Comment (ré)concilier connaissances informelles des élèves et savoirs scolaires ?

Cette note porte sur le lien entre les connaissances acquises en dehors de l'école et celles développées dans le cadre scolaire. Plusieurs questions sont abordées, notamment la manière dont de nouveaux savoirs sont construits. L'articulation entre les connaissances préexistantes et les apprentissages nouveaux en est le fil directeur. Il s'agira notamment de saisir en quoi ce phénomène est fondamental pour analyser avec précision les difficultés que peuvent rencontrer les élèves dans leur parcours scolaire et élaborer des progressions d'apprentissage adaptées. Une autre question abordée portera sur la nécessité de ne pas introduire de rupture de sens dans les apprentissages. Il s'agit de s'assurer que les connaissances enseignées à l'école sont cohérentes avec celles issues de sphères extra scolaires afin que des continuités soient perçues pour l'élève et que les connaissances nouvelles ne quittent pas la sphère de l'intuition. Enfin, une dernière question essentielle sera abordée : comment mobiliser des savoirs qui ne sont pas spontanément évoqués par les élèves afin de les accompagner dans l'acquisition de nouvelles connaissances ?

Afin d'aborder ces questions, la note est organisée en trois parties. Dans un premier temps, elle aborde la notion d'analogie et examine pourquoi celle-ci joue un rôle crucial de mise en lien entre des connaissances extra scolaires et des notions scolaires. Ensuite, elle s'intéresse aux conceptions intuitives, en montrant qu'elles constituent les analogies premières sur lesquelles les élèves s'appuient pour appréhender les notions qu'ils rencontrent à l'école. Enfin, elle cherche à montrer comment il est possible de mobiliser des analogies non spontanément évoquées par les élèves afin de favoriser de nouvelles compréhensions et de nouveaux apprentissages, autrement dit à emprunter à des domaines de connaissances non spontanément envisagés les ressorts pour développer des connaissances nouvelles.

I. L’analogie, un processus transversal

Tout d’abord, pour aborder le concept d'analogie, il est intéressant de mettre en avant qu'il s'agit d'un processus transversal (Hofstadter & Sander, 2013 ; Holyoak & Thagard, 1995). L’idée peut être défendue que les êtres humains passent la plus grande partie de leur vie mentale à établir des analogies, car c’est en s’appuyant sur ce que l’on connait déjà qu’il est possible d’appréhender le présent et donner du sens à la nouveauté. À ce sujet, la citation du physicien Robert Oppenheimer à propos des sciences, peut être généralisée à l’ensemble de la vie cognitive humaine : « *Qu’il s’agisse de découverte ou d’invention, l’analogie est inévitable dans la pensée humaine, car nous faisons émerger le nouveau à partir de ce qui existe déjà* ». Cette citation illustre parfaitement le rôle essentiel de l’analogie dans la construction des savoirs. Pourquoi l’analogie occupe-t-elle une place aussi centrale dans la pensée humaine ?

Tout simplement parce que les individus sont constamment confrontés à de nouvelles situations qu’ils cherchent spontanément à rapprocher d’expériences passées afin de les appréhender au mieux. C’est précisément en cela que l’analogie intervient, qui peut être définie comme une comparaison mentale fondée sur la ressemblance, permettant de dépasser la singularité d’une situation donnée en la rattachant à des connaissances préexistantes. Si l’on pose la question : « *Quelle est la tour Eiffel de Genève ?* », une interrogation à laquelle probablement peu des lecteurs de ce texte ont déjà été confrontés, la réponse qui vient spontanément à l’esprit est certainement le jet d’eau. Ce simple exemple illustre à quel point le processus analogique opère de manière naturelle et fluide, y compris lorsqu’il implique un saut contextuel significatif.

Ce mécanisme psychologique possède une valeur adaptative indéniable (Sander & Hofstadter, 2020), y compris d’un point de vue évolutionniste car il permet de mettre à profit les acquis antérieurs pour faire face à la nouveauté : l’analogie capitalise sur l’expérience. De plus, elle a un coût cognitif limité, car elle mobilise un existant, évitant la difficulté supplémentaire que constituerait la construction de connaissances nouvelles. Et elle le fait tout en offrant un fort pouvoir inférentiel. En effet, en s’appuyant sur des connaissances déjà acquises, il est possible d’inférer un grand nombre d’informations associées. Par exemple, si l’on fait l’analogie entre une pile et un réservoir, il est possible d’en inférer qu’une pile contient quelque chose d’utile et que ce contenu s’épuise au fur et à mesure qu’il est utilisé.

L’émergence des analogies s’observe dans le langage dès le plus jeune âge (Duvignau, 2003 ; Raynal *et al.*, 2024). Des corpus ont été relevés, illustrant comment des enfants en plein apprentissage du lexique de leur langue native, mobilisent spontanément des analogies. Par exemple, Camille déclare « *J’ai déshabillé l’orange* » après avoir épluché ce fruit, transposant ainsi à un objet une action humaine. Johan, qui souhaite que sa mère ouvre les yeux, exprime cette idée en lui demandant « *d'allumer ses yeux* ». De même, Leni, voyant un camion cassé, s’exclame qu’« *il faut soigner le camion* ». Ces formulations témoignent de la manière dont ces enfants appréhendent le monde par le biais de rapprochements spontanés, révélant ainsi leur perception de leur environnement à travers des analogies qui permettent de lui donner sens. Il est intéressant de noter que l’analogie conduit également à une prise de perspective sur une situation. Même si personne n’a demandé à Camille si, pour elle, la peau de l’orange faisait partie du fruit, il est fort possible qu’elle ne la considère pas comme telle, car un vêtement ne fait pas partie d’une personne. Sur le plan de l’éducation, cela pose la question de l’évolution des représentations et de la manière dont l'apprentissage peut les faire évoluer, car si l'analogie avec l'action de « déshabiller » est d'une certaine manière tout à fait pertinente pour décrire l'action d'éplucher, des inférences indésirables sur le plan des conceptions botaniques, telles que l'idée que sa peau ne fait pas partie d'un fruit, doivent, et peuvent, être prises en charge par l'enseignement.

