposés dans le manuel, nous exploitons la typologie de Vergnaud pour les structures additives (ensemble des problèmes impliquant des additions ou des soustractions) et multiplicatives (ensemble des problèmes impliquant des multiplications ou des divisions). À partir de la synthèse de Fénichel et Pfaff (2005), nous retenons, pour les structures additives, la catégorisation suivante :

- Problèmes de **transformation de mesure** avec recherche de l'état final, de la transformation ou de l'état initial (la transformation pouvant être additive ou soustractive) ;

- Problèmes de **composition de mesure** (ou de réunion) avec recherche du tout ou de l'une des deux parties ;
- Problèmes de **comparaison avec recherche d'une mesure** dans le sens de la comparaison ou dans le sens contraire de la comparaison, ou de la comparaison ;
- Problèmes de **composition de transformation** avec recherche de la transformation totale ou de l'une des deux transformations.

Pour les structures multiplicatives, nous avons la catégorisation suivante :

- Problèmes **multiplicatifs** (faisant intervenir la valeur de l'unité) avec :
 - Problèmes de recherche de quatrième proportionnelle : recherche du tout, de la valeur unitaire ou du nombre d'unités ;
 - Problèmes de comparaison avec recherche de la valeur finale, de la valeur initiale ou du coefficient multiplicateur ;
- Problèmes de **proportionnalité** avec recherche de quatrième proportionnelle (*la valeur de l'unité n'intervient pas*) :
 - De type classique ou pourcentage ;
 - De comparaison ;
- Problèmes de **produits de mesures** avec recherche du produit ou d'une des deux mesures.

Des exemples de problèmes illustrant cette typologie sont proposés en Annexe 5. Au-delà d'une catégorisation des problèmes arithmétiques, cette typologie permet de comprendre non seulement l'intérêt et la nécessité de proposer à l'élève des problèmes issus de classes différentes pour construire le sens des opérations, mais aussi le fait qu'une même opération ne soit pas acquise au même moment. À titre d'exemple, les résultats de Fagnant (2005, 2013) ou encore la synthèse de Verschaffel et de Corte (1997) montrent que **des problèmes qui peuvent être résolus par la même opération présentent un niveau de difficulté différent selon la classe de problèmes à laquelle ils appartiennent.**

Problèmes basiques, complexes et atypiques

Enfin, afin de penser l'enseignement de la RDP, Houdement (2017) distingue trois types de problèmes arithmétiques :

- Les problèmes **basiques**, « à deux données [resp. $(2n+1)$ données pour les problèmes liés à la proportionnalité], où il s'agit de déterminer une troisième valeur [resp. une $(2n+2)e$], à énoncé court, syntaxe simple, sans information superflue » (p. 64) ;
- Les problèmes **complexes**, « des agrégats de "problèmes basiques" » (p. 64) ;
- Les problèmes **atypiques**, « définis justement par leur caractère non routinier, le fait qu'on suppose que les élèves ne disposent pas de stratégies connues pour les résoudre » (p. 64).

Le qualificatif (basique, complexe ou atypique) associé à un problème **dépend du niveau scolaire considéré** ; ainsi, au début de la scolarité, un problème de partage peut être

considéré comme atypique, et devenir basique par la suite. Houdement (*ibid.*) souligne par ailleurs que le sens des opérations se construit à travers la résolution des problèmes basiques de structure additive ou multiplicative. Pour cette chercheuse, il est donc important d'amener l'élève à résoudre seul des problèmes basiques et par conséquent d'y consacrer du temps dans l'enseignement.

b. Objectifs de l'analyse et méthodologie

Afin d'avoir un premier éclairage sur la prescription de l'enseignement de la RDP dans le manuel de CM2, nous nous sommes d'abord intéressés aux doubles-pages relatives aux activités de RDP. Pour autant, cette analyse nous paraît insuffisante puisque des problèmes arithmétiques sont proposés dans les doubles-pages dédiées à d'autres activités (mesure, numération). Pour cette raison, nous complétons cette première analyse par **l'étude de l'ensemble des doubles-pages** (toutes activités confondues, RDP incluses) correspondant à l'enseignement durant les semaines 1 à 6. Nous précisons ci-après nos objectifs et notre méthodologie.

Étude des doubles-pages dédiées à la RDP en CM2 : axes d'analyse et méthodologie

Dans ce paragraphe, il s'agit d'étudier spécifiquement le contenu des doubles-pages dédiées aux activités de RDP sur l'ensemble du manuel et de répondre d'abord à des questions sur leur organisation : comment ces doubles-pages sont-elles réparties sur l'ensemble du manuel ? Avec quels objectifs ? Avec quelle progression ? Pour ce faire, nous reprenons d'abord les résultats de l'étude menée à l'échelle globale (cf. section B) pour déterminer le rythme des activités de RDP dans le manuel, puis nous précisons leurs objectifs à partir du contenu des pages 8 à 11 du manuel CM2 de l'élève.

Nous nous intéressons ensuite aux savoirs relatifs à la RDP : quels sont les savoirs visés ? Sont-ils nouveaux ? Comment sont-ils introduits ? Comment sont-ils institutionnalisés ? Pour répondre à ces questions, nous analysons le contenu des rubriques « Je découvre » et « Je retiens » des doubles-pages des activités de RDP.

Enfin, nous étudions la façon dont ces savoirs sont réinvestis et quels sont les attendus des auteurs quant à la réponse de l'élève. Notre analyse se porte ainsi sur les exercices des rubriques « J'agis » et des pages spécifiques concernant les évaluations (Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 68 à 71 et 184 à 187) ; les exemples de rédaction proposés dans les exercices servent de support à l'analyse des attentes des auteurs du manuel.

Étude des problèmes arithmétiques dans les activités des semaines 1 à 6 du manuel CM2 : axes d'analyse et méthodologie

Comme nous l'avons évoqué précédemment, la définition des objectifs de certaines des doubles-pages, mais aussi le choix d'une approche par la « pédagogie de l'intégration », nous conduisent à penser que **des problèmes arithmétiques verbaux sont proposés en dehors des doubles-pages dédiées aux activités de RDP**. En effet, le CEB fait explicitement référence, dans la définition des paliers des activités numériques et de mesure, à des « situations de résolution de problèmes de numération (ou de mesure et de calculs) » (MEN Sénégal, 2016c, p. 216 par exemple) ; des problèmes arithmétiques sont

par ailleurs donnés comme exemples de situation dans le CEB (MEN Sénégal, 2016c, p. 192 par exemple) pour ces deux types d'activités.

De plus, comme nous le suggère le schéma de Verschaffel et de Corte (2008) ou encore comme le précise Houdement (2017, p. 60), la capacité d'un élève à résoudre un problème arithmétique dépend de la connaissance qu'il a des opérations – même si, comme le précise Fagnant (2013, p. 25), « résoudre un problème requiert bien plus que de seulement connaître les opérations et de disposer de quelques compétences générales pour les appliquer ». Étudier les problèmes proposés aux élèves en dehors des doubles-pages spécifiquement dédiées nous paraît donc essentiel pour comprendre comment les apprentissages peuvent se construire autour de la RDP et des opérations. Nous choisissons de limiter notre étude à la première partie de l'année, du début jusqu'aux premières évaluations consacrées à la RDP (semaine 6) ; les données retenues pour cette étude sont donc issues des pages 12 à 71 du manuel (Didactikos Manuel CM2, 2022) et des pages 158 à 209 du guide d'utilisation (Didactikos Guide CM, 2022).

Une première analyse est menée au niveau de la progression de l'enseignement et vise à **déterminer l'articulation qui peut exister entre la résolution des problèmes arithmétiques, la construction du sens du nombre, des opérations et de la mesure et à examiner si ce lien est explicite**. Pour ce faire, nous étudions les objectifs des activités géométriques, numériques et de mesure et les textes de savoir (rubriques « Je retiens ») de l'ensemble des doubles-pages correspondant aux semaines 1 à 6 du manuel et du guide d'utilisation.

Ensuite, afin d'investiguer la façon dont les auteurs amènent les élèves à construire le sens des opérations et à mobiliser leurs connaissances dans des problèmes, nous recensons les problèmes arithmétiques proposés dans les doubles-pages de cette partie du manuel. En référence à Charnay (1992), nous définissons les enjeux d'apprentissage pouvant être assignés aux problèmes (construire de nouvelles connaissances, les mobiliser, les évaluer, etc.). En lien avec la construction du sens des opérations, mais aussi avec la complexité du problème (selon Houdement, 2011), nous déterminons de quelles structures relèvent chacun des problèmes et quelles sont les classes de problèmes sous-jacentes (en référence à Vergnaud, 1990).

Enfin, puisque la difficulté des élèves à résoudre un problème ne provient pas uniquement de l'opération à effectuer ni de (ou des) classe(s) de problèmes qui le compose(nt), mais qu'elle dépend également de variables telles que la formulation de l'énoncé, le contexte (la réalité évoquée dans le problème), les nombres en jeu, le type et la taille des nombres (Fagnant, 2013, p. 25), nous menons une analyse spécifique en tenant compte de certaines de ces variables. En effet, si on se réfère aux processus en jeu lors de la résolution (cf. paragraphe dédié aux éléments théoriques didactiques), la présence de données inutiles peut rendre difficile la compréhension du problème et sa représentation. Dans le cas d'un contexte peu familier à l'élève, ce dernier ne pourra pas (ou difficilement) exercer un contrôle sur l'ordre de grandeur du résultat qu'il a obtenu (en référence avec les grandeurs en jeu dans le problème et non avec le calcul). La taille et la nature des nombres quant à elles peuvent avoir un impact sur l'effectuation des calculs.

Pour chacun des problèmes arithmétiques présents dans cette partie du manuel, nous spécifions donc :

- **L'enjeu** qui lui est assigné en reprenant les dénominations formulées par les auteurs du manuel, en tenant compte de sa position dans l'une ou l'autre des rubriques des doubles-pages (« Je découvre », « J'agis » ou s'il s'agit d'un problème d'évaluation). Les indications données dans le guide de l'enseignant pour sa mise en œuvre sont également exploitées ;
- La (ou les) **classe(s) de problèmes** à laquelle (auxquelles) le problème appartient et le nombre de sous-problèmes auxquelles elles correspondent ;
- Le **contexte** de la situation ;
- Le type de **grandeurs** en jeu ;
- La présence ou non de **données inutiles**.

Nous illustrerons la mise en œuvre de cette méthodologie dans la partie « Résultats » en montrant des exemples d'analyse *a priori* de problèmes.

Pour la suite de notre travail, et afin de mieux comprendre les tâches qui sont demandées à l'élève, nous distinguons :

- **L'énoncé** du problème, qui est composé de la description d'une situation (sous la forme d'un texte, d'un dessin, d'un tableau, d'un schéma et qui évoque une certaine réalité) et d'une question. Celle-ci n'est pas toujours fournie dans l'énoncé du problème : ce peut être à l'élève de la déterminer à partir de la description de la situation ;
- La **consigne** donnée à l'élève : il peut s'agir de résoudre le problème, mais aussi de construire un énoncé de problème, de déterminer des questions intermédiaires ou finales à partir d'une situation, ou encore de corriger des erreurs dans une résolution ;
- **L'exercice**, qui est composé de l'énoncé d'un problème et d'une consigne donnée à l'élève ; certains exercices étant composés de plusieurs problèmes, le nombre d'exercices que nous considérons dans notre analyse ne correspond donc pas au nombre d'exercices du manuel.

Nous présentons par la suite les résultats pour ces deux axes d'analyse dans deux parties distinctes et apportons certains éclairages en nous référant au contenu du CEB (MEN Sénégal, 2016c). Une synthèse est proposée en conclusion de chacune des parties.

2. Résultats : étude des doubles-pages dédiées aux activités de « résolution de problèmes »

a. Organisation des doubles-pages sur l'ensemble du manuel et objectifs sur l'année

Comme l'illustre l'Annexe 3, le manuel de CM2 propose des activités de RDP pour les semaines 1 à 16 (sur les 21 semaines de l'année) ; aucune double-page spécifique n'est programmée à partir de la semaine 17. Une double-page est prévue chaque semaine pour les semaines 1 à 5, puis 8 à 14, soit 12 doubles-pages en tout. Deux « évaluations formatives » sont prévues en RDP lors des semaines 6 et 15 avec 4 pages dédiées pour chacune d'elles. Les doubles-pages de RDP sont systématiquement placées à la fin des activités prescrites pour chacune des semaines, avec un rythme régulier de 1 double-page par semaine, pour les semaines 1 à 5 puis 8 à 14.

La place occupée par les doubles-pages de RDP entre les semaines 1 à 7 et entre les semaines 8 à 15 **est sensiblement identique** puisqu'elles représentent respectivement 18 % et 17 % de l'ensemble des doubles-pages (évaluations comprises), pour une part de 13 % de l'enseignement annuel. Cela représente une part assez restreinte et nous amène, ici encore, à supposer que des problèmes arithmétiques sont proposés en dehors des doubles-pages dédiées spécifiquement à la RDP.

b. Progression de l'enseignement-apprentissage de la résolution de problèmes

Les doubles-pages de RDP des semaines 1 à 6 sont consacrées au traitement de l'énoncé d'un problème ; elles ont pour objectifs de :

- « Identifier et organiser les données d'un énoncé » (Semaine 1) avec la recherche de données manquantes et/ou inutiles ;
- « Traiter les consignes et les questions d'un énoncé » (semaines 2 et 3) avec la détermination / reconnaissance de questions intermédiaires et finales ;
- « Interpréter un énoncé », où sont considérées les données qui figurent sur un graphique, un schéma ou un tableau (semaine 4), mais aussi la réécriture de l'énoncé sous une autre forme (schéma, tableau par exemple) (semaine 5).

Les objectifs des doubles-pages des semaines 8 à 15 sont orientés vers :

- La production d'énoncés de problèmes (semaines 8 et 9) ;
- Les vérifications que l'on peut effectuer au cours d'une résolution (semaines 10 et 13) ;
- Les procédures générales de résolution dans une démarche progressive (semaine 11) ou régressive (semaine 12) ;
- La communication de la solution (semaine 14).