La tendance à recourir aux analogies ne se limite pas à l'enfance : elle est omniprésente dans le langage, notamment dans le domaine technologique. L'ancrage matériel du vocabulaire qui entoure le monde digital est majeur. En effet, pour désigner des concepts du monde digital, les individus utilisent quotidiennement des termes qui existaient dans les dictionnaires des décennies voire des siècles avant que les technologies concernées émergent : un bureau, une fenêtre, un site, une corbeille, des classeurs, des documents, des liens, un menu, une page, une boîte aux lettres, un réseau, etc. La présence de ces termes dans le domaine des technologies numériques illustre la manière dont le numérique s'est construit en s'appuyant sur des références au monde tangible, établissant ainsi un pont entre l'ancien et le nouveau par le biais d'analogies. Sur le plan des inférences induites, il est intéressant de noter qu'il ne s'agit simplement de susciter une impression de familiarité mais bien de rendre en mesure de transposer dans des environnements immatériels tout un ensemble d'activités qui étaient réservées au monde matériel. Par exemple, le bureau informatique est un espace de travail tout comme un bureau matériel et il est possible poser des documents sur un bureau, que celui-ci soit matériel ou non. On peut aussi insérer un document dans un classeur, on peut l'envoyer à une adresse, on peut en faire une copie, le mettre dans la corbeille, etc., qu'il s'agisse des entités matérielles ou de leurs analogues digitaux. Le monde matériel est ainsi une source d'analogie qui rend un individu en mesure d'agir dans un environnement immatériel du fait de la multitude d'inférences dont il est pourvoyeur. Il est possible de s'intéresser au rôle des analogies dans les plus grandes découvertes scientifiques. Un exemple parlant est celui de la Lune, qui a perdu sa majuscule à l'époque de Galilée. En effet, ce dernier a généralisé le terme désignant originellement le seul satellite naturel de la Terre, considéré comme un nom propre jusqu'alors, pour en faire, par analogie, un concept plus large : celui de « lune », qui s'est mis à concerner bien d'autres planètes que la Terre. Le même phénomène s'est produit pour le Soleil, au fur et à mesure de la découverte de nouveaux « soleils ».

II. Les conceptions intuitives, manifestations du statut primordial des analogies

A. La notion de conception intuitive

Dans le cadre de l'apprentissage de nouvelles notions scolaires, une première question essentielle concerne justement ces analogies initiales sur lesquelles les élèves s'appuient, que l'on peut qualifier de conceptions intuitives. Une notion nouvelle est nécessairement abordée par le prisme de conceptions issues d'analogies initiales. Il est question de conception intuitive lorsqu'une notion est perçue par analogie avec une connaissance familière, souvent issue de la vie quotidienne (Lautrey *et al.*, 2008 ; Sander, 2000). Ces conceptions intuitives jouent un rôle crucial sur le plan de la construction des connaissances. L'adjectif « intuitif » est ici essentiel, comme l'illustre cette citation d'Henri Poincaré : « *La logique est essentielle, mais elle reste stérile si elle n'est pas fécondée par l'intuition.* » Cette articulation entre intuition et raison est au cœur des apprentissages. Dans ces derniers, il est en effet essentiel que le lien entre intuition et compréhension ne soit jamais rompu (Fischbein, 1987).

Les conceptions intuitives sont utiles car elles permettent de donner du sens aux notions introduites dans le cadre scolaire. On peut même les considérer comme nécessaires, compte tenu de l'omniprésence des analogies dans l'appréhension de situations nouvelles. Toutefois, comme l'exemple de l'orange pour Camille l'a illustré, elles sont aussi limitantes. Plus précisément, les conceptions intuitives ont un domaine de validité (Sander *et al.*, 2024). Le domaine de validité d'une conception intuitive concerne l'ensemble de situations pour lesquelles celle-ci fonctionne correctement, c'est-à-dire que s'y référer conduit à la même conclusion que se référer à la notion scolaire. Toutefois, hors de ce domaine de validité, les conceptions intuitives deviennent inopérantes car sources d'erreurs ou de mécompréhensions. Prenons l'exemple de la notion de sujet en grammaire : les élèves associent cette notion à un individu qui réalise une action. Ainsi, s'il est demandé à des élèves d'école primaire de repérer le sujet de différentes phrases, ils identifieront facilement « *Théo* » au sein de la phrase « *Théo mange le gâteau* », car cette phrase s'inscrit à l'intérieur du domaine de validité de la conception intuitive de la notion de sujet d'une phrase comme individu en train d'agir. En revanche, d'autres phrases sortiront de ce cadre, ce qui peut être source de difficulté et objet d'activités de classe pour que les conceptions des élèves convergent au plus près de la notion scolaire et ne soient pas limités au domaine de validité de la conception intuitive. Par exemple, les phrases « *Les valises sont portée par Léa* », « *Dormir est bon pour la santé* » et « *Qu'il ait tant travaillé est tout à son honneur* » sont trois exemples qui se situent hors du domaine de validité de la conception intuitive en question et constituent autant de défis d'apprentissage.

Identifier les conceptions intuitives et distinguer les situations qui se situent à l'intérieur du domaine de validité de celles qui se situent hors de ce domaine de validité permet d'anticiper les obstacles potentiels et constitue un soutien pour élaborer des stratégies d'enseignement afin d'amener les élèves à dépasser les limites de leurs conceptions intuitives et à élargir leur champ de compréhension. L'exemple précédent du sujet grammatical peut être transposé à l'ensemble des domaines scolaires, par exemples en mathématiques. Prenons le cas de la soustraction. Si l'on cherche à formuler un problème dont la solution est « **8 - 3 = 5** », le premier scénario qui vient à l'esprit est celui d'un individu possédant une quantité donnée, ici 8 unités de quelque chose, qu'il s'agisse de bonbons, de pommes, de billes, etc., puis subissant une perte de 3 de ces unités, selon une variété possible de scénarios, qu'elles soient mangées, perdues, cassées, dérobées, etc. et l'objet de la recherche va alors être de déterminer « *Combien en reste-t-il ?* » (Fischbein, 1989 ; Gvozdic & Sander, 2018 ; Lakoff et Nunez, 2000 ; Rivier et Sander, 2022). Les situations obéissant à ce schéma délimitent ***le domaine de validité de la conception intuitive*** de la soustraction, où l'opération est perçue comme une action de ***perte, de retrait ou de diminution, dans laquelle la quantité initiale est connue, ainsi que la quantité retranchée, et une recherche qui porte sur la valeur de la quantité restante.***

Mais imaginons maintenant qu'il soit à nouveau demandé d'inventer un problème de soustraction se résolvant avec « **8 - 3 = 5 »**, mais cette fois avec la contrainte supplémentaire sans qu'il n'y ait pas de perte, et même uniquement un gain. L'exercice devient immédiatement bien plus difficile. Pourtant, de tels problèmes existent et sont tout aussi concrets. Par exemple : « *Lou a 3 cartes, elle en gagne pendant la récréation et en possède désormais 8. Combien de cartes Lou a-t-elle gagnées pendant la récréation ?* » Ici encore, l'opération « **8 - 3 = 5 »** s'applique parfaitement, mais elle ne s'inscrit plus dans le domaine de validité de la conception intuitive « *Soustraire c'est retirer et chercher ce qui reste* ». De même l'énoncé « *Lou a 3 cartes. Hugo a 8 cartes. Combien Hugo a-t-il de cartes de plus que Lou ?* » est hors du domaine de validité de cette même conception intuitive de la soustraction. Ces exemples illustrent à quel point les conceptions intuitives peuvent être influentes et contraignantes relativement aux notions scolaires. Parmi ***les différentes situations de soustraction possibles***, celle qui consiste à chercher ce qui reste après avoir retiré ne représente qu'un ***cas particulier parmi une douzaine d'autres, selon les typologies de problèmes de soustraction qui ont été établies (Riley*** et al.***, 1983 ; Vergnaud, 1982). Pourtant c'est celle qui vient spontanément à l'esprit de plus de 90 % des élèves, des collégiens, des lycéens et des adultes***. Ainsi, la conception intuitive de la soustraction, tout en rendant intuitive la notion, l'appauvrit également en ***réduisant considérablement*** la diversité des situations mathématiques envisageables comme relevant de cette notion.

Un fort enjeu d'apprentissage s'avère donc être celui de ***préserver le sens que les élèves attribuent à la notion, en particulier de ne pas quitter le champ de leur l'intuition***, tout en leur permettant d'élargir leur compréhension au-delà du domaine de validité de leurs conceptions intuitives. Il s'agit de ne pas rompre avec leur manière spontanée de penser, mais de leur donner les moyens de dépasser ces représentations premières pour intégrer des approches plus riches et plus variées. L'analyse qui vient d'être menée pour la soustraction pourrait être appliquée ***à l'ensemble des opérations arithmétiques***, ainsi qu'à la grande diversité des notions scolaires, comme illustré précédemment par le cas du sujet de la phrase. Par exemple, l'addition est généralement perçue comme la recherche du résultat d'un ajout, la multiplication comme celui d'une addition répetée, et la division comme la détermination de la valeur d'une part dans un contexte de partage équitable. Ces conceptions intuitives sont ***valables*** dans de nombreux contextes scolaires, mais elles ne couvrent ***qu'une partie du champ des situations possibles***. Lorsqu'un problème sort du cadre de ces conceptions premières, il devient plus difficile à appréhender pour les élèves.