En référence au CEB :

La démarche analytique consiste à partir des inconnues pour mieux fixer dans l'esprit les relations qu'indique l'énoncé. Elle fait un double chemin : dans le raisonnement, elle va de la question posée aux données ; dans la solution, inversement, il s'agira d'aller des données à la question posée. La démarche progressive consiste à amener l'enfant à bien se représenter l'énoncé, à en suivre pas à pas le développement. Dans une telle démarche on fait deux fois le même chemin qui conduit des données à la solution : une première fois on raisonne d'une façon générale sans s'occuper des nombres ; une deuxième fois, on entre dans l'étude du cas particulier, on opère et on calcule (MEN Sénégal, 2016c, p. 223).

Au vu des objectifs affichés dans le manuel, et si on se réfère aux processus en jeu dans la résolution de problèmes arithmétiques (en référence au modèle de Verschaffel et de Corte présenté précédemment), nous pouvons conclure que **la première partie de l'année est davantage consacrée au processus de modélisation**, notamment à la compréhension du problème et à la réécriture de l'énoncé. **Les objectifs de la deuxième période portent davantage sur les processus de contrôle et de communication ainsi que sur des méthodes générales de résolution**, ce qui est cohérent avec les préconisations du CEB (MEN Sénégal, 2016c, p. 228 – 229).

Les objectifs des activités de RDP tels qu'ils sont formulés dans le manuel ne font ni référence à des types de problèmes spécifiques (basiques, complexes, atypiques, cf. Houdement (2017)), ni à des classes de problèmes (Vergnaud, 1990).

Les objectifs fixés au CM2 pour les activités de RDP sont identiques à ceux du CM1 (manuel Didactikos CM2, pages 8 à 11), hormis celui de la double-page 170 – 171 de la semaine 14, dédié à « la communication du résultat », qui est nouveau en CM2. Ils suivent la même progression (en CM1 comme en CM2), qui est celle prescrite par le CEB de l'étape 3 (MEN Sénégal, 2016c, p. 228 – 229). Il est par ailleurs intéressant de remarquer que les doubles-pages qui ont pour objectif « résoudre des problèmes de partage en parts égales (respectivement inégales, respectivement proportionnelles) » ne relèvent pas des activités de RDP mais des activités de mesure. Cela apporte un nouvel argument pour étudier la place des problèmes arithmétiques en dehors des doubles-pages explicitement dédiées à leur résolution.

c. Analyse des situations d'introduction et des textes de savoir

Puisque les objectifs des doubles-pages de RDP en CM2 sont similaires à ceux du CM1, nous pouvons donc considérer que la **plupart des savoirs autour de la RDP sont anciens**, dans le sens où ils ont été étudiés l'année précédente. Pour la reprise de ces notions déjà étudiées, le manuel propose, dans la rubrique « Je découvre », de façon systématique, une tâche à partir de l'énoncé d'un problème (à 8 reprises) ou de deux problèmes (à 4 reprises), avec ou sans question ; la tâche prescrite à l'élève est de trouver la question du problème ou de corriger ou commenter une résolution faite par un élève. Dans cette rubrique, il est demandé explicitement à l'élève de résoudre le problème à une seule occasion (Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 144) – et ce n'est pas dans la rubrique « Je découvre » que se situe cette consigne, mais dans le « Je réfléchis ».

La consigne associée aux activités de la rubrique « Je découvre » est en lien direct avec l'objectif de la double-page et soit :

- Elle **reprend des termes présents dans la formulation de l'objectif** : par exemple, pour la double-page dédiée à « représenter un problème, un énoncé à l'aide d'un dessin » (Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 58 – 59), la consigne est « représente la première situation par un schéma et la deuxième par un tableau » ;
- Elle les **explícite** : par exemple, pour la double-page dont l'objectif est « raisonner sans les données numériques avec la démarche régressive » (manuel Didactikos CM2, 2022, p. 144), la consigne est d'« aider son ami à faire son raisonnement en partant de la question finale ».

La rubrique « Je retiens », qui constitue une « synthèse sur l'essentiel de l'objet d'apprentissage » (Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 4) et que nous considérons comme une institutionnalisation possible du savoir, est proposée en bas de la première page de la double-page dédiée à la RDP ; un tel paragraphe est également présent à la suite des situations d'intégration (Didactikos Manuel CM2, p. 68 et p. 185). Le texte de cette rubrique est décontextualisé dans 8 doubles-pages sur les 12 ainsi que dans les situations d'intégration. Il est de plus le plus souvent court, comme le montre la Figure 36. Le texte relatif à la démarche progressive indique : « La démarche progressive consiste à résoudre un problème en partant d'une suite logique des questions intermédiaires, pour aboutir, à une question finale. Cette démarche progressive peut se faire sans les données numériques » (Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 132).

Figure 36. Extrait de manuel scolaire (CM2)



Source : Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 50.

Dans les 4 autres doubles-pages, la référence aux situations de la rubrique « Je découvre » est soit explicite (Figure 37), soit évoquée (comme pour la fiche de critères figurant dans le « Je retiens » qui peut correspondre à la liste présentée dans le « Je découvre » (Figure 38).

Figure 37. Extrait de manuel scolaire (CM2)

Je retiens

Exemple

Paragraphe	Adjectifs qualificatifs	Connecteurs spatiaux	Mots non surlignés
1 ^{er} paragraphe	3	2	?
2 ^{ème} paragraphe	11	7	?
3 ^{ème} paragraphe	2	3	?
Pourcentage	?	?	?

L'énoncé d'un problème peut être réécrit sous différentes formes : schéma, graphique ou tableau.

Source : Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 58.

Figure 38. Extrait de manuel scolaire (CM2)

Je découvre

Contexte : Paul et Angèle discutent après avoir lu le questionnaire écrit au tableau. Ils sollicitent ton arbitrage.

As-tu analysé les données numériques et non numériques ?
As-tu séparé les données utiles des données inutiles ?
As-tu cherché, s'il y a des données manquantes ?
As-tu trouvé les questions intermédiaires ?
As-tu bien mis en relation les données ?
As-tu bien utilisé la formule et l'opération qu'il faut ?

C'est une fiche de critères.

Non, c'est un outil de vérification.

Consigne : Tu démontres qui d'entre eux a raison.

Je retiens

La fiche de critères permet de toujours vérifier ma solution, car il me rappelle la démarche à suivre.

Source : Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 158.

Nous pourrions conclure à partir de l'organisation des rubriques (« Je découvre », « Je retiens », « J'agis ») des doubles-pages de RDP que le manuel présente des dispositifs didactiques de type « constructiviste », c'est-à-dire « problème – compréhension – application » (Rey, 2001, p. 35). Nous soulignons cependant que les objectifs de la RDP en CM2 étant similaires à ceux du CM1 et bien souvent d'ordre méthodologique, les situations proposées dans la partie « Je découvre » ne s'apparentent guère à des situations-problèmes (*ibid.*, p. 36), dans le sens où **elles permettent difficilement de remettre en cause les conceptions des élèves relativement à un tel type de savoir**. Nos

observations rejoignent celles des parties relatives aux techniques opératoires et aux nombres décimaux : le texte de savoir étant présent sur la même page que celle du problème du « Je découvre », les élèves peuvent y accéder lors de la résolution et ils peuvent, par conséquent, ne pas avoir de véritable problème à résoudre. Le guide d'utilisation ne propose pas une mise en œuvre alternative puisque la première tâche prescrite à l'enseignant pour le « Je découvre » est de « demander aux élèves d'ouvrir les manuels, de lire le contexte, la situation et la consigne ; de faire observer l'image ; de demander d'exécuter la consigne » (Didactikos Guide CM, 2022, p. 180).

d. Analyse des exercices d'entraînement et d'évaluation

Très peu de problèmes basiques sont proposés dans la rubrique « J'agis » des pages dédiées aux activités de RDP : soit l'énoncé est composé de données inutiles et/ou manquantes, soit la situation renvoie à un agrégat de problèmes basiques. Nous notons que les problèmes de cette rubrique se complexifient au fur et à mesure de l'avancée sur la page : le nombre de problèmes basiques les composant augmente, augmentant ainsi le nombre d'étapes de résolution (cf. analyse *infra*).

Comme pour les consignes données dans les rubriques « Je découvre », celles des rubriques « J'agis » sont en lien direct avec les objectifs spécifiques définis au début de la double-page. Ainsi, il est très rarement demandé à l'élève de « résoudre le problème » ; il doit plutôt « relever les données utiles / inutiles ou manquantes », « trouver les questions intermédiaires et finale », « construire un énoncé » (Figure 39), etc.

Figure 39. Extrait de manuel scolaire (CM2)



Source : Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 51.

Pour autant, l'élève est confronté à la résolution de certains problèmes proposés dans ces rubriques, notamment à partir de la semaine 9. Le manuel propose ainsi des solutions rédigées et il est demandé à l'élève de relever les erreurs et les corriger (Figure 40) ou de « proposer un outil de vérification » pour une résolution donnée (Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 159).

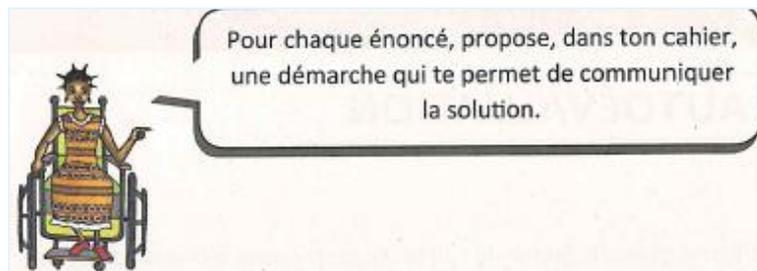
Figure 40. Extrait de manuel scolaire (CM2)

Énoncé : Un journalier a travaillé pendant 24 jours à raison de 3 500 F le jour. Son transport lui prend 500 F par jour et sa nourriture 15 000 F le mois. Calcule le montant de ses économies mensuelles. Décèle l'erreur de cette résolution.	Résolution Salaires mensuel : $3\,500\text{ F} \times 24 = 84\,000\text{ F}$ Dépenses : $15\,000\text{ F} + 500\text{ F} = 15\,500\text{ F}$ Économies : $84\,000\text{ F} - 15\,500\text{ F} = 68\,500\text{ F}$
--	---

Source : Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 121.

L'élève est également amené à considérer l'ensemble des problèmes basiques composant le problème lorsqu'il lui est demandé de « résoudre le problème sans les données numériques avec la démarche progressive » (Didactikos Manuel CM2, 2002, p. 133) ou « avec la démarche régressive » (Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 171) (Figure 41).

Figure 41. Extrait de manuel scolaire (CM2)



Source : Didactikos Manuel CM2, p. 171.

Les situations proposées dans les évaluations formatives ainsi que les consignes données à l'élève sont similaires à celles proposées dans les rubriques « J'agis » des semaines précédentes ; elles conduisent à la résolution de l'exercice pour deux des exercices des évaluations formatives de la semaine 6 (Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 68 et p. 71) et pour un exercice de l'évaluation sommative (semaine 15, Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 187). Aucune indication n'est donnée à l'enseignant dans le guide pour qu'il demande aux élèves de résoudre le problème lorsque la consigne ne le spécifie pas.

e. Attendus des résolutions d'élève en RDP

Les exemples de rédaction figurant dans la rubrique « J'agis » sont similaires à celui proposé ci-dessous à titre d'exemple (Figure 42), pour lequel il est demandé à l'élève de proposer un outil de vérification.

Précisons d'abord que les auteurs indiquent dans la rubrique « Je retiens » de la dernière double-page dédiée à la RDP dont l'objectif est « communiquer une solution » : « pour communiquer une solution à un énoncé, il faut donner la démarche (le raisonnement) et les outils (les formules, le sens et les techniques opératoires) » (Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 170 – 171). Cette phrase permet de mieux cerner les préconisations des auteurs en matière de communication, mais pour autant elle ne renvoie pas explicitement à un exemple auquel l'élève pourrait se référer. Des exemples de rédaction de la solution sont pourtant présents dans le manuel. Leur analyse semble montrer que les auteurs **attendent**

de l'élève qu'il écrive toutes les étapes de son raisonnement, chacune d'elles correspondant à la résolution d'un sous-problème basique et devant faire figurer à la fois le calcul, les unités et ce que représente le résultat.

Figure 42. Extrait de manuel scolaire (CM2)

<p>Pour faire une opération de Tabaski, Ouleymatou a acheté 2 catégories de moutons.</p> <ul style="list-style-type: none"> - 1^{ère} catégorie : 20 moutons à 40 000 F l'un. - 2^{ème} catégorie : 15 moutons à 45 000 F l'un. L'embouche a duré 20 jours et Ouleymatou utilisait, quotidiennement, 3 sacs de foin à 2 000 F l'un, 7 kg de tourteaux à 225 F le kg et 9 bassines d'eau à 500 F. <p>À l'approche de la Tabaski, elle vend tous les moutons de la 1^{ère} catégorie à 65 000 F l'un et 13 moutons de la 2^e catégorie à 75 000 F l'un.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Trouve le prix de revient des moutons. - Calcule, dans ton cahier, le bénéfice réalisé. 	<p>Solution</p> <p>Le prix d'achat des moutons de la 1^{ère} catégorie : $40\ 000\text{ F} \times 20 = 800\ 000\text{ F}$</p> <p>Le prix d'achat total des moutons : $800\ 000\text{ F} + 450\ 000\text{ F} = 1\ 250\ 000\text{ F}$</p> <p>Le prix du foin pour 20 jours : $(2\ 000\text{ F} \times 3) \times 20 = 120\ 000\text{ F}$</p> <p>Le prix du tourteau pour 20 jours : $(225\text{ F} \times 7) \times 20 = 31\ 500\text{ F}$</p> <p>Le prix de l'eau pour 20 jours : $500\text{ F} \times 20 = 1\ 000\text{ F}$</p> <p>Les frais d'embouche : $120\ 000\text{ F} + 31\ 500\text{ F} + 1\ 000\text{ F} = 152\ 500\text{ F}$</p> <p>Le prix de revient des moutons : $1\ 250\ 000\text{ F} + 152\ 500\text{ F} = 1\ 402\ 500\text{ F}$</p> <p>Le prix de vente de la 1^{ère} catégorie : $65\ 000\text{ F} \times 20 = 1\ 300\ 000\text{ F}$</p> <p>Le prix de vente des 13 moutons : $75\ 000\text{ F} \times 13 = 975\ 000\text{ F}$</p> <p>Le prix de vente total des moutons : $1\ 300\ 000\text{ F} + 975\ 000\text{ F} = 2\ 275\ 000\text{ F}$</p> <p>Le bénéfice réalisé : $2\ 275\ 000\text{ F} - 1\ 402\ 500\text{ F} = 872\ 500\text{ F}$</p>
--	---

Propose un outil de vérification pour cette résolution.

Source : Didactikos Manuel CM2, p. 159.

Il semble par ailleurs **attendu que les unités figurent dans les calculs**, ce qui est par ailleurs rappelé explicitement dans la rubrique « Je retiens » dédiée à la division « pour trouver le nombre d'unités (la quantité), il faut toujours mettre l'unité devant l'opération » (Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 64) mais aussi présent sous forme d'exemples dans les rubriques « Je retiens » des doubles-pages dédiées aux autres opérations (Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 34 pour l'addition, p. 44 pour la soustraction, p. 54 pour la multiplication). En procédant ainsi, chaque nombre, présent dans le calcul ou donné comme résultat, est associé à une unité ; il est également relié à une grandeur contextualisée au problème lui-même, ce que Houdement (2011, p. 74) appelle une « **qualification complète** », non seulement du résultat final mais aussi de l'ensemble des résultats intermédiaires⁵⁴. Précisons que, pour cette auteure, un défaut de qualification aurait un impact important sur la réussite au problème et serait une des causes des difficultés rencontrées par les élèves lors de la résolution de problèmes ; engager l'élève à qualifier ses résultats de façon systématique pourrait être un levier pour surmonter certaines difficultés.

⁵⁴ Pour Houdement (2011), en résolution de problèmes, la qualification faible d'un résultat consiste à l'associer à l'unité correspondante dans le problème (par exemple 3 mètres). Une qualification complète revient « à savoir dire (savoir se dire) quelle grandeur "contextualisée" est associée au nombre étudié, que ce nombre soit donné par l'énoncé ou issu d'un calcul » (Houdement, 2011, p. 74), par exemple : j'ai acheté 3 mètres de tissu.

Soulignons enfin **qu'aucun calcul posé n'apparaît dans les exemples de résolution** : ce ne sont que des calculs en ligne. Nous faisons l'hypothèse que les calculs sont effectués à un autre endroit de la résolution.

Ce qu'il faut retenir (11)

Comparativement au CM1, sur les activités de RDP, **seul un objectif apparaît comme nouveau au CM2 : il s'agit de « communiquer la solution »** - cela est conforme aux prescriptions du CEB (MEN Sénégal, 2016c, p. 225 – 226 et p. 228 – 229). Des textes de savoir proposés dans les rubriques « Je retiens » sont cependant proposés dans chacune des doubles-pages dédiées à la RDP dans le manuel de CM2. Leur contenu est varié : il s'agit le plus souvent d'un texte court, décontextualisé, conduisant à une définition ou à une explication générale et, quelquefois, d'une reprise des éléments de la situation d'introduction permettant d'illustrer le savoir visé.

S'il s'agit, au CM2, de revenir principalement sur des notions anciennes, nous observons que les situations proposées, en particulier dans les exercices de réinvestissement, conduisent le plus souvent à des **problèmes arithmétiques complexes** (agrégats de problèmes basiques) **sans qu'il ne soit demandé explicitement à l'élève de les résoudre**. En effet, les consignes demandent soit de travailler sur l'énoncé (par exemple, repérer les données manquantes, utiles, inutiles ; passer d'un énoncé sous forme de texte à un tableau ou un graphique), de penser la résolution mais sans la rédiger (lister les questions intermédiaires, résoudre sans les données numériques avec une démarche progressive ou régressive) ou encore de vérifier ou corriger une rédaction qui lui est déjà proposée. Ainsi, **même s'il est rarement demandé à l'élève de résoudre le problème, les tâches qui lui sont proposées demandent, pour être résolues, de passer bien souvent par plusieurs des étapes en jeu dans la RDP**. Par exemple, lorsque l'élève doit résoudre le problème sans donnée numérique (avec la démarche progressive ou régressive), seule l'effectuation des calculs (c'est-à-dire le processus correspondant à l'analyse mathématique, en référence à Verschaffel et de Corte (2008)), n'est pas nécessaire. Aucun problème atypique n'est proposé.

Nous comprenons enfin à travers les exemples de rédaction proposés dans les dernières doubles-pages dédiées à la RDP ce qui est attendu de l'élève en termes de communication. Demander à l'élève de poser les questions intermédiaires, de résoudre le problème avec une démarche progressive sans les données numériques pourrait ainsi l'amener à **qualifier complètement ses résultats** (Houdement, 2011). Les exercices amènent également à développer des processus de contrôle avec recherche d'erreurs et création de fiches de vérification, ce qui peut favoriser chez l'élève des démarches d'auto-régulation (Allal, 2007).

3. Résultats : étude des problèmes arithmétiques verbaux dans les doubles-pages des semaines 1 à 6 du manuel de CM2

Nous rappelons que nous nous concentrons dans cette partie sur le contenu des doubles-pages correspondant aux activités des semaines 1 à 6. Aussi, avant de nous intéresser aux énoncés de problèmes proposés dans ces doubles-pages, nous étudions d'abord la façon dont s'articulent les objectifs des activités de RDP avec ceux des activités numériques ou de mesure ; les doubles-pages dédiées aux activités géométriques sont écartées, aucun problème arithmétique n'y étant proposé.

a. Articulation entre les objectifs des activités de RDP et ceux des activités numériques et de mesure

Le **Tableau 19** rappelle les objectifs des doubles-pages d'activités numériques (AN), de mesure (AM) et de RDP (RP).

Tableau 19. Objectifs des activités des semaines 1 à 6

S1	AN	Utiliser les mécanismes de la numération décimale
	AM	Relations entre le mètre, ses multiples et sous multiples
	AM	Périmètre du carré et du rectangle
	RP	Identifier et organiser les données d'un énoncé
S2	AN	Découvrir et appliquer les critères de divisibilité
	AM	Calculer les dimensions du carré et du rectangle
	AM	Calculer le périmètre et les dimensions du cercle
	RP	Identifier et organiser les consignes et questions d'un énoncé
S3	AN	Addition des grands nombres
	AM	Calculer des intervalles
	AM	Calculer une échelle
	RP	Formuler des questions pour compléter un énoncé
S4	AN	Maîtriser la soustraction des grands nombres
	AM	Relations entre le kilogramme, ses multiples et sous multiples
	AM	Relations entre le Litre, ses multiples et sous multiples
	RP	Interpréter un énoncé

S5	AN	Maitriser la multiplication des grands nombres
	AM	Calculer des masses : masse brute, masse nette, tare
	RP	Représenter un problème, un énoncé à l'aide d'un dessin
S6	AN	Maitriser la division
	AM	Effectuer des mesures d'angles
	RP	Evaluation formative : auto-évaluation, intégration

En dehors des doubles-pages dédiées aux quatre opérations (Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 34 – 35, p. 44 – 45, p. 54 – 55, p. 64 – 65, semaines 3 à 6), et pour lesquelles nous pouvons supposer que des problèmes arithmétiques sont proposés, d'autres doubles-pages, relevant des activités de mesure, ont des objectifs qui renvoient spécifiquement à des classes de problèmes (Vernaud, 1990) :

- Semaine 3 (Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 36 – 37) : « calculer des intervalles », en lien avec des problèmes relevant des structures multiplicatives, avec recherche de la valeur d'une part (taille de l'intervalle), ou du nombre de parts (nombre d'intervalles) ;
- Semaine 3 (Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 38 – 39) : « calculer des échelles », en lien avec des problèmes de proportionnalité ;
- Semaine 5 (Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 56 – 57) : « calculer des masses : masse nette, masse brute, tare », ce qui renvoie, pour nous, à des problèmes additifs de composition de mesures (avec recherche du tout ou d'une des parties).

Intéressons-nous, pour ces trois doubles-pages et pour les quatre dédiées aux opérations, au contenu du guide d'utilisation et aux textes de la rubrique « Je retiens » dans le manuel des élèves. Cela nous permet d'étudier si les auteurs font explicitement le lien entre la résolution des problèmes arithmétiques (additifs / multiplicatifs) et les objectifs de ces doubles-pages et, si oui, de quelle façon.

Aucune indication en ce sens n'est donnée dans le guide d'utilisation. Concernant les doubles-pages dédiées aux opérations, il est indiqué dans la rubrique « Je retiens » :

- Pour l'addition (Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 34) : « pour trouver le prix, la somme, la capacité, la longueur, la masse totale... de plusieurs grandeurs, on effectue une addition » ;
- Pour la soustraction (Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 44) : « par la soustraction, on peut trouver un reste, une différence, un manque ou une inconnue » ;
- Pour la multiplication (Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 54) : aucune indication n'est donnée sur le type de problèmes qu'elle permet de résoudre ;

- Pour la division (Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 54) : « la division est une opération arithmétique qui permet de trouver le nombre d'unités ; le prix, la masse, la longueur, la capacité de l'unité ou la valeur d'une part ».

Nous observons ici que les auteurs considèrent l'addition et la soustraction comme des opérations permettant de résoudre essentiellement des problèmes additifs de composition de mesures avec recherche du tout ou d'une partie ; **aucune référence n'est faite à des problèmes de transformation d'état ou de composition de transformations** (gain ou perte par exemple) **ou des problèmes de comparaison**. Concernant les deux autres opérations, aucune référence n'est faite à des problèmes de comparaison.

Pour les doubles-pages relevant des activités de mesure, le texte de la rubrique « Je retiens » propose des formules à retenir, par exemple pour le calcul de l'échelle (Figure 43).

Figure 43. Extrait de manuel scolaire (CM2)

<p>Dimensions réelles = dimensions sur le plan × dénominateur de l'échelle Dimensions sur le plan = dimensions réelles : dénominateur de l'échelle Échelle = dimensions sur le plan : dimensions réelles (converties)</p>
--

Source : Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 38.

L'utilisation de ces formules permet de résoudre des problèmes spécifiques (ici, de proportionnalité) ; pour autant, **aucun lien n'est explicite** entre ces formules, les problèmes qu'elles permettent de résoudre et les connaissances relatives à la proportionnalité.

Cette première analyse, au niveau des objectifs et des textes de savoir, permet d'observer que **chacune des quatre opérations est associée de façon privilégiée à certaines classes de problèmes au détriment d'autres**. Nous pouvons dès lors nous interroger sur les classes de problèmes qui sont en jeu dans la résolution des problèmes arithmétiques et savoir si celles évoquées implicitement dans les « Je retiens » sont davantage représentées dans les problèmes.

b. Étude des problèmes arithmétiques proposés dans le manuel

Problèmes retenus et analyse selon les classes de problèmes

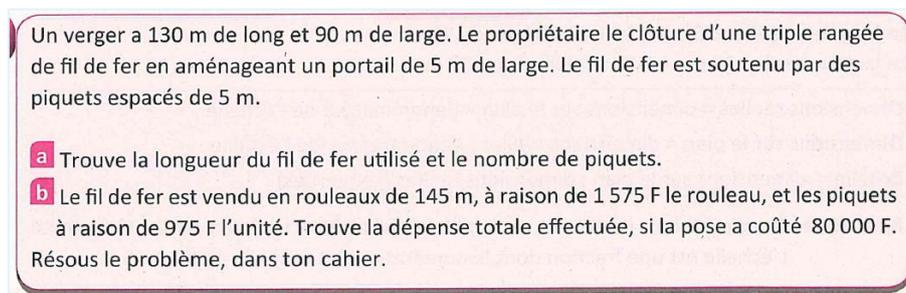
Si nous avons défini au début de cette section ce qu'est « un problème arithmétique verbal », nous apportons dans ce paragraphe quelques précisions sur les problèmes que nous retenons ou non pour notre analyse.

Nous écartons les problèmes de calcul de périmètres, qui peuvent être apparentés, pour les polygones, à des problèmes de composition de mesure avec recherche du tout. En effet, il est plutôt attendu, au vu des rubriques « Je retiens » des doubles-pages correspondantes (Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 18), l'utilisation d'une formule. Dans ce cas, la formule ne fait plus de lien avec un problème additif de composition (par exemple, 4 fois la longueur du côté pour le périmètre du carré). Nous n'avons pas retenu non plus les problèmes de calcul d'aires comme des problèmes de produit de mesures relevant des structures

multiplicatives. En revanche, nous avons considéré les problèmes d'intervalle, d'échelle ou encore de masses brute / nette et de tare, comme arithmétiques verbaux puisque, même si l'élève utilise une formule, elle reste en lien avec l'opération sous-jacente à la structure du problème.

À titre d'exemple, considérons le problème suivant (Figure 44).

Figure 44. Extrait de manuel scolaire (CM2)



Un verger a 130 m de long et 90 m de large. Le propriétaire le clôture d'une triple rangée de fil de fer en aménageant un portail de 5 m de large. Le fil de fer est soutenu par des piquets espacés de 5 m.

a Trouve la longueur du fil de fer utilisé et le nombre de piquets.

b Le fil de fer est vendu en rouleaux de 145 m, à raison de 1 575 F le rouleau, et les piquets à raison de 975 F l'unité. Trouve la dépense totale effectuée, si la pose a coûté 80 000 F. Résous le problème, dans ton cahier.

Source : Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 37.

Une analyse selon les classes de problèmes montre qu'il est composé de sous-problèmes :

- Composition de mesures avec recherche d'une partie pour déterminer la longueur du terrain à clôturer (en dehors du portail) ;
- Multiplicatif avec recherche du nombre de parts pour trouver le nombre de piquets (en ajustant avec les formules de calcul d'intervalles) ;
- Multiplicatif avec recherche du tout, pour trouver la longueur de barbelé ;
- Multiplicatif avec recherche du nombre de parts pour trouver le nombre de rouleaux de barbelés ;
- Multiplicatif avec recherche du tout pour trouver le prix du barbelé et celui des piquets ;
- Composition de mesures avec recherche du tout pour déterminer le coût global (pose incluse).

La définition de chacun de ces sous-problèmes peut être mise en lien avec la recherche de questions intermédiaires demandée à l'élève dans les exercices de RDP et avec la rédaction selon les différentes étapes, telle qu'elle semble être attendue (cf. *supra*). Une telle analyse nous permet d'une part de savoir de quelle(s) structure(s) (additive et/ou multiplicative) le problème relève, mais aussi quelles sont les différentes classes de problèmes en jeu.