Une étude menée avec la ***direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance (Depp)*** illustre bien cet enjeu. Trois énoncés de problèmes de multiplication ont été proposés à des élèves de ***CE1***. Pour la résolution de *« Louise achète 6 paquets de 3 biscuits. Combien de biscuits a-t-elle achetés ?* », une réussite relativement élevée, de 53 % des élèves, est observée. En effet, ce problème s'inscrit pleinement dans la conception intuitive de la multiplication comme une addition répétée. *Dans un scénario impliquant des échanges*, où la relation multiplicative est moins immédiatement identifiable, le ***taux de réussite est alors largement moindre, de l'ordre d'un tiers des élèves.*** *Et dans le cas d'un problème reposant sur un rapport multiplicatif* (« *combien de fois plus ?* »), et se situant donc hors du domaine de validité de la conception intuitive de la multiplication, il y a cette fois ***seulement 8 % de réussite.*** Ces résultats montrent à quel point la question de l'inscription à l'intérieur ou à l'extérieur ***du domaine de validité de la conceptions intuitives de la notion est cruciale***. Tant qu'une situation s'inscrit dans le ***domaine de validité***, elle est relativement accessible, et l'élève rencontre peu de difficultés. Les performances sont fréquemment très élevées. Mais dès lors que l'on se situe hors du domaine de validité de la conception intuitive, la compréhension devient cette fois plus difficile, révélant la nécessité d'un ***enseignement qui soit élaboré*** pour accompagner les élèves et favoriser l'évolution de leur conception des concepts scolaires concernés au-delà du domaine de validité de la conception intuitive.

B. La robustesse des conceptions intuitives

Un autre aspect essentiel des conceptions intuitives concerne leur robustesse (Gros *et al.*, 2019 ; Gvozdic & Sander, 2018 ; Tirosh & Graeber, 1991). Des travaux menés auprès d'enseignants, qu'ils soient en formation ou en activité, montrent que ces conceptions demeurent profondément ancrées, donc y compris chez des professionnels de l'éducation (Gvozdic *et al.*, 2022). Par exemple, lorsqu'il s'agit de formuler une situation de soustraction où l'on ne fait que gagner, la majorité des adultes rencontrent des difficultés, un phénomène révélateur de l'influence persistante de ces conceptions initiales. De même lorsqu'il est demandé d'associer un mot clé à chacune des opérations arithmétiques, cela met en évidence la centration persistante autour du champ de validité des conceptions intuitives. Spontanément, les participants associent la soustraction à « enlever », l'addition à « ajouter », la multiplication à « répéter », et la division à « partager ». Si ces associations sont souvent pertinentes, elles ne caractérisent qu'une partie des situations possibles, illustrant ainsi le caractère partiel de ces conceptions. Ces résultats soulignent un enjeu majeur d'apprentissage : le développement de connaissances nouvelles n'est pas assimilable au fait d'éradiquer une conception intuitive pour la remplacer par un savoir scolaire. Cette idée de déconstruction, même si elle connait une certaine popularité, est une métaphore trompeuse, car largement contredite par la recherche. En réalité, les conceptions intuitives ne disparaissent jamais complètement y compris après l'enseignement. Elles persistent à influencer la pensée des élèves, et même des adultes devenus experts dans leur champ. Simplement, dans le cas des experts, la manifestation de cette influence va se faire moins radicale, par exemple par le fait qu'il est plus difficile de penser spontanément à une situation hors du champ de validité de la conception intuitive et qu'il faut plus de temps pour répondre correctement lorsque la situation se situe hors de ce domaine de validité. Dès lors, un objectif d'enseignement est d'accompagner les élèves pour développer leur faculté à dépasser les limites de leurs conceptions intuitives. Pour cela, les enseignements peuvent s'appuyer sur l'introduction d'analogies non spontanées, qu'il est possible de soumettre aux élèves afin de développer leur compréhension et d'ouvrir de nouvelles perspectives d'apprentissage.

III. Dépasser les limites des analogies premières en suscitant des analogies plus distantes

A. Changer de point de vue par la recatégorisation

Prenons quelques exemples extraits de campagnes de communication aux États-Unis, qui reposent sur un mécanisme cognitif commun de recatégorisation. En effet, elles cherchent à rapprocher des entités habituellement perçues comme de natures différentes pour les faire apparaître sous des catégories atypiques pour ces entités. Prenons l'exemple d'une campagne pour le végétarisme, dans laquelle on peut lire : *"Je ne mange pas d'animaux, car mon corps n'est pas un cimetière." [Le corps humain recatégorisé comme un cimetière]* ; *« Si vous êtes prêts à manger une dinde à Noël, pourquoi ne pas manger un chien ?[Recatégorisation d'animaux domestiques en animaux comestibles]* ; *"Si vous aimez les chiens, vous ne les mangez pas. Si vous aimez les chats, vous ne les mangez pas. Alors, si vous aimez les animaux, pourquoi les manger ? [Idem]*. Ces différents messages incitent tous à changer de perspective, en amenant ceux qui en prennent connaissance à voir différemment une situation familière (Flusberg *et al.*, 2024 ; Sander *et al.*, 2024).

Certes, il s'agit ici de stratégies de communication, visant à influencer une opinion. Toutefois ce mécanisme de recodage peut aussi être mobilisé comme levier pédagogique. Les travaux portant sur le cadrage métaphorique ont montré de manière expérimentale l'influence de ce phénomène (Thibodeau & Boroditsky, 2011). Deux groupes de participants ont lu deux versions d'un même texte, décrivant la criminalité dans une ville fictive du Canada, la ville d'Addison. La seule différence entre les deux versions résidait dans la métaphore employée dans le texte : pour l'un des deux groupes, le crime était présenté comme une bête sauvage, tandis que pour l'autre il était comparé à un virus. Les résultats ont été très clairs : les participants exposés à la métaphore du virus étaient nettement plus enclins à proposer des politiques de prévention, tandis que ceux ayant lu la version avec la bête sauvage penchaient davantage pour des mesures répressives. Cela se comprend pleinement en termes d'inférences suscitées selon la recatégorisation mobilisée par la métaphore. Le cas du virus évoque la recherche de la possibilité d'un traitement en amont, comme le vaccin, alors que celui de la bête sauvage laisse surtout la place à un contrôle du danger, par exemple en l'enfermant.