Exemples d'analyse a priori

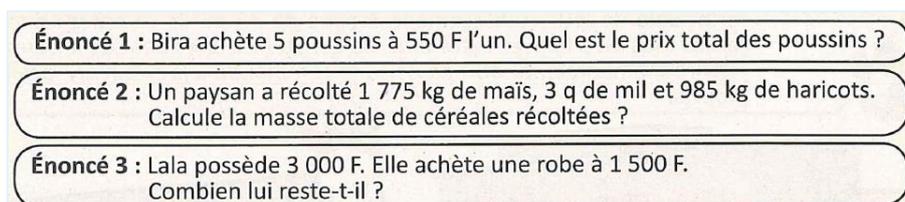
Comme nous l'avons mentionné dans la description de la méthodologie, nous déterminons, pour chaque problème arithmétique verbal, sa fonction telle qu'elle est annoncée par les auteurs du manuel selon sa place dans la double-page (dans les rubriques « Je découvre » ou « J'agis ») ; cela permet d'établir une première répartition de ces problèmes sur les doubles-pages des semaines 1 à 6. Nous considérons ensuite quatre variables (le contexte de la situation, le type de grandeurs en jeu, la nature et la taille des nombres en jeu, la

présence de données inutiles ou non) qui nous renseignent sur la variété et la complexité des problèmes proposés.

Nous n'avons toutefois pas réalisé d'analyse détaillée des procédures de résolution, en déterminant notamment si, au vu des nombres proposés dans l'énoncé, il était possible de donner les résultats mentalement (sans poser le calcul) – ou encore de lister si, dans les problèmes complexes, la résolution pouvait se faire de plusieurs façons.

Montrons un premier exemple d'analyse à partir des trois problèmes suivants (Figure 45), extraits de l'exercice 2 de la rubrique « J'agis » de la double-page dédiée à « maîtriser l'addition des grands nombres » :

Figure 45. Extrait de manuel scolaire (CM2)



Source : Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 35.

- Aucun de ces problèmes ne présente de données inutiles ;
- Le premier problème (énoncé 1) est proposé dans une double-page dont l'objectif est centré sur l'addition. Toutefois, les problèmes multiplicatifs ayant été traités dès le CE1, nous considérons qu'il relève des structures multiplicatives et qu'il s'agit d'un problème multiplicatif avec recherche du tout. Aucune indication n'est fournie dans le guide de l'enseignant pour préciser ce qui est attendu des élèves. Les nombres en jeu dans ce problème sont à 1 et 3 chiffres et conduisent à un résultat à 4 chiffres. Le contexte du problème est relatif à l'élevage et il mobilise des francs CFA comme unité monétaire ;
- Le deuxième problème (énoncé 2) est un problème additif de composition de mesure avec recherche du tout. Les nombres en jeu dans l'énoncé sont à 3 et 4 chiffres et la somme est à 4 chiffres. Le contexte est relatif aux récoltes ; il mobilise une seule grandeur (la masse) mais nécessite au moins une conversion (de q en kg ou de kg en q) ;
- Le troisième problème (énoncé 3) est un problème de transformation d'état (transformation négative) avec recherche de l'état final. Les nombres en jeu dans le problème ainsi que le résultat sont à 4 chiffres ; le contexte du problème est relatif à des dépenses ordinaires, du quotidien, et il mobilise des francs CFA comme unité monétaire.

Considérons un second exemple d'analyse (Figure 46).

Figure 46. Extrait de manuel scolaire (CM2)

Un commerçant a donné une somme de 600 000 F pour l'achat de 28 sacs de riz local de 50 kg chacun. Le grossiste lui rend 54 000 F. Aide-le à trouver le prix d'achat d'un sac. Écris la réponse, dans ton cahier d'exercices.

Source : Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 65.

Ce problème est extrait de la rubrique « J'agis » de la double-page dédiée à « maîtriser la division des grands nombres ». Il relève à la fois des structures additive et multiplicative. L'énoncé est formulé avec des verbes correspondant à des transformations d'état (donner, rendre) sans que l'on connaisse ou que l'on cherche la valeur de l'état initial ou celle de l'état final. Nous considérons donc qu'il est composé d'un problème additif de compositions de deux transformations, l'une positive et l'autre négative, avec recherche de la transformation totale (le grossiste a reçu 546 000 FCFA). Par la suite, pour trouver le prix d'achat d'un sac, il faut résoudre un problème multiplicatif avec recherche de la valeur d'une part. Le poids du sac apparaît alors comme une donnée inutile. Précisons que, si les élèves peuvent deviner l'une des opérations à faire dans le problème en lisant l'objectif de la double-page, la présence de données inutiles les oblige à réfléchir entre quels nombres effectuer la division ; de plus, dans le cas de ce problème complexe, d'autres opérations interviennent et demandent ainsi à l'élève de choisir celles adéquates.

Le contexte est professionnel (vente de mil par un commerçant à un grossiste). La taille du nombre le plus grand de l'énoncé est à 6 chiffres et la résolution conduit à une division d'un nombre à 6 chiffres par un nombre à 2 chiffres. Les francs CFA apparaissent comme unité monétaire et la grandeur « masse » est en jeu dans le problème.

Une analyse similaire de l'ensemble des problèmes proposés dans le manuel pour les six premières semaines a été ainsi menée et a conduit à la réalisation d'une feuille de calcul que nous avons exploitée pour produire les résultats suivants.

c. Répartition des problèmes dans les doubles-pages

Sur l'ensemble des pages 12 à 71 du manuel de CM2 (correspondant aux activités des semaines 1 à 6), nous avons comptabilisé **136 problèmes arithmétiques verbaux**. Précisons que ce nombre ne correspond pas au nombre d'exercices puisqu'un même exercice peut présenter plusieurs problèmes (comme nous l'avons illustré lors de l'analyse *a priori* avec les trois problèmes).

Aucun problème arithmétique verbal n'est proposé dans les pages d'activités géométriques (reproduction de figures, constructions, etc.). Ils sont toutefois systématiquement présents dans l'ensemble des doubles-pages des autres activités, sauf pour deux d'entre elles : une d'activités numériques consacrée à la maîtrise de la numération décimale (Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 14 – 15) et l'autre d'activités de mesure sur les mesures d'angles (Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 66 – 67). De la même façon, aucun problème arithmétique ne figure dans la page des exercices d'application (rubrique « J'agis ») sur les critères de divisibilité (deuxième double-page d'activités numériques (Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 25)) alors qu'il y en a dans la partie « Je découvre » de cette même double-page.

Comme le montre le **Tableau 20**, les problèmes arithmétiques verbaux sont très présents sur l'ensemble des doubles-pages à la fois pour introduire le savoir nouveau (rubrique « Je découvre ») et pour s'exercer (rubrique « J'agis »).

Tableau 20. Répartition des problèmes selon leur place dans les doubles-pages (manuel de CM2, semaines 1 à 6)

	Nombre de problèmes sur l'ensemble des doubles-pages des semaines 1 à 6
« Je découvre »	31
« J'agis »	101
Évaluation formative (<i>autoévaluation</i>)	1
Évaluation formative (<i>intégration</i>)	3

d. Répartition des problèmes selon les classes de problèmes

La répartition des problèmes selon les structures additives et multiplicatives montre un **certain équilibre** sur l'ensemble des doubles-pages (Tableau 21, 1^{re} colonne).

Tableau 21. Répartition des situations ou des problèmes selon les structures additives et multiplicatives (manuel de CM2, semaines 1 à 6)

	Nombre de problèmes sur :		
	L'ensemble des doubles-pages	Les doubles-pages d'activités de RDP	Les doubles-pages d'activités numériques et de mesure
Relevant uniquement des structures additives	42	6	36
Relevant uniquement des structures multiplicatives	51	6	45
Mixtes (additif et multiplicatif)	43	26	17

Si nous comparons les problèmes proposés dans les doubles-pages d'activités de RDP et ceux présents dans les autres doubles-pages, nous observons que la part de problèmes mixtes est beaucoup moins importante (17/98, soit 17 %) dans les activités numériques et de mesure que dans celles de RDP (26/38, soit 67 %). Cela complète nos conclusions de la partie précédente : **les problèmes proposés dans les doubles-pages de RDP sont complexes** (composés de plusieurs sous-problèmes basiques) et ils relèvent pour la plupart d'entre eux (26/38) des deux structures, additives et multiplicatives. Plus précisément, seuls 10 problèmes proposés dans les doubles-pages de RDP sont basiques.

Le dernier exercice des rubriques « J’agis », voire les deux derniers, renvoient le plus souvent à des problèmes très complexes, avec un nombre important de sous-problèmes basiques. Au-delà de ce type de complexité, les énoncés, le plus souvent sous forme de textes, sont généralement longs, rendant encore plus difficiles la compréhension de la situation décrite et la représentation du problème (Figure 47).

Figure 47. Extrait de manuel scolaire (CM2)

Pour alimenter leur caisse, les femmes du GIE de Ndoffane ont donné chacune, 80 kg de pâte d’arachide. Le GIE qui compte 35 membres reçoit, d’une autorité communale, une subvention de 60 000 F. De combien dispose le GIE, si le kg de pâte d’arachide a été vendu à 600 F. Le groupement achète, avec cette somme, 25 l de gasoil pour le moulin à mil à 16 000 F, un sac d’engrais à 7 000 F et 200 g de semences de tomate à 8 000 F pour exploiter leur jardin. Calcule la somme en caisse.
Reproduis le tableau, dans ton cahier, puis remplis-le.

Entrées				Sorties			
Nombre	Désignation	PU	PT	Nombre	Désignation	PU	PT
Total				Total			

Source : Didactikos Manuel CM2, 2022, p. 59.

Si on se réfère aux recommandations du guide d’utilisation, les derniers exercices des rubriques « J’agis » sont conçus pour être utilisés « à l’école, comme application en vue d’un renforcement ou d’une remédiation ou à la maison pour le suivi des apprentissages » (Didactikos Guide CM, 2022, p. 193). Vue la complexité des problèmes présents dans ces exercices, il nous semble **qu’il s’agit, dans la plupart des cas, de renforcement plutôt que de remédiation.**

e. Répartition selon les classes de problèmes

Étudions désormais les classes de problèmes en jeu dans l’ensemble des problèmes, en commençant par celles relevant des structures additives (Tableau 22).

Tableau 22. Répartition des problèmes relevant des structures additives selon les classes de problèmes (manuel de CM2, semaines 1 à 6)

Nombre de situations ou de problèmes avec...			
Comparaison	9	<i>Recherche d'une mesure dans le sens de la comparaison</i>	3 (comparaison négative) 4 (comparaison positive)
		<i>Recherche d'une mesure dans le sens inverse de la comparaison</i>	1 (comparaison négative)
		<i>Recherche de la comparaison</i>	1 (comparaison positive)
Composition de mesures	67	<i>Recherche du tout</i>	32
		<i>Recherche d'une partie</i>	35
Transformation	3	<i>Recherche de l'état final</i>	3 (transformation négative)
		<i>Recherche de la transformation</i>	0
		<i>Recherche de l'état initial</i>	0
Composition de transformations	8	<i>Recherche de la composée</i>	Transformations positives : 0 Transformations négatives : 5 Transformations positives et négatives : 3
		<i>Recherche de l'une des transformations</i>	0

Nous observons, sur la partie du manuel étudiée, **une prégnance des classes de problèmes de composition**, avec un équilibre sur la recherche du tout ou d'une partie. À l'inverse, très peu de problèmes relèvent de comparaisons additives (« de plus que » ou « de moins que ») ou de transformations. Concernant ces dernières, ce sont principalement des transformations négatives qui sont en jeu, correspondant le plus souvent à des dépenses et conduisant à la recherche d'un état final. Cette analyse, que nous mettons en perspective de celle faite à partir du texte des rubriques « Je retiens » des doubles-pages dédiées aux opérations, confirme le fait que **l'addition et la soustraction sont majoritairement en jeu dans des problèmes relevant de composition de mesures.**

En procédant de la même façon pour les structures multiplicatives, nous obtenons la répartition suivante (Tableau 23).

Tableau 23. Répartition des problèmes relevant des structures multiplicatives selon les classes de problèmes (manuel de CM2, semaines 1 à 6)

Nombre de situations ou de problèmes avec...			
Recherche de quatrième proportionnelle	83	<i>Recherche du tout</i>	42
		<i>Recherche de la valeur d'une part</i>	15
		<i>Recherche du nombre de parts</i>	26
Comparaison	5	<i>Recherche d'une mesure dans le sens de la comparaison</i>	2 (1 comparaison positive et 1 négative)
		<i>Recherche d'une mesure dans le sens inverse de la comparaison</i>	1 (comparaison positive « fois plus »)
		<i>Recherche de la comparaison</i>	2 (comparaison positive « fois plus »)
Échelle	5	<i>Recherche de l'échelle</i>	1
		<i>Recherche de la longueur réelle</i>	3
		<i>Recherche de la longueur sur le plan</i>	1
Pourcentage	4	<i>Recherche du pourcentage</i>	1
		<i>Recherche de la valeur finale</i>	3

Nous observons, comme pour les structures additives, que **peu de problèmes font intervenir des comparaisons multiplicatives** (« fois plus que », « fois moins que »). Le nombre de **problèmes de recherche d'une quatrième proportionnelle est très important**, en particulier avec recherche du tout. Les calculs d'échelle ont été principalement proposés dans les doubles-pages dédiées à cet objectif (Didaktikos Manuel CM2, 2022, p. 38-39). Enfin, les doubles-pages dédiées aux calculs de pourcentage n'apparaissent qu'en fin de manuel ; il est donc compréhensible que peu de problèmes relevant de ces classes apparaissent durant les premières semaines de l'enseignement.

f. Répartition des problèmes selon le contexte et les grandeurs en jeu

Nous avons identifié six catégories de contexte permettant de classer les problèmes (Tableau 24).

Tableau 24. Répartition des problèmes selon les contextes (manuel de CM2, semaines 1 à 6)

	Nombre de problèmes	Pourcentage
Terrain (clôture)	30	22%
Récolte ou élevage	31	23%
Dépenses en lien avec le budget familial (achat de tissu, robes, etc.)	20	15%
École	14	10%
Sport	9	7%
Monde professionnel (commerçant, couturière, taxi, etc.)	15	11%
Autre (âge, dépenses en lien avec la mosquée, textes)	17	13%
Total	136	100 %

Les **contextes de terrain** (pour la pose d'une clôture par exemple) **et de récolte / élevage apparaissent comme étant les plus fréquents**, puisqu'ils représentent presque à eux deux la moitié des contextes des problèmes. Cette variété de contextes répond aux attendus du CEB dans le sens où ils préparent la résolution des situations d'intégration.