B. L'influence des connaissances générales sur l'interprétation des situations

Le choix des situations influence profondément la manière dont un problème est abordé (Bassok *et al.*, 1998 ; Gros *et al.*, 2020 ; Sander, 2016). Prenons deux énoncés : « J'ai 12 oranges et 4 paniers » et « J'ai 12 oranges et 4 pommes ». Si l'on demande d'inventer un énoncé de problème à partir de ces informations, la plupart des personnes associeront spontanément le premier à une division tandis que le second évoquera plutôt une addition. Pourtant, la seule différence entre ces deux énoncés réside dans les mots "paniers" et "pommes". Ce phénomène s'explique par l'influence des connaissances générales sur la perception des objets. Un panier est spontanément perçu comme un contenant, ce qui oriente vers une idée de partage ou de répartition, alors que l'association de pommes et d'oranges évoque plutôt deux sous-ensembles, pour lesquels il parait adéquat de rechercher une quantité totale.

Des recherches ont montré à quel point ces représentations influencent la compréhension des opérations mathématiques. Pourtant, rien n'empêche de poser une question différente, comme « Combien y a-t-il d'oranges par pomme ? ». Bien que cette approche puisse sembler inhabituelle, elle joue un rôle important dans l'introduction de la notion de rapport à l'école primaire. Elle permet d'éviter d'enfermer les élèves dans des schémas de pensée rigides et encourage le développement d'une plus grande flexibilité conceptuelle. En variant les situations et en proposant des questionnements moins intuitifs, cela élargit le champ d'application des concepts mathématiques et favorise une compréhension plus approfondie des notions enseignées.

C. Favoriser le développement d'une conception plus abstraite des notions en suscitant un recodage sémantique

Ce phénomène illustre le rôle du recodage sémantique, c'est-à-dire la capacité à modifier la compréhension d'une situation en adoptant un cadre d'interprétation alternatif (Gamo *et al.*, 2010, 2014). Sur le plan pédagogique, cela ouvre la possibilité de favoriser le dépassement des conceptions intuitives des élèves, fondées sur des expériences quotidiennes restreintes et des catégorisations limitées. Comme l'ont montré les exemples précédents en arithmétique et en grammaire, ces conceptions, même si elles soutiennent l'entrée dans les notions, freinent aussi l'apprentissage en restreignant la perception de ces notions. En proposant aux élèves des cadres alternatifs de compréhension, il devient possible d'élargir leur réflexion et de les amener à construire une vision plus fine et approfondie des concepts. Une manière d'accompagner les élèves dans le dépassement de leurs conceptions intuitives est de les amener à attribuer à une situation des propriétés qui sont habituellement associées à d'autres situations (Fischer *et al.*, 2018 ; Gvozdic et Sander, 2020 ; Vilette *et al.*, 2017). C'est précisément le mécanisme observé dans les exemples précédents, qu'il s'agisse de la campagne pour le végétarisme ou du cadrage métaphorique du crime comme une bête sauvage ou un virus. Sur le plan pédagogique, cette approche favorise une compréhension plus abstraite des notions, car elle permet aux élèves d'envisager plusieurs façons de catégoriser une même situation. Ainsi, ils apprennent à établir des liens entre des situations analogues sur le plan scolaire, même si elles diffèrent sur le plan des catégorisations quotidiennes.

Prenons l'exemple de la soustraction. En raison de leur conception intuitive de cette notion, les élèves l'associent principalement à la recherche de ce qui reste après une perte. Pourtant, comme nous l'avons vu, de nombreuses autres sortes de situations relèvent de la soustraction. Par exemple, lorsqu'il s'agit de déterminer une quantité gagnée en connaissant la quantité initiale et finale, ou encore pour comparer deux quantités en calculant leur différence. Recatégoriser les cas de soustraction non plus comme de simples recherches de reste mais comme des recherches d'écart, permet d'élargir et d'unifier la compréhension de cette notion, rendant son application plus souple et généralisable.

Parfois, il est intéressant d'introduire des caractéristiques spécifiques à une situation pour susciter ce recodage sémantique. Illustrons cela avec le problème « *Pierre apporte des billes à l'école. À la récréation, il en perd 39. Il lui en reste 4. Combien avait-il de billes avant la récréation ?* ». La présence d'une perte pourrait amener à choisir la soustraction. Pourtant, la résolution repose sur une addition : il faut additionner les billes perdues et celles restantes pour retrouver la quantité initiale. Un tel énoncé se situe hors du domaine de validité de la conception intuitive de l'addition où celle-ci est perçue uniquement comme une recherche du résultat d'un ajout. Toutefois un recodage de la situation est possible. Plutôt que de chercher une quantité initiale à partir de ce qui a été perdu et de ce qui reste, on peut réinterpréter le problème en termes de composition d'un tout à partir de ses parties, l'une d'entre elles étant la quantité ôtée et l'autre la quantité restante. Dans la terminologie de la typologie des problèmes arithmétiques à énoncés à une étape, il s'agit de recoder une situation de transformation avec recherche de la quantité initiale en une situation de combinaison dans laquelle le tout est recherché connaissant chacune des deux parties qui le composent. Ce recodage facilite la résolution car de tels problèmes de combinaison sont bien mieux réussis que ceux de transformation (Riley *et al.*, 1983).