Les francs CFA, en tant qu'unité monétaire, apparaissent à 70 reprises, soit dans la moitié des problèmes. Dans les six catégories de contextes que nous avons identifiées, la question du prix ou du coût peut se poser ; cela explique qu'une place importante soit dédiée à la monnaie dans les problèmes. Les longueurs et les masses sont également très présentes puisqu'elles apparaissent respectivement dans 40 et 33 problèmes ; les capacités sont en jeu dans 13 problèmes. Les grandeurs comme la masse, la longueur et la capacité peuvent apparaître dans des problèmes avant même que la double-page qui leur est dédiée ne soit passée ; une telle présence, sur l'ensemble des doubles-pages étudié, permet néanmoins un travail régulier sur les grandeurs, mais aussi sur les conversions (en particulier sur les masses).

Les problèmes faisant intervenir la monnaie (francs CFA) sont formulés avec des nombres à 5 ou 6 chiffres, et sont par ailleurs complexes ; cela demande, lors de la résolution, l'effectuation de calculs complexes. Enfin, seuls 6 énoncés de problèmes font intervenir des nombres décimaux, les autres étant proposés avec des nombres entiers. Ce choix semble cohérent avec la progression d'enseignement, les nombres décimaux n'étant revus qu'après la semaine 6.

Ce qu'il faut retenir (12)

La première partie du manuel (pages 12 à 71, semaines 1 à 6) donne une **part importante à la résolution de problèmes arithmétiques** puisqu'un nombre important (136) de problèmes sont proposés. Une telle organisation permet ainsi *a priori* de reprendre régulièrement les connaissances développées lors des séquences de RDP. Nous observons cependant qu'en dehors des exercices des doubles pages de RDP, **les consignes données à l'élève ne font pas référence aux savoirs institutionnalisés en RDP**. Par exemple, aucune consigne ne demande de résoudre un problème arithmétique en repérant d'abord les données utiles et/ou les questions intermédiaires en dehors des doubles-pages de RDP dédiées à ces objectifs. Inversement, les doubles-pages dédiées à la RDP ne font pas une référence explicite aux notions vues dans les doubles-pages d'activités numériques ou de mesure. Il est ainsi **laissé à l'enseignant l'initiative de faire du lien entre les apprentissages** relevant spécifiquement de la RDP et la résolution de problèmes arithmétiques en général, aucune proposition n'étant faite en ce sens dans le guide d'utilisation (pour la partie que nous avons étudiée).

Concernant les types de problèmes arithmétiques présents dans cette partie du manuel, notre analyse montre un certain **équilibre entre les structures additives et multiplicatives et une présence régulière de problèmes mixtes**. En revanche, toutes les classes de problèmes (aussi bien pour les structures additives que pour les structures multiplicatives) ne sont pas représentées aussi équitablement ; nous soulignons en particulier le peu de problèmes de comparaison (« de plus », « de moins », « fois plus », « fois moins »), de transformation (pour les structures additives) et de recherche de la valeur d'une part (pour les structures multiplicatives). Il risque, par conséquent, d'être difficile pour l'élève de reconnaître les opérations en jeu dans de tels problèmes par la suite.

Nous soulignons également que la **présence de problèmes basiques** en dehors des doubles-pages de RDP **vient compléter celle de problèmes complexes**, voire très complexes des doubles-pages de RDP. Si les problèmes arithmétiques présents dans les doubles-pages dédiées aux quatre opérations mettent en jeu l'opération concernée, la présence de données inutiles ou encore de problèmes complexes demande à l'élève de réfléchir à la modélisation du problème : les démarches superficielles consistant à sélectionner l'opération en fonction du titre de la double-page ne conduisent pas à la bonne réponse.

La **variété des contextes évoqués dans les situations** de cette partie du manuel permet de confronter l'élève à différentes situations inspirées de la vie quotidienne et lui demande non seulement de comprendre une pluralité de phénomènes, mais aussi d'interpréter les résultats obtenus à la suite des calculs au regard de la réalité de ces multiples phénomènes. Une telle proposition permet de répondre aux attentes du CEB concernant la nécessité de proposer à l'élève des situations significatives, dans le sens où elles « touchent l'élève dans ce qu'il vit, dans ses centres d'intérêt. Une telle situation mobilise l'élève et donne du sens à ce qu'il/elle apprend. Elle lui pose un défi et lui est directement utile » (MEN Sénégal, 2016c, p. 21).

4. Conclusion

Cette étude visait à illustrer une possibilité d'exploitation de notre méthodologie pour étudier une **notion transversale** à plusieurs domaines mathématiques et à plusieurs types d'activités. Nous avons retenu la résolution de problèmes arithmétiques parce qu'elle nous semblait répondre à d'importants enjeux d'enseignement et d'apprentissage ; son étude est cependant particulièrement complexe parce que, à juste titre, elle est présente à la fois dans les activités numériques et de mesure.

Notre analyse a conduit à des résultats pour des **questionnements à deux niveaux** (ceux spécifiques aux doubles-pages de RDP et ceux relatifs à l'ensemble de la première partie du manuel) ; nous pensons avoir montré **l'intérêt et la complémentarité** d'une étude à ces niveaux. Pour autant, d'autres investigations seraient nécessaires pour mieux comprendre la façon dont les connaissances en RDP peuvent être reprises sur l'ensemble de l'année ou d'une année sur l'autre (en particulier durant l'étape 3), que ce soit à travers le contenu des situations d'introduction ou dans les exercices de réinvestissement.

Nous avons observé que, dans la première partie du manuel de CM2, les problèmes proposés permettent difficilement de construire toutes les facettes de chacune des quatre opérations (certaines classes de problèmes étant sous-représentées), alors qu'ils confrontent l'élève à une pluralité de situations qu'il pourrait rencontrer dans sa vie quotidienne, en tant qu'élève ou futur adulte. Cette caractéristique est-elle spécifique à la résolution de problèmes ? À cette partie du manuel ? Au manuel dans sa globalité ? À l'ensemble des manuels de la collection ? Nous voyons ici l'intérêt qu'il y aurait à compléter cette première étude par des analyses comparatives de manuels. D'autres prolongements seraient toutefois tout aussi pertinents, comme par exemple étudier la construction du concept de l'addition par une analyse portant à la fois sur le sens de l'opération (à travers l'étude des problèmes proposés) et sur le sens de la technique opératoire.

II. ANALYSE DE L'USAGE DES MANUELS SCOLAIRES DE MATHÉMATIQUES

A. Cadre théorique et questionnement

Le deuxième volet de nos investigations sur les manuels scolaires de mathématiques au Sénégal concerne leur **utilisation par les enseignants**. En effet, si l'analyse des manuels nous a notamment permis de dégager les partis pris didactiques des auteurs, d'étudier les liens avec le CEB (MEN Sénégal, 2016a, 2016b, 2016c) et les relations entre les savoirs en jeu, elle ne dit rien de la présence de ces ressources dans les classes ni de l'utilisation qu'en font les enseignants. Or, selon Remillard (2010), « les formes d'engagement des enseignants peuvent amener à des utilisations tout à fait différentes d'une même ressource ». Des **régularités et des points de divergence entre les pratiques d'utilisation des manuels scolaires** de mathématiques dans des classes élémentaires ont été mis en évidence par Margolinas et Wozniak (2009) et Priolet (2014a). Qui plus est, plusieurs enquêtes réalisées en France ont aussi révélé que si les manuels sont déclarés majoritairement présents dans les classes (Priolet, 2000 ; IGEN, 1998 ; IGEN, 2012), ils ne relèvent pas pour autant d'une utilisation régulière par les élèves, public auquel ils sont pourtant directement destinés (Priolet & Mounier, 2018).

À ce stade de nos investigations, nous n'avons pas eu connaissance de travaux de recherche portant sur l'utilisation des manuels scolaires de mathématiques au Sénégal. Ainsi cherchons nous à **comprendre quelle place effective occupent les manuels de mathématiques dans les classes et quels usages font les enseignants de ces manuels et des guides d'utilisation associés**.

Notre questionnement pourrait se **prolonger quant à l'usage des manuels à la maison**, dès lors que le « guide d'utilisation CM » (Didactikos, Guide CM, 2022) mentionne, en référence à la rubrique « J'agis » que « Selon leur pertinence, l'enseignant(e) fera un choix pour les exercices à exploiter en classe et ceux à faire à la maison » (p. 12). Chaque double-page de ce guide d'utilisation précise d'ailleurs des numéros d'exercices avec la mention « Ces exercices peuvent être utilisés [...] à la maison, pour le suivi des apprentissages ».

B. Méthodologie

En vue de répondre à ces interrogations de terrain, nous adoptons une méthodologie basée sur le principe de pluralité et de complémentarité de méthodes et de techniques de recueil de données (Priolet, 2015), sur laquelle nous nous étions en partie appuyés pour mettre en œuvre la méthodologie de l'étude de 2015 pour le Cnesco (Priolet & Mounier, 2018). Tandis que pour cette étude conduite en France, nous avons privilégié les observations dans les classes suivies d'entretiens avec les enseignants observés, nous sommes contraints, pour la présente étude qui concerne le Sénégal, de recourir dans un premier temps à une **enquête par questionnaire**.

Nous remercions vivement Seydou Diop d'avoir accepté à la fois de collaborer à la conception du questionnaire, à sa mise en œuvre et d'en assurer la diffusion au Sénégal.

Ce questionnaire comporte **cinq grandes parties** décomposées en plusieurs items (la grille complète figure en Annexe 6 :

- L'école :
 - Publique / privée ;
 - Milieu rural / milieu urbain ;
 - Nombre de classes ;
 - Effectifs des classes.

- La classe :
 - Cours ;
 - Effectif ;
 - Jours de classe.

- L'enseignement des mathématiques :
 - Durée hebdomadaire ;
 - Nombre de séances par semaine ;
 - Répartition des champs dans la semaine ;
 - Durée moyenne des séances ;
 - Place du calcul mental.

- Les manuels scolaires de mathématiques et autres ressources :
 - Manuels de mathématiques présents dans la classe (nombre, éditeur, titre, cours) ;
 - Manuels mis à disposition des élèves (nombre, éditeur, titre, cours) ;
 - Fréquence d'utilisation ;
 - Guide d'utilisation des manuels (présence ou absence, utilisation) ;
 - Suivi par l'enseignant d'une formation sur l'utilisation des manuels de mathématiques ;
 - Présence pour chaque élève d'un cahier de mathématiques issu du commerce ;
 - Photocopies ;
 - Instruments (ardoise, cahiers, règles graduées, autres) ;
 - Ressources pour la préparation de la classe ;
 - Supports affichés dans la classe.

- L'enseignant :
 - Genre ;
 - Ancienneté de service dans l'enseignement et dans l'école.

Le questionnaire est transmis soit par **voie électronique** à un large panel d'enseignants, soit remis directement en **format papier**. La restitution s'effectue soit par voie électronique, soit par remise de la version papier renseignée ; les réponses sont anonymes. Dès leur que leur nombre sera supérieur à 100, nous procéderons à leur traitement statistique.

Si ce mode de recueil par questionnaire permet un recueil plus large que celui par observation directe suivie d'entretiens, nous sommes toutefois conscients de l'aspect réducteur de ce type de **recueil de données basé sur un mode déclaratif**, ne permettant pas notamment d'accéder aux pratiques effectives des enseignants dans leur classe.

L'étape suivante de recueil de données nécessiterait des prises de contact pour procéder à des observations dans les classes auprès d'enseignants volontaires. Des enregistrements vidéoscopés pourraient être réalisés sous réserve d'accord des participants et des autorités hiérarchiques. Des entretiens semi-directifs ou d'autoconfrontation pourraient être envisagés pour compléter le dispositif de recueil.

C. Résultats

L'enquête par questionnaire est **en cours de passation** auprès d'un large panel d'enseignants en écoles élémentaires au Sénégal.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Réalisée à la demande de la Confemen et du Centre national d'étude des systèmes scolaires (Cnesco) dans le cadre de la conférence de consensus organisée au Sénégal en décembre 2023, la présente étude vise à **proposer une méthodologie d'analyse de manuels scolaires de mathématiques pour l'école élémentaire**. Pour ce faire, nous avons mobilisé les résultats de précédents travaux portant sur l'analyse de manuels en France (Mounier & Priolet, 2015 ; Grapin & Mounier, 2018) et nous avons émis l'hypothèse que la méthodologie alors mise en œuvre dans le contexte français pouvait être mise à l'épreuve pour cette étude conduite dans le contexte du Sénégal. Nos références théoriques se situent à la fois dans les champs de la didactique des mathématiques, de la psychologie et des sciences de l'éducation.

À l'instar de l'étude conduite en France en 2015, **deux grandes phases** ont été programmées : la première ayant pour visée **l'analyse des manuels** et la seconde **l'analyse de leurs usages dans des classes élémentaires**. Des ajustements ont toutefois été nécessaires. Dès lors que nous n'étions pas familiers du système éducatif du Sénégal, il nous a fallu commencer par recueillir des données auprès d'experts de ce pays afin d'avoir un aperçu de la politique éducative à propos des manuels scolaires, tant pour leur contenu que pour leur diffusion. Il nous a aussi fallu cibler les manuels ou les différentes collections à étudier plus précisément pour exemplifier la méthodologie que nous allions mettre en œuvre. Les réponses alors apportées par l'expert Seydou Diop sur la présence majoritaire de la collection de l'éditeur Didactikos dans les écoles élémentaires au Sénégal nous ont amenés à privilégier l'analyse de cette collection, plutôt que la comparaison comme en 2015 de différentes collections.

Dans cette conclusion, nous revenons dans un premier temps sur notre méthodologie liée à ces deux grandes phases de notre étude. Dans un deuxième temps, nous reprenons les principaux résultats obtenus lors de l'analyse de la collection Didactikos. Nous terminons par quelques perspectives d'approfondissement.