Une simple modification de l'énoncé peut grandement faciliter la compréhension des élèves et favoriser l'adoption de ce codage alternatif en termes de problème de combinaison. Par exemple, si l'on précise que les billes perdues sont rouges et celles restantes sont bleues (« Pierre apporte des billes bleues et des billes rouges à l'école. À la récréation, il perd ses 39 billes rouges. Il lui reste ses 4 billes bleues. Combien avait-il de billes avant la récréation ? »), il devient plus évident que la quantité cherchée correspond à la réunion des billes rouges et bleues, rendant la situation compatible avec la conception intuitive de l'addition (Dénervaud *et al.*, soumis). Ce type d'ajustement pédagogique permet de réconcilier l'intuition des élèves avec la rigueur du raisonnement mathématique. En leur offrant un nouveau cadre de compréhension, il soutient un dépassement de leurs conceptions initiales et un plus fort alignement avec les conceptions visées des notions scolaires.

D. Recherches interventionnelles sur le dépassement des conceptions intuitives

Des recherches ont été menées en milieu scolaire pour explorer les stratégies permettant de dépasser les conceptions intuitives. Le projet RAIFLEX, pour RAIsonnement FLEXible (Scheibling-Sève *et al.*, 2017, 2022), s'est intéressé à ces questions en mathématiques et en sciences, en mettant en relation les conceptions intuitives des élèves, les connaissances visées par l'enseignement et les activités de recodage sémantique, considérées comme un levier essentiel pour faire évoluer la compréhension. L'expérimentation a été menée auprès d'élèves de CM1 et CM2 à l'aide d'un dispositif pré-test/post-test prenant en compte le niveau scolaire, l'origine des élèves et les compétences mobilisées, notamment en raisonnement proportionnel et en sciences. Chaque séance d'apprentissage portait sur une notion scolaire en lien avec les conceptions intuitives associées. L'objectif était d'amener les élèves à prendre conscience de leurs conceptions spontanées, puis à découvrir et mettre en place des stratégies leur permettant de dépasser ces représentations à travers des activités poussant au recodage sémantique.

Durant les séances, les élèves étaient encouragés à recoder les situations en explicitant un changement de point de vue, ce qui les conduisait à envisager un même problème sous différents angles. Par exemple, en raison de la conception intuitive de la multiplication comme une addition répétée, il est fréquent qu'ils éprouvent des difficultés à percevoir les relations entre addition, soustraction, multiplication et division. Spontanément, ils associent davantage la multiplication à l'addition qu'à la division. L'un des objectifs était donc de les aider à différencier les structures additives des structures multiplicatives à travers différents types de problèmes, en commençant par des situations simples avant d'aborder des énoncés plus complexes combinant les deux structures, comme avec des problèmes de distributivité (Scheibling-Sève *et al.*, 2020). L'enjeu était notamment que les élèves parviennent à identifier et utiliser correctement les différentes formes de comparaison, qu'elles soient additives ou multiplicatives. Lorsqu'un élève compare deux quantités, il peut adopter un point de vue fondé sur une différence, comme dans « *J'ai 9 billes de plus que toi* » ou « *J'ai 9 billes de moins que toi* », mais aussi un point de vue fondé sur un rapport, comme dans « *J'ai trois fois plus de billes que toi* » ou « *J'ai trois fois moins de billes que toi* ». Ces différentes perspectives sont ensuite traduites en écritures mathématiques, permettant aux élèves d'associer l'addition et la soustraction comme des opérations réciproques d'une part, et la multiplication et la division comme des opérations réciproques d'autre part.

Le groupe expérimental a enregistré un gain d'apprentissage équivalent à sept mois de scolarité supplémentaire par rapport au groupe contrôle, avec des écarts significatifs pour l'ensemble des compétences travaillées. Cela suggère que le dispositif fondé sur le recodage sémantique a permis aux élèves du groupe expérimental d'atteindre un niveau supérieur à celui du groupe contrôle, un résultat confirmé à différents niveaux d'analyse. Cette progression se traduit par une plus grande capacité à ne pas rester figé sur un point de vue unique et à mobiliser différentes stratégies de résolution. Dans le domaine du raisonnement proportionnel, les élèves du groupe expérimental ont montré une meilleure compréhension du sens des opérations, s'appuyant moins sur leurs intuitions initiales et explorant davantage plusieurs stratégies de résolution. Les élèves de CM1 du groupe expérimental ont atteint un niveau comparable à celui des CM2 du groupe contrôle, ce qui suggère que le dispositif a eu un effet notable sur leur progression.

L'expérimentation a également révélé un effet positif sur la réduction des écarts entre établissements. Si des différences de performances subsistent selon le type d'établissement, les écarts entre les groupes expérimentaux et les groupes contrôles se sont réduits. Ainsi, le groupe expérimental issu d'un établissement ordinaire a atteint un niveau comparable au groupe contrôle issu d'un établissement favorisé, tandis que le groupe expérimental issu d'un établissement en réseau d'éducation prioritaire a dépassé le groupe contrôle issu d'un établissement ordinaire. Ces résultats suggèrent que le dispositif contribue à réduire les inégalités scolaires, en favorisant la progression des élèves les moins avantagés socialement.