A. Retours sur la méthodologie mise en œuvre

1. L'analyse des manuels

Nous avons conservé le **principe d'une analyse globale suivie d'analyses locales**, avec une approche résolument didactique, c'est-à-dire en prenant comme entrée principale la transposition dans le système éducatif des savoirs mathématiques à enseigner.

a. Analyse globale

L'analyse globale a porté sur les six manuels de la collection Didactikos en considérant d'abord un ensemble d'indices immédiatement perceptibles sur les couvertures et quatrièmes de couverture. Ces investigations ont permis d'identifier et de comparer la composition des équipes de rédaction. **L'analyse de la structure générale** des six manuels a conduit à une comparaison des synopsis et de la répartition des champs d'activités. Afin de repérer la place des savoirs, nous avons procédé à l'analyse de la structuration des doubles-pages, laquelle nous a également fourni des indications quant à l'apparence visuelle des manuels (Remillard, 2010). Notons aussi qu'afin de mieux

comprendre l'économie et le contenu des manuels, nous nous sommes tournés vers les trois guides d'utilisation qui les accompagnent (Didactikos Guides, 2022).

b. Analyses locales

Si cette analyse globale nous a fourni un ensemble de résultats sur l'organisation des six manuels, nous nous sommes heurtés à son terme à plusieurs manques nécessitant des analyses plus fines. **Trois analyses locales didactiques** ont alors complété ce volet méthodologique d'analyse des manuels, dans la perspective notamment d'identifier plus précisément les liens avec le CEB (MEN Sénégal, 2016a, 2016b, 2016c) et avec les trois guides d'utilisation. La première analyse locale a traité des **techniques opératoires** (TO) de l'addition et de la soustraction aux CP et CE1 et la deuxième a porté sur **l'introduction et la place des nombres décimaux** aux CE2, CM1 et CM2. La prescription de l'enseignement des TO et des nombres décimaux a été étudiée lors de l'étude de 2015 sur des manuels français ; ainsi, même si l'objectif du présent rapport n'est pas de mener une **étude comparative** entre les résultats de l'étude actuelle et celle menée sur les manuels français, une telle perspective reste possible. Notre travail fournit en effet un autre regard sur les options prises par les différents auteurs, contraints par la même épistémologie des savoirs mais par des systèmes éducatifs différents. La troisième analyse locale portait quant à elle sur la **résolution de problèmes arithmétiques** au CM. L'étude d'un même thème sur une période d'enseignement fixée visait à mener une étude locale mais transversale à plusieurs activités mathématiques (numérique, de mesure et de résolution de problèmes). Les résultats obtenus peuvent être convoqués pour mieux comprendre comment du sens est donné aux opérations dont les TO ont été étudiées, ou encore comment les fractions et les nombres décimaux sont réutilisés en dehors des séances dédiées à leur apprentissage.

Tous ces thèmes mettent en jeu des nombres, mais **l'épistémologie des savoirs en jeu est différente** ; cela entraîne des **contraintes et marges de manœuvre différentes** dans leur enseignement. Faute d'une étude exhaustive, nous avons ainsi pu aborder différents choix opérés par les auteurs de la collection de manuels, nous contraignant à **adapter notre méthodologie** ; cela pourrait intéresser le lecteur qui voudrait entreprendre des analyses de manuels scolaires.

2. L'analyse de l'usage des manuels

Comme pour nos travaux conduits en 2015, la deuxième phase de l'étude liée aux manuels scolaires de mathématiques au Sénégal visait à **analyser l'utilisation des manuels en classe** par les enseignants.

Si, en étroite collaboration avec Seydou Diop, nous avons pu élaborer un questionnaire à destination des enseignants d'écoles élémentaires au Sénégal, **la passation n'est pas achevée** à la date de clôture du présent rapport. Le contexte local et social de l'année 2023 au Sénégal n'a pas permis à nos interlocuteurs locaux de transmettre ou de récupérer un ensemble de réponses suffisamment élevé pour être traité. Il nous a tout de même semblé important d'inclure dans le présent rapport la grille de ce questionnaire. À l'instar des investigations conduites en 2015 en France, le recueil de données auprès d'enseignants nous paraît constituer une étape importante pour ce type d'étude et la méthodologie à considérer. Il pourrait se poursuivre par des observations dans les classes suivies

d'entretiens avec les enseignants concernés pour mieux connaître les usages qu'ils font – ou ne font pas – de ces manuels.

3. Des limites de la méthodologie

Notre étude n'a de sens qu'en rapport avec la « réalité » du terrain. Il est **indispensable de considérer les conditions matérielles de l'exercice du métier**, comme le nombre d'élèves en classe, l'équipement des classes (la disponibilité du manuel scolaire en premier lieu), mais aussi l'hétérogénéité des connaissances des élèves (dans un même niveau ou du fait de cours multiples) ou encore leur assiduité. Cette liste n'est pas exhaustive. Ainsi, par exemple, même si l'analyse didactique d'un manuel le permettait *a priori*, est-il réellement envisageable d'installer dans certaines conditions une situation d'apprentissage de type situation-problème au sens où nous l'entendons (Fénichel & Pfaff, 2005) ?

Par ailleurs, il reste des questions sur **l'étendue ou le degré de généralité des résultats obtenus**, bien que nous ayons procédé à une étude globale et trois locales. Par exemple, nos conclusions sur les TO de l'addition et de la soustraction au CI, CP et CE1 restent-elles valables pour d'autres notions à caractère « technique » ? Pour le CE2, CM1 et CM2 ? Des questions analogues se posent concernant la résolution de problèmes au CM2. En outre, des champs mathématiques n'ont pas été étudiés, la géométrie et les grandeurs et mesures.

Enfin, signalons que l'analyse didactique des manuels est à mettre en lien avec leur **utilisation en classe** (et des recherches complémentaires sont à faire à ce sujet). C'est ainsi qu'il est possible d'esquisser des potentialités pour l'enseignement. **L'effet sur les apprentissages n'est cependant pas abordé dans notre étude**. Elle pourrait en être un préalable, mais il faut mobiliser d'autres outils et moyens. Les résultats concernant directement le lien entre l'apprentissage et l'emploi d'un manuel nous apparaissent particulièrement difficiles à obtenir. Il y a lieu *a minima* de considérer la façon dont les élèves utilisent le manuel, certains exercices étant proposés pour être faits à la maison.

Tenant compte de ces limites et moyennant sans doute des ajustements liés aux contextes locaux, la méthodologie que nous proposons ici à travers les deux volets – analyse des manuels et analyse de leurs utilisations – nous semble pouvoir être mise en œuvre dans d'autres pays, par exemple des pays d'Afrique subsaharienne.

B. Retour sur les résultats obtenus concernant les manuels scolaires de la collection Didactikos

Dans cette section, nous ne considérons pas indépendamment les résultats de chacune des trois études mais nous choisissons de les mettre en perspective.

1. Continuité / discontinuité

Une **continuité** se dégage d'année en année, à travers notamment l'apparence globale des six manuels et leur structuration selon les quatre champs d'activités (géométriques, numériques, de mesure, de résolution de problèmes) du domaine des mathématiques, la stabilité des auteurs par étape et leur volonté de prendre notamment en compte le CEB et le contexte du Sénégal. En effet, **l'appui sur le CEB**, lui-même basé sur une « approche

par compétences » et sur la « pédagogie de l'intégration », est en effet clairement mentionné par les auteurs dans les avant-propos des manuels de l'ensemble de la collection. Chaque activité proposée vise ainsi à installer une compétence déclinée en plusieurs paliers. Des **plages d'évaluation** sont présentes dans la totalité des manuels, sous la forme d'exercices d'auto-évaluation et de « situations d'intégration » conçues et organisées de manière progressive, afin de conduire les élèves à résoudre lesdites situations sans aucune assistance. La continuité s'affirme aussi au niveau de **l'apparence quasi-identique** de l'organisation des doubles-pages des six manuels, doubles-pages structurées en quatre rubriques. S'agissant de la prise en compte du contexte local par les auteurs, au vu de nos analyses, nous pouvons conclure que l'iconographie, les noms des personnages, des lieux, des fruits, les scènes de la vie courante révèlent un **fort degré de contextualisation** et ce, dans l'ensemble des six manuels de la collection. Des pages de couverture jusqu'à l'ensemble des pages d'activités, l'élève se trouve ainsi plongé dans un univers culturel ou socio-culturel qui est sensé lui être familier, puisque situé dans le contexte du Sénégal. Cet aspect est encore accentué dans les manuels de CM1 et de CM2 par la présence systématique du terme « Contexte » en sous-titre introductif de la rubrique « Je découvre ». Des exercices décontextualisés sont néanmoins présents dans la rubrique « J'agis » de chacun des manuels de la collection.

Quelques points font toutefois apparaître une certaine **discontinuité** pour certains volets. Par exemple, tous les manuels de la collection ne relèvent pas d'un même choix de planification des enseignements (les deux manuels de l'étape 2 reposent sur une organisation par champ tandis que ceux des étapes 1 et 3 sont basés sur une organisation par semaine).

2. Les dispositifs didactiques (Rey, 2001)

L'organisation de l'enseignement d'une notion dans les doubles-pages en quatre rubriques (« Je découvre », « Je réfléchis », « Je retiens », « J'agis ») correspondant à différentes phases dans la situation d'enseignement pourrait être compatible avec le **dispositif didactique « problème – compréhension – application »**.

Toutefois, si les savoirs à retenir sont clairement mis en évidence et sont suivis d'exercices d'application, **on peut s'interroger sur les tâches proposées aux élèves lors de la problématisation** (« Je découvre », « Je réfléchis »). En particulier, ces tâches ne sont pas toujours adéquates pour installer une situation d'apprentissage de type « situation-problème » (Fénichel & Pfaff, 2005). La nature du savoir en jeu peut parfois rendre difficile son introduction par une situation-problème (par exemple quand il est d'ordre culturel dans certains aspects des TO ou lorsque les enjeux de savoir sont des compétences méthodologiques comme en résolution de problèmes). Quoi qu'il en soit, les tâches proposées ne facilitent pas toujours, voire ne permettent pas, l'introduction de certains apprentissages qui nous semblent didactiquement importants. C'est par exemple le cas de la justification des TO par les aspects positionnel et décimal de la numération écrite chiffrée ou de la rupture épistémologique existante entre les nombres entiers, les nombres rationnels et les nombres décimaux.

Par ailleurs, l'indication explicite des réponses sur la même page questionne quant à la **dévolution du problème à l'élève**. Il resterait à déterminer si lors de cette phase de

découverte l'élève dispose du manuel et ainsi des réponses, ce qui interroge l'usage qui est fait du manuel en classe.

3. L'articulation rituels / savoirs anciens / nouveaux

Nous formulons ici des hypothèses que nous inférons de nos investigations liées à nos analyses locales. Nous avons noté la **présence de rituels** au début des doubles pages. Ils ne sont en général pas directement liés à un savoir institutionnalisé dans une double-page mais, par des exercices d'entraînement réguliers, construisent et étendent certaines connaissances techniques. Dans les doubles-pages, les **savoirs nouveaux** (rubrique « Je retiens ») nous apparaissent le plus souvent repris immédiatement dans la rubrique « J'agis » dans un contexte proche de leur production sans mobiliser beaucoup de **savoirs anciens**. L'articulation plus globale entre savoirs nouveaux et anciens pourrait être abordée en étudiant de manière plus approfondie l'organisation mathématique des manuels. À ce sujet, signalons que dans les analyses que nous avons entreprises, elle est le plus souvent conforme à celle du CEB ; quelques choix se sont toutefois parfois révélés différents. Par exemple, nous avons noté la mobilisation de connaissances nouvelles pour les élèves considérées comme anciennes par le manuel (des nombres qui interviennent dans la découverte de la TO de la soustraction ne sont étudiés qu'ultérieurement).

4. Le contenu des guides d'utilisation des manuels

Les guides accompagnant les manuels de la collection Didactikos proposent à l'enseignant des pistes pour la mise en œuvre des séances avec des propositions de déroulement dans lesquelles différentes phases sont spécifiées et le rôle de l'enseignant précisé. Seuls les guides du CI-CP et du CM débutent par des **apports didactiques et pédagogiques** reprenant les « informations didactiques » du CEB, mais **sans aucun apport complémentaire ou référence explicite à des travaux de recherche**, en particulier en didactique des mathématiques.

L'enseignant ne dispose pas d'éléments lui précisant les procédures attendues ou lui permettant d'anticiper certaines difficultés que les élèves pourraient rencontrer et de proposer des aides ou des modalités de différenciation adaptées aux besoins des élèves. Comme décrit dans les analyses locales, il ne dispose pas non plus d'indication sur la façon dont les TO pourraient être justifiées avec les élèves (en mobilisant l'aspect positionnel et l'aspect décimal de la numération écrite chiffrée). De la même façon, l'enseignant n'est pas accompagné pour revenir avec les élèves sur les savoirs anciens lors des situations de découverte et lors des exercices sur les fractions et nombres décimaux ; il a également à sa charge de faire du lien entre les contenus des activités dédiées spécifiquement à la résolution de problèmes et la résolution des problèmes arithmétiques. Par conséquent, **il revient à l'enseignant de concevoir des situations complémentaires à celles du manuel et/ou de penser les temps de synthèse pour faire apparaître les liens entre les apprentissages**. Enfin, si des évaluations sont proposées de façon régulière au cours de l'année dans les manuels du CI au CM2, avec notamment une partie « auto-évaluation » dès le CI, seuls les guides du CI-CP et du CM fournissent à l'enseignant des outils d'évaluation complémentaires aux tâches du manuel. Elles correspondent aux propositions du CEB : une grille générique où les indicateurs sont à définir au CI-CP et des

grilles de correction accompagnées d'un barème de notation (critères, indicateurs, notes) au CM.

Le guide pourrait ainsi jouer un rôle de formation plus important, notamment en s'appuyant sur des apports didactiques, pour aider les enseignants à penser leur enseignement et à comprendre certaines difficultés et erreurs de leurs élèves. De tels apports permettraient également à l'enseignant de faire une sélection éclairée des exercices de la partie « J'agis », d'adapter certaines des situations en fonction de ses objectifs et des connaissances de ses élèves, ou encore de favoriser le transfert des apprentissages vers des situations de plus en plus complexes.

C. Pour aller plus loin

Proposer aux (futurs) enseignants des activités d'analyse de manuels pendant leur formation permet d'atteindre différents objectifs, comme développer un regard critique sur ces ressources ou encore développer des connaissances didactiques à partir de cette analyse. Les critères que nous avons utilisés, tant dans l'analyse globale que locale, peuvent ainsi être **repris par des enseignants ou des formateurs**. Signalons cependant que certains critères, pour être étudiés, nécessitent une maîtrise certaine des connaissances didactiques qui leur sont spécifiques ; une analyse des manuels scolaires en cours de formation peut donc aussi bien motiver que permettre la construction de ces connaissances didactiques.

Pour conclure, soulignons que nous avons adopté une approche didactique pour analyser les manuels, mais que d'autres approches (sociologiques ou historiques par exemple) permettraient d'apporter un éclairage complémentaire.

BIBLIOGRAPHIE

Adler, J. (2010). La conceptualisation des ressources. Apports pour la formation des professeurs de mathématiques. In G. Gueudet & L. Trouche, *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques* (p. 201-216). Presses universitaires de Rennes.

Allal, L. (2007). Régulation des apprentissages : orientations conceptuelles pour la recherche et la pratique en éducation. Dans L. Allal & L. Mottier Lopez (éd.), *Régulation des apprentissages en situation scolaire et en formation* (p. 1-12). De Boeck Université.

Bolon, J. (1996). *Comment les enseignants tirent-ils parti des recherches faites en didactique des mathématiques ? Le cas de l'enseignement des décimaux à la charnière école - collège*. Thèse en didactique des mathématiques, Université Paris 5.

Brousseau, G., & Brousseau, N. (1987). *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire*. IREM de Bordeaux.

Brousseau, G. (1988). Didactique fondamentale : cadre et objets de la didactique. *Actes de l'université d'été d'Olivet « Didactique des mathématiques et formation des maîtres à l'école élémentaire »*, 10-25.

Brousseau G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. La Pensée Sauvage, Grenoble.

Charnay, R. (1992). Problèmes ouvert, problème pour chercher. *Grand N*, 51, 77-83.

Chesné, J.-F. (2014). *D'une évaluation à l'autre : des acquis des élèves sur les nombres en sixième à l'élaboration et à l'analyse d'une formation d'enseignants centrée sur le calcul mental*. Thèse de doctorat. Université Paris 7.

Comiti, C., & Neyret, R. (1979). À propos des problèmes rencontrés lors de l'enseignement des décimaux en classe de cours moyen. *Grand N*, 18, 5-20.

Didactikos (2021). *Guide d'utilisation des manuels. Mathématiques. CI/CP*.

Didactikos (2022). *Guide d'utilisation des manuels. Mathématiques. CE*.

Didactikos (2022). *Guide d'utilisation des manuels. Mathématiques. CM*.

Didactikos (2022). *Manuel. Mathématiques. CI*.

Didactikos (2022). *Manuel. Mathématiques. CP*.

Didactikos (2022). *Manuel. Mathématiques. CE1*.

Didactikos (2022). *Manuel. Mathématiques. CE2*.

Didactikos (2022). *Manuel. Mathématiques. CM1*.

Didactikos (2022). *Manuel. Mathématiques. CM2*.

Douady, R. (1987). Jeux de cadres et dialectique outil/objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2).

Douady, R., & Perrin-Glorian, M.-J. (1986). Liaison école - collège : Nombres décimaux. *Paris : IREM de Paris 7*, 62.

Duval, R. (1996). Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques ?, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 16(3), 349-382.

Fagnant, A. (2005). « Résoudre et symboliser des problèmes additifs et soustractifs en début d'enseignement primaire ». In M. Crahay, L. Verschaffel, E. de Corte & J. Grégoire (éd.), *Enseignement et apprentissage des mathématiques : que disent les recherches psychopédagogiques* (p. 131-150). De Boeck Supérieur.

Fagnant, A. (2013). Opérations arithmétiques et symbolisations variées. Partir des démarches informelles des élèves pour donner du sens aux apprentissages. *Éducation & formation*, 298(1), 23-38.

Fagnant, A. (2018). Des illustrations qui accompagnent les problèmes à la construction de représentations schématiques par les élèves : quels enjeux face aux problèmes standards et problématiques ? In J. Pilet et C. Vendaiera (éd.), *Actes du séminaire de didactique des mathématiques de l'ARDM* (p. 94 -113). IREM de Paris.

Fayol, M. (1990). *L'enfant et le nombre*. Delachaux et Niestlé.

Fénichel, M., & Pfaff, N. (2005) *Donner du sens aux mathématiques*. Tome 2 – Nombres, opérations, grandeurs. Bordas.

Feyfant, A. (2015). *La résolution de problèmes de mathématiques au primaire*. Dossier de veille de l'IFÉ, 105, novembre. ENS de Lyon.

Grapin, N., & Mounier, É. (2018). Vers un outil d'analyse de manuels : exemple d'étude en 1re année d'école élémentaire (3H). *Revue de mathématiques pour l'école (Rmé)*, 230, 30-37.

Grapin, N., Mounier, É., & Priolet, M. (2024). *Les manuels scolaires de mathématiques à l'école élémentaire au Sénégal : méthodologie de mise en œuvre et résultats. De la politique éditoriale du Sénégal à l'analyse descriptive des manuels de l'éditeur Didactikos et à leur utilisation en classe. Note de synthèse*. Confemen, Cnesco-Cnam.

Grisvard, C., & Léonard, F. (1981). Sur deux règles implicites utilisées dans la comparaison de nombres décimaux positifs. *Bulletin vert APMEP*, 327.

Grisvard, C., & Léonard, F. (1983). Résurgence de règles implicites dans la comparaison de nombres décimaux. *Bulletin vert APMEP*, 340.

Guinet, R. (1978). Histoire des techniques opératoires. Addition et soustraction. *Grand N*, 14.

Hanin, V., & Van Nieuwenhoven, C. (2016) Évaluation d'un dispositif pédagogique visant le développement de stratégies cognitives et métacognitives en résolution de problèmes en première secondaire. *Évaluer. Journal international de Recherche en Éducation et Formation*, 2(1), 53-88.

Houdement, C. (2011). Connaissances cachées en résolution de problèmes arithmétiques ordinaires à l'école. *Annales de Didactique des Sciences cognitives*, 16, 67-96.

Houdement, C. (2017) Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N*, 100, 59-78.

IGEN (1998). *Le manuel scolaire*. La Documentation française.

IGEN (2012). *Les manuels scolaires* : situation et perspectives.

Margolinas, C., & Wozniak F. (2009). Usage des manuels dans le travail de l'enseignant : l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. *Revue des sciences de l'éducation*, 35(2), 59-82.

MEN Sénégal (2016a). *Guide pédagogique enseignement élémentaire – 1^{re} étape CI-CP*. Curriculum de l'Éducation de Base.

MEN Sénégal (2016b). *Guide pédagogique enseignement élémentaire – 2^e étape : CE1-CE2*. Curriculum de l'Éducation de Base.

MEN Sénégal (2016c). *Guide pédagogique enseignement élémentaire – 3^e étape CM1-CM2*. Curriculum de l'Éducation de Base.

Mounier, É. (2010). *Une analyse de l'enseignement de la numération au CP. Vers de nouvelles pistes*. Thèse de Doctorat. Université Paris Diderot, Paris. (tel-00550721v3)

Mounier, É., Beylot, D., Blanchouin, A., Chenevotot, F., Grapin, N., & Ledan, L. (en révision). Repérer les démarches en résolution de problèmes d'élèves de grade 2 par l'analyse de leurs procédures : méthodologie et étude de cas. *Annales de didactique et de sciences cognitives*.

Mounier, É., & Priolet, M. (2015). Les manuels scolaires de mathématiques à l'école primaire – De l'analyse descriptive de l'offre éditoriale à son utilisation en classe élémentaire. In *Conférence de consensus. Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire*. Cnesco et Ifé-ENS de Lyon. <http://www.cnesco.fr/fr/numeration/manuels-scolaires/>

Mounier, É., & Priolet, M. (2016). La programmation des techniques opératoires dans les manuels scolaires de l'école élémentaire. Le cas de l'addition et de la soustraction. *Grand N*, 98, 5-26. <https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/revues/grand-n/consultation/numero-98-grand-n/numero-098-grand-n-2016--453268.kjsp?RH=1550438166894>

Perrin, M.-J. (1986). Représentation des fractions et des nombres décimaux chez les élèves de CM2 et du collège. *Petit x*, 10, 5-29.

Priole M. (2000). *Résolution de problèmes arithmétiques et registres sémiotiques*. Mémoire de maîtrise. Université Lumière Lyon 2.

Priole M. (2014a). The use of mathematics textbooks in the training of elementary school teachers in France. *History of Education & Children's Literature. School textbooks and teachers training between past and present*, 9(1), 111-124.

Priole M. (2014b). Enseignement-apprentissage de la résolution de problèmes numériques à l'école élémentaire : un cadre didactique basé sur une approche systémique. *Éducation & didactique*, 8(2), 59-86.

Priole M. (2015). Procédures méthodologiques utilisées pour analyser les pratiques d'enseignement de la résolution de problèmes numériques à l'école élémentaire. In Y. Lenoir, et R. Esquivel, R. (dir.), *Procédures méthodologiques en acte dans l'analyse des pratiques d'enseignement : approches internationales*. T. 2 : *Les méthodes en usage dans les centres de recherche et chez les chercheurs français et latino-américains*. 313-344. Longueuil : Groupéditions Éditeurs.

Priole M., & Mounier, É. (2018). Le manuel scolaire : une ressource au « statut paradoxal » : Rapport de l'enseignant au manuel scolaire de mathématiques à l'école élémentaire. *Éducation & didactique*, 12(1), 79-100.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies ; approche cognitive des instruments contemporains*. Armand Colin.

Remillard, J. (2010). Modes d'engagement : comprendre les transactions des professeurs avec les ressources curriculaires en mathématiques. In G. Gueudet & L. Trouche, *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques* (p. 201-216). Presses universitaires de Rennes.

Rey, B. (2001). Manuels scolaires et dispositifs didactiques. In Y. Lenoir, B. Rey, G.-R. Roy & J. Lebrun (éd.), *Le manuel scolaire et l'intervention éducative : regards critiques sur ses apports et ses limites* (p. 25-40). Éditions du CRP.

Roditi, É. (2007a). La comparaison des nombres décimaux, conception et expérimentation d'une aide aux élèves en difficulté. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 12, 55-81.

Roditi, É. (2007b). Aider les élèves à apprendre à comparer des nombres décimaux. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation*, 10(1), 5-26. <https://doi.org/10.7202/1016855ar>

Roditi, É. (2008a). Des « coups de pouce » pas toujours efficaces ! Une approche didactique pour aider les élèves à comparer des nombres décimaux, *Les cahiers pédagogiques*, 466, 43-45.

Roditi, É. (2008b). La comparaison des nombres décimaux. Comprendre les difficultés, aider à les surmonter. *Le Bulletin Vert. Bulletin de l'APMEP*, 477, 479-483.

Roditi, É. (2019). Analyses didactiques des difficultés d'apprentissage et d'enseignement et quelques considérations mathématiques. Conférence. *Plan National des Référents Mathématiques de Circonscription*. https://queneau-montivilliers.college.ac-normandie.fr/sites/mathematiques.ac-normandie.fr/IMG/pdf/2019_roditi_pnf_rmc_decimaux.pdf

Rogalski, J. (2003). Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 23(3), 343-388.

Tempier, F. (2013). *La numération décimale de position à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource*. Thèse de doctorat. Université Paris. Diderot, Paris.

Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. In R. Lesh & M. Landau (éd.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (p. 127-174). Academic Press.

Vergnaud, G. (1986). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques, un exemple : les structures additives. *Grand N*, 38, 21-40.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques*, 10(2-3), 133-169.

Vergnaud, G., & Durand, C. (1976). Structures additives et complexité psychogénétique. *Revue Française de Pédagogie*, 36, 28-43.

Verschaffel, L., & De Corte, E. (1997). Teaching realistic mathematical modelling in the elementary school: a teaching experiment with fifth graders. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 577-601.

Verschaffel, L., & De Corte, E. (2008). La modélisation et la résolution des problèmes d'application : de l'analyse à l'utilisation efficace. In M. Crahay, L. Verschaffel, E. De Corte et J. Grégoire (dir). *Enseignement et apprentissage des mathématiques. Que disent les recherches psychopédagogiques ?* (p. 153-176). De Boeck Supérieur.

Vivier, L., & Durand-Guerrier, V. (2016). Densité de D , complétude de R et analyse réelle - Première approche. *First conference of International Network for Didactic Research in University Mathematics*, Mars 2016, Montpellier, France.

Vygotski, L. S. (1985). *Pensée et langage*. Messidor.

ANNEXES

Annexe 1. Disponibilité des manuels de mathématiques 1^{re} étape (CI / CP) dans les 59 Inspections de l'éducation et de la formation (IEF) en 2021-2022

Éditeur	Nombre d'IEF (/ 59)	Proportion
Didactikos	51	86,4 %
Éditeur 2	4	6,8 %
Éditeur 3	2	3,4 %
Éditeur 4	1	1,7 %
Éditeur 5	1	1,7 %

Source : données transmises par Seydou Diop.

Annexe 2. Auteurs de manuels (France) répartis par catégorie professionnelle et par collection de manuels

	Enseignant-chercheur – Maître de conférences	Formateur	Enseignant du secondaire	Professeur des écoles	Inspecteur de l'éducation nationale	Conseiller pédagogique de circonscription
<i>Euro Maths</i>	X	X				
<i>J'apprends les maths</i>	X	X		X		
<i>Tous en Maths</i>	X			X		
<i>Maths Tout Terrain</i>	X			X		
<i>La Clé des Maths</i>	X	X		X	X	
<i>Pour Comprendre les Maths</i>		X	X	X	X	
<i>Cap Maths</i>		X	X	X		
<i>Outils pour les Maths</i>				X	X	X
<i>Maths +</i>				X		X
<i>Litchi</i>					X	X

Source : d'après Mounier & Priolet, 2015, p. 23.