Le projet AIR², acronyme de Analogies Intuitives, Recodage et Résolution, a exploré trois formes d'analogie en s'appuyant sur un dispositif structuré, visant à concevoir et mettre en œuvre en classe une progression pédagogique intégrant un nombre contrôlé d'énoncés de problèmes présentant des concordances et des discordances selon ces différentes formes d'analogie, alors qu'une telle diversité est rare dans les manuels scolaires, comme une étude dédiée à cette question l'a montré (Rivier *et al.*, 2022). L'objectif est d'évaluer l'impact de cette progression sur la réussite des élèves. Plus précisément, la séquence AIR² comprend 15 séances de 45 minutes à 1 heure, du CP au CM2, à raison d'une séance hebdomadaire. La progression pédagogique s'appuie sur les compétences visées par les instructions officielles et se compose de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux : ceux du champ additif (addition et soustraction) pour tous les niveaux, et ceux du champ multiplicatif (multiplication et division) à partir du CE1. L'organisation de la progression permet d'étudier les différents types d'énoncés selon l'opération impliquée et un cadre de concordance-discordance par rapport aux conceptions intuitives. Ainsi, chaque séance introduit un nouveau type d'énoncé tout en proposant un entraînement sur ceux déjà étudiés. Au total, les élèves résolvent entre 120 et 180 énoncés sur l'ensemble de la progression, soit 8 à 12 par séance. Le dispositif AIR² dans son ensemble comprend également une formation des enseignants, incluant un approfondissement du cadre théorique, un protocole pré-test/post-test pour évaluer l'impact des interventions, ainsi qu'une structuration des séances accompagnée d'outils de modélisation facilitant l'apprentissage. Par "modélisation", nous entendons une représentation schématisée des énoncés rendant visibles les relations mathématiques pertinentes entre les variables. Les résultats en termes de progrès des élèves sont très encourageants : deux études ont déjà été réalisées, dont l'une est publiée (Rivier et Sander, 2022) et l'autre en préparation. Une troisième étude, actuellement en phase d'analyse, révèle également des résultats prometteurs. Une ressource pédagogique a été élaborée pour un usage effectif en classe (Rivier & Sander, 2024).

Conclusion

À l'école, un élève mobilise des connaissances de natures diverses, parmi lesquelles figurent celles qu'il a construites en dehors du cadre scolaire. Ainsi, lorsqu'une nouvelle notion du programme est présentée, il s'appuie sur un ensemble de savoirs préexistants qui interagissent avec l'enseignement reçu. Ces connaissances proviennent de son quotidien, de ses échanges avec ses pairs, de son environnement familial et social, ainsi que de ses expériences personnelles. Elles influencent son apprentissage, au même titre que les savoirs acquis précédemment à l'école, que ce soit dans d'autres disciplines ou au sein du même domaine. Identifier ces connaissances et comprendre leur impact sur les processus d'apprentissage est une étape essentielle, voire fondamentale, pour favoriser la réussite scolaire. Comment se construisent-elles ? Constituent-elles un frein à l'acquisition des notions enseignées, ou peuvent-elles au contraire en faciliter l'appropriation ? Peuvent-elles coexister avec les connaissances formelles acquises en classe ? Prendre en compte ces dynamiques permet non seulement de mieux appréhender les difficultés rencontrées par les élèves, mais aussi de structurer des progressions d'apprentissage adaptées et d'évaluer efficacement les acquisitions. Ce texte visait en particulier à mettre en lumière le rôle central de l'analogie dans la construction de nouveaux savoirs. En établissant des ponts entre l'informel et le formel, l'analogie s'appuie sur les conceptions intuitives des apprenants. L'enjeu n'est pas d'éliminer ces conceptions, mais de les dépasser progressivement et qu'elles constituent des leviers d'apprentissage. Des progressions pédagogiques peuvent être élaborées pour accompagner cette évolution et favoriser une compréhension plus approfondie, dans la perspective de faire évoluer les intuitions premières pour qu'elles convergent vers les conceptions visées des notions scolaires.

Références

Bassok, M., Chase V. M. & Martin S.A (1998). Adding and Oranges: Alignment of Semantic and Formal Knowledge. *Cognitive Psycholoy, 35*, 99-134.

Dénervaud, S., Audrin, C & Sander, E. (Soumis). *Diversifier les points de vue en résolution de problèmes arithmétiques par des énoncés pivots : étude des représentations induites par différents types d'énoncés*.

Duvignau, K. (2003) Métaphore verbale et approximation. In K. Duvignau, O. Gasquet et B. Gaume (Eds.), *Regards croisés sur l'analogie* (pp. 869-881). Hermès Sciences

Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics: An Educational Approach*. Reider.

Fischbein, E. (1989). Tacit models and mathematical reasoning. *For the Learning of Mathematics, 9*, 9-14.

Fischer, J.-P., Sander, E., Sensevy, G., Vilette, B. & Richard, J.-F. (2018). Can young students understand the mathematical concept of equality? A whole-year arithmetic teaching experiment in second grade. *European Journal a of Psychology of Education, 34*(2), 439-456.

Flusberg, S. J., Holmes, K. J., Thibodeau, P. H., Nabi, R. L. & Matlock, T. (2024). The psychology of framing: How everyday language shapes the way we think, feel, and act. *Psychological Science in the Public Interest*, *25*(3), 105-161.