Annexe 4. Place réservée à l'évaluation dans chacun des manuels de mathématiques Didactikos

Niveau	Intitulé	Place dans le manuel
CI	Évaluation formative	12 pages (12 doubles-pages, une par champ et par palier)
CP	Évaluation formative	10 pages (une par champ et par palier) : 2 pour AG et RP, 3 pour AN et AM (4 sur 1 double-page, 3 sur 1 double-page et demie, 3 sur 2 doubles-pages) Organisation : 1 ou 2 pages auto-évaluation avec corrigé dissocié / le reste en intégration avec 2 à 4 situations
	Évaluation sommative	4 pages (1 double-page ou 1 page, une par champ) Organisation : évaluation de la compétence – contexte et consigne
CE1	<i>Pas d'intitulé</i>	10 pages (une par champ et par palier) : 2 pour AG et AN, 3 pour AM et RP (10 sur une double-page). Organisation : ½ page auto-évaluation avec corrigé dissocié / 1 page ½ intégration et remédiation avec 2 situations. Pour 4 d'entre elles (une par champ) : je m'évalue (petit espace en fin de page)
CE2	<i>Pas d'intitulé</i>	9 pages (une par champ d'activités et par palier) : 2 pour AG, AN et RP, 3 pour AM (9 sur une double-page). Organisation : ½ page auto-évaluation avec corrigé dissocié / 1 page ½ intégration et remédiation avec 2 situations. Pour 4 d'entre elles (une par champ) : évaluation de la compétence (petit espace en fin de page)
CM1	Évaluation formative	12 pages (une par champ d'activités et par palier) : 2 pour RP, 3 pour AN et AM, 4 pour AG (12 sur 2 doubles-pages). Intitulé : « évaluation formative » Organisation : 1 page « auto-évaluation » avec corrigé dissocié / 3 pages « intégration » avec 3 situations
	Évaluation sommative	1 page (2 doubles-pages) : pour tous les champs d'activités Organisation : 3 situations avec contrôle des ressources et évaluation de la compétence
CM2	Évaluation formative	11 pages (une par champ et par palier) : 2 pour RP, 3 pour AG, AN et AM (11 sur 2 doubles-pages) Intitulé : « évaluation formative » Organisation : 1 page « auto-évaluation » avec corrigé dissocié / 3 pages « intégration » avec 3 situations
	Évaluation sommative	4 pages : 1 par champ (2 demi doubles-pages et 2 doubles-pages) Organisation : contrôle des ressources et évaluation de la compétence

Annexe 5. Exemples de problèmes illustrant les structures additives et multiplicatives

Structures additives	Composition de mesures	<i>Recherche du tout</i>	Il y a 4 garçons et 3 filles autour de la table. Combien y a-t-il d'enfants en tout ? (Vergnaud & Durand, 1976)
		<i>Recherche de l'une des parties</i>	Il y a 8 enfants à table pour l'anniversaire de Dorothée, 3 sont des filles. Combien de garçons y a-t-il ? (Vergnaud, 1986)
	Transformation d'état	<i>Recherche de l'état final</i>	Pierre a 5 billes. Il joue une partie avec ses amis et gagne 7 billes. Combien a-t-il de billes maintenant ? (Vergnaud, 1986)
		<i>Recherche de l'état initial</i>	Robert vient juste de perdre 7 billes. Il a maintenant 5 billes. Combien de billes avait-il avant de jouer ? (Vergnaud, 1986)
		<i>Recherche de la transformation</i>	Claude a 5 billes. Il joue une partie. Après la partie, il a 9 billes. Que s'est-il passé au cours de la partie ? (Vergnaud & Durand, 1976)
	Comparaison de mesures	<i>Recherche de l'une des mesures dans le sens de la comparaison</i>	Jean a 5 billes, Jacques a 3 billes de plus que Jean. Combien Jacques a-t-il de billes ? (Fénichel & Pfaff, 2005)
		<i>Recherche de l'une des mesures dans le sens de la comparaison</i>	Jean a 8 billes. Il a 3 billes de moins que Jacques. Combien Jacques a-t-il de billes ? (Fénichel & Pfaff, 2005)
		<i>Recherche de la comparaison</i>	Suzanne a 3 francs en poche, Bertille en a 8. Combien Suzanne a-t-elle de moins que Bertille ? (Vergnaud, 1986)
	Composition de transformations	<i>Recherche de la composée</i>	Paul joue 2 parties de billes. A la première partie, il gagne 6 billes ; à la deuxième partie, il perd 4 billes. Que s'est-il passé en tout ? (Vergnaud & Durand, 1976)
		<i>Recherche de l'une des transformations</i>	Thierry vient de jouer 2 parties de billes. À la seconde partie, il a perdu 7 billes. Quand il compte ses billes à la fin, il s'aperçoit qu'il a gagné en tout 5 billes. Que s'est-il passé à la première partie ? (Vergnaud, 1986)

Problèmes multiplicatifs	Problèmes de recherche d'une quatrième proportionnelle faisant intervenir l'unité	<i>Recherche du tout</i>	J'ai donné 9 bonbons à chaque enfant d'un groupe de 5. Combien ai-je donné de bonbons en tout ? (Fénichel & Pfaff, 2005)
		<i>Recherche de la valeur d'une part (valeur unitaire)</i>	J'ai 45 bonbons que je partage équitablement entre 5 enfants. Combien de bonbons chaque enfant a-t-il ? (Fénichel & Pfaff, 2005)
		<i>Recherche du nombre de parts (nombre d'unités)</i>	J'ai donné 9 bonbons à chaque enfant d'un groupe. En tout, j'ai distribué 45 bonbons. Combien y a-t-il d'enfants dans le groupe ? (Fénichel & Pfaff, 2005)
	Problèmes de comparaison	<i>Recherche de la valeur finale</i>	Un père a 3 fois l'âge de son fils ; son fils a 16 ans. Quelle est l'âge du père ? (Fénichel & Pfaff, 2005)
		<i>Recherche de la valeur initiale</i>	Un père âgé de 48 ans a 3 fois l'âge de son fils. Quel âge a son fils ? (Fénichel & Pfaff, 2005)
		<i>Recherche de la comparaison</i>	Un père a 48 ans, son fils a 16 ans. De combien de fois plus que son fils, le père est-il âgé ? (Fénichel & Pfaff, 2005)
Problèmes de produit de mesures	Recherche du produit		<p><i>Calcul de l'aire d'un rectangle</i></p> <p><i>Recherche du cardinal d'un produit cartésien</i> : Pour s'habiller un clown a le choix entre 3 sortes de gilets et 5 sortes de pantalons. De combien de façons différentes peut-il s'habiller ? (Fénichel & Pfaff, 2005)</p>
	Recherche d'une des mesures		<i>Calcul d'une des mesures (longueur ou largeur) d'un rectangle</i> connaissant son aire, ou du cardinal d'un des ensembles d'un produit cartésien

Problèmes de proportionnalité	Problèmes de recherche d'une quatrième proportionnelle ne faisant pas intervenir l'unité	<i>Proportionnalité « classique »</i>	Un bibliothécaire a empilé 15 dictionnaires de même épaisseur. La hauteur totale de la pile est de 30 dm exactement. Quelle est la hauteur d'une pile de 45 dictionnaires identiques ? (Fénichel & Pfaff, 2005)
		<i>Pourcentages</i>	<p><i>Recherche d'une valeur :</i></p> <p>Une mini-chaîne audio était vendue habituellement au prix de 200€. Ce prix a été réduit de 15%. Quelle est la réduction ?</p> <p><i>Recherche du pourcentage :</i></p> <p>Une minichaîne audio est vendue habituellement au prix de 200€. Ce prix a été réduit de 30€. Quel a été le pourcentage de réduction ? (Fénichel & Pfaff, 2005)</p>
		<i>Problèmes de comparaison</i>	Voici 2 mélanges d'eau et de sucre. Dans le mélange A, on a dissous 25 g de sucre dans 4 l d'eau. Dans le mélange B, on a dissous 31 g de sucre dans 5 l d'eau. Quel est le mélange le plus sucré ? (Fénichel & Pfaff, 2005)

Annexe 6. Grille du questionnaire sur l'utilisation des manuels de mathématiques destiné aux enseignants du Sénégal

Identification	
1. I.A.	
2. I.E.F.	
3. École	
4. Dans quel type d'école enseignez-vous ?	<input type="radio"/> Privé <input type="radio"/> Public <input type="radio"/> Communautaire
5. Dans quelle zone l'école est-elle située ?	<input type="radio"/> Zone rurale <input type="radio"/> Zone urbaine
6. Genre	<input type="radio"/> M <input type="radio"/> F
7. Ancienneté dans l'enseignement	
8. Ancienneté dans l'école	
9. Quel est le nombre de classes de votre école ?	
10. Quel est l'effectif total de votre classe ?	
11. Cours tenus	<input type="radio"/> CI <input type="radio"/> CP <input type="radio"/> CE1 <input type="radio"/> CE2 <input type="radio"/> CM1 <input type="radio"/> CM2
12. Quel est l'effectif au CI ?	
13. Quel est l'effectif au CP ?	
14. Quel est l'effectif au CE1 ?	
15. Quel est l'effectif au CE2 ?	
16. Quel est l'effectif au CM1 ?	
17. Quel est l'effectif au CM2 ?	

Organisation de la semaine scolaire dans votre école	
18. Quels sont les jours de classe de vos élèves (lundi) ?	<input type="radio"/> Matin <input type="radio"/> Soir
19. Quels sont les jours de classe de vos élèves (mardi) ?	<input type="radio"/> Matin <input type="radio"/> Soir
20. Quels sont les jours de classe de vos élèves (mercredi) ?	<input type="radio"/> Matin <input type="radio"/> Soir
21. Quels sont les jours de classe de vos élèves (jeudi) ?	<input type="radio"/> Matin <input type="radio"/> Soir
22. Quels sont les jours de classe de vos élèves (vendredi) ?	<input type="radio"/> Matin <input type="radio"/> Soir
Organisation de l'enseignement des mathématiques	
23. Quelle est la durée hebdomadaire prévue dans votre emploi du temps pour l'enseignement des mathématiques ?	
24. Combien de séances de mathématiques faites-vous dans la semaine ?	
25. Comment répartissez-vous vos séances de mathématiques (activités numériques) dans la semaine ?	<input type="radio"/> Lundi <input type="radio"/> Mardi <input type="radio"/> Mercredi <input type="radio"/> Jeudi <input type="radio"/> Vendredi
26. Comment répartissez-vous vos séances de mathématiques (activités de mesure) dans la semaine ?	<input type="radio"/> Lundi <input type="radio"/> Mardi <input type="radio"/> Mercredi <input type="radio"/> Jeudi <input type="radio"/> Vendredi
27. Comment répartissez-vous vos séances de mathématiques (activités géométriques) dans la semaine ?	<input type="radio"/> Lundi <input type="radio"/> Mardi <input type="radio"/> Mercredi <input type="radio"/> Jeudi <input type="radio"/> Vendredi
28. Comment répartissez-vous vos séances de mathématiques (activités de mesure) dans la semaine ?	<input type="radio"/> Lundi <input type="radio"/> Mardi <input type="radio"/> Mercredi <input type="radio"/> Jeudi <input type="radio"/> Vendredi
29. Quelle est la durée moyenne de vos séances de mathématiques ?	

30. Organisez-vous des séances de calcul mental ?	<input type="radio"/> Oui <input type="radio"/> Non
31. Si oui, combien par semaine ?	
32. Quelle est la durée moyenne par séance ?	
Les manuels scolaires de mathématiques	
33. Combien d'élèves disposent d'un manuel de mathématiques ?	<input type="radio"/> Aucun <input type="radio"/> Une partie <input type="radio"/> Tous
34. Quel est le titre du manuel de mathématiques ?	
35. Cours :	<input type="radio"/> CI <input type="radio"/> CP <input type="radio"/> CE1 <input type="radio"/> CE2 <input type="radio"/> CM1 <input type="radio"/> CM2
36. Éditeur	
37. Année d'édition	
38. Disposez-vous du guide de l'enseignant correspondant au manuel présent dans votre classe ?	<input type="radio"/> Oui <input type="radio"/> Non
39. Avez-vous suivi une formation en lien avec l'utilisation de ce manuel ?	<input type="radio"/> Oui <input type="radio"/> Non
40. Organisée par qui ?	
41. À quelle fréquence vos élèves utilisent-ils ce manuel en classe ?	<input type="radio"/> Systématiquement <input type="radio"/> Fréquemment (2 fois ou plus par semaine) <input type="radio"/> Rarement (moins de 2 fois par semaine) <input type="radio"/> Jamais
42. Tous les enseignants de votre école utilisent-ils la même collection de manuels de mathématiques ?	<input type="radio"/> Oui <input type="radio"/> Non

Autres ressources à disposition des élèves	
43. Chaque élève possède-t-il un cahier d'activités en mathématiques individuel à compléter ?	<input type="radio"/> Oui <input type="radio"/> Non
44. Si oui, quel est le nom de l'éditeur ?	
45. Distribuez-vous des photocopies à vos élèves pendant les séances de mathématiques ?	<input type="radio"/> Oui <input type="radio"/> Non
46. Si oui, dans quel but ?	
47. De quels outils individuels en mathématiques vos élèves disposent-ils ?	<input type="radio"/> Ardoise <input type="radio"/> Cahier de brouillon <input type="radio"/> Cahier d'exercices <input type="radio"/> Fichier d'exercices issu du commerce <input type="radio"/> Tablette, téléphone ou outil numérique <input type="radio"/> Autres
48. Si autres, précisez.	
Autres ressources pour l'enseignant	
49. Quelles ressources utilisez-vous pour préparer vos séances de mathématiques ?	<input type="radio"/> Guide pédagogique associé au manuel utilisé par vos élèves <input type="radio"/> Programmes officiels <input type="radio"/> Manuel de l'élève <input type="radio"/> Autre guide pédagogique <input type="radio"/> Autres manuels <input type="radio"/> Sites Internet <input type="radio"/> Autres ressources
50. Si autres, précisez.	
51. Quels supports utilisez-vous dans votre classe pour les mathématiques ?	<input type="radio"/> Tableau noir à craies <input type="radio"/> Tableau blanc à feutres <input type="radio"/> Tableau feutre <input type="radio"/> Tableau numérique interactif, affichages <input type="radio"/> Autre matériel spécifique aux mathématiques
52. Si autres, précisez.	



CONFÉRENCE DES MINISTRES DE L'ÉDUCATION DES ÉTATS ET GOUVERNEMENTS DE LA FRANCOPHONIE

Complexe Sicap Point E - Immeuble C, 3e étage
Avenue Cheikh Anta Diop - 3220 Dakar, Sénégal
+221 33 859 29 79 - confemen@confemen.org
www.confemen.org

le **cnam**
Cnesco

Centre national d'étude des systèmes scolaires

CENTRE NATIONAL D'ÉTUDE DES SYSTÈMES SCOLAIRES CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET MÉTIERS

41 rue Gay-Lussac - 75005 Paris, France
+33 6 98 51 82 75 - cnesco@lecnam.net
www.cnesco.fr

La Confemen et le Cnesco œuvrent pour l'amélioration des systèmes éducatifs. Grâce à l'appui financier de l'Agence française de développement (AFD) et en partenariat avec le ministère de l'Éducation nationale du Sénégal, la Confemen et le Cnesco ont conjugué leurs efforts pour organiser à Dakar une conférence de consensus sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques au primaire.

RETROUVEZ LES DERNIÈRES ACTUALITÉS DE LA CONFEMEN ET DU CNESCO :