Gamo, S., Sander, E. & Richard, J. F. (2010). Transfer of strategy use by semantic recoding in arithmetic problem solving. *Learning and Instruction*, *20*(5), 400-410.

Gamo, S., Nogry, S. & Sander, E. (2014). Apprendre à résoudre des problèmes en favorisant la construction d'une représentation alternative chez des élèves scolarisés en éducation prioritaire. *Psychologie française*, *59*(3), 215-229.

Gros, H., Sander, E. & Thibaut, J. P. (2019). When masters of abstraction run into a concrete wall: Experts failing arithmetic word problems. *Psychonomic bulletin & review*, *26*, 1738-1746.

Gros, H., Thibaut, J. P., & Sander, E. (2020). Semantic congruence in arithmetic: A new conceptual model for word problem solving. *Educational Psychologist*, *55*(2), 69-87.

Gvozdic, K., Naud, S. & Sander, E. (2022). How robust are intuitive conceptions? Insights from production tasks regarding arithmetic operations.

Gvozdic, K. & Sander, E. (2018). When intuitive conceptions overshadow pedagogical content knowledge: Teachers' conceptions of students' arithmetic word problem solving strategies. *Educational Studies in Mathematics*, *98*(2), 157-175.

Gvozdic, K. & Sander, E. (2020). Learning to be an opportunistic word problem solver: Going beyond informal solving strategies. *ZDM*, *52*(1), 111-123.

Hofstadter, D. & Sander, E. (2013). *L'analogie, cœur de la pensée*. Odile Jacob.

Holyoak, K. J., Holyoak, K. J. & Thagard, P. (1995). *Mental leaps: Analogy in creative thought*. MIT press.

Lakoff, G. & Nuñez, R. (2000). *Where Mathematics Comes From: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being*. Basic Books.

Lautrey, J., Rémi-Giraud, S., Sander, E. & Tiberghien, A. (2008). *Les connaissances naïves*. Armand Colin.

Raynal, L., Clément, E., Goyet, L., Rämä, P. & Sander, E. (2024). Neural correlates of unconventional verb extensions reveal preschoolers' analogical abilities. *Journal of Experimental Child Psychology*, *246*, 105984.

Riley, M. S., Greeno, J. G., & Heller, J. I. (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. In H. P. Ginsberg (ed.), *The Development of Mathematical Thinking* (pp. 153–196). New York: Academic Press.

Rivier, C., Scheibling-Seve, C. & Sander, E. (2022). Études des types de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux proposés dans 12 manuels scolaires français de cycle 2 : concordance et discordance par rapport à trois formes d'analogies. *Revue française de pédagogie*, *216*(3), 101-116.

Rivier, C. & Sander, E. (2022). Effets d'une séquence d'apprentissage innovante en résolution de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux « AIR² » chez les élèves de CM1 en France. *Approche Neuropsychologique des Apprentissages chez l'Enfant*. 180, 629-638.

Rivier, C. & Sander, E. (2024). *Problematix*. Retz.

Sander, E. (2000). *L'analogie, du naïf au créatif : analogie et catégorisation*. L'Harmattan.

Sander, E. (2016). Enjeux sémantiques pour les apprentissages arithmétiques. *Bulletin de psychologie*, *546*(6), 463-469.

Sander, E. & Hofstadter, D. (2020). Analogy-making: Fallible, inevitable, indispensable. In *Wie entsteht Neues?* (pp. 33-66). Brill Fink.

Sander, E., Leon Perez, L., Gerber, Y. & Rivier, R. (2024). La métaphore, ancre et moteur du développement conceptuel. In E. Sander (Dir.) *Les métaphores pour l'éducation* (pp. 47-87). ISTE

Scheibling-Sève, C., Gvozdic, K., Pasquinelli, E. & Sander, E. (2022). Enhancing cognitive flexibility through a training based on multiple categorization: developing proportional reasoning in primary school. *Journal of Numerical Cognition*, *8*(3), 443-472.

Scheibling-Sève, C., Pasquinelli, E. & Sander, E. (2020). Assessing conceptual knowledge through solving arithmetic word problems. *Educational Studies in Mathematics*, *103*(3), 293-311.

Scheibling-Sève, C., Sander, E. & Pasquinelli, E. (2017). Developing cognitive flexibility in solving arithmetic word problems. In CogSci 2017: *Proceedings of the 39th Annual Meeting of the Cognitive Science Society* London, UK (pp. 3076-3081).

Thibodeau, P. H. & Boroditsky, L. (2011). Metaphors we think with: The role of metaphor in reasoning. *PloS one*, *6*(2), e16782.

Tirosh, D. & Graeber, A. O. (1991). The effect of problem type and common misconceptions on preservice elementary teachers' thinking about division. *School Science and Mathematics, 91(4)*, 157–163.

Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and substraction problems. In T.P. Carpenter, J.M. Moser and T.A. Romberg (Eds.) *Addition and substraction: A cognitive perspective* (pp. 39-59). Hillsdale: Erlbaum.

Vilette, B., Fischer, J. P., Sander, E., Sensevy, G., Quilio, S. & Richard, J. F. (2017). Peut-on améliorer l'enseignement et l'apprentissage de l'arithmétique au CP ? Le dispositif ACE. *Revue française de pédagogie*, 105-120.